Dossier de Candidature

présenté par

Frédérique Marion

pour obtenir

l'Habilitation à Diriger des Recherches

Introduction

Ce manuscrit, présenté en vue d'obtenir l'habilitation à diriger des recherches, rassemble un certain nombre de documents témoignant de l'activité que j'ai menée depuis l'obtention de ma thèse de doctorat. Il comprend deux articles publiés et deux notes internes, portant sur les principaux sujets que j'ai abordés, ainsi qu'une synthèse permettant de replacer ces travaux dans leur contexte.

A l'issue de ma thèse de doctorat j'ai rejoint VIRGO, collaboration franco-italienne constituée dans le but de construire un détecteur capable de mettre en évidence le rayonnement gravitationnel. C'était alors un projet en phase de conception finale; c'est aujourd'hui une expérience en construction dont la prise de données doit démarrer début 2003. Le premier chapitre décrit dans les grandes lignes les objectifs scientifiques de l'expérience, ainsi que les moyens mis en oeuvre pour les atteindre.

De manière générale, ma contribution à l'expérience a d'abord porté sur la simulation, que ce soit son développement ou son exploitation, plus récemment sur la préparation de l'analyse des données.

Durant quatre années j'ai mené l'élaboration du logiciel de simulation SIESTA, coordonnant les différentes contributions et leur intégration, et assurant la maintenance logicielle ainsi que le support aux utilisateurs. Ma contribution au logiciel proprement dit concerne surtout la partie qui traite de la réponse optique de l'instrument. Le deuxième chapitre retrace les tenants et les aboutissants de ce développement. Il s'associe à l'annexe A, qui reproduit le texte d'un article publié dans *Astroparticle Physics* et consacré - d'un point de vue plus technique - au contenu de SIESTA.

Le processus de développement du logiciel a été continûment guidé par les applications de la simulation, notamment l'exploitation qui en est faite pour traiter le problème du verrouillage de l'instrument. Ce terme désigne le processus permettant de corriger en temps réel la position des miroirs suspendus de l'interféromètre afin de maintenir celui-ci opérationnel. La première partie du troisième chapitre est consacrée aux différents volets de cette question; les problèmes y sont décrits de manière générale, et certains aspects qui ne sont pas abordés dans les annexes B et C y sont davantage développés.

L'annexe B reproduit le texte d'un article publié dans *Astroparticle Physics*, et rapportant une étude menée en collaboration entre l'équipe du LAPP et une équipe du LAMII/CESALP[1]. La faisabilité, les performances et les limitations d'une solution minimale pour le contrôle en régime permanent de l'interféromètre autour de son point de fonctionnement y sont évaluées.

En annexe C est présentée une note interne VIRGO, préparée par un groupe de personnes impliquées dans les problèmes d'alignement de l'instrument ou dans les questions de simulation. Cette note - assez technique - est consacrée à la prédiction des signaux d'erreur exploitables pour l'alignement, et illustre l'utilisation de la simulation en la matière.

Depuis un an et demi, je n'assure plus qu'une maintenance ponctuelle au niveau de la simulation. Ceci m'a permis de me consacrer de manière croissante à la préparation de l'analyse des données, en abordant deux sujets connexes : l'étalonnage du détecteur et la reconstruction des données.

L'étalonnage du détecteur tel qu'il est conçu repose essentiellement sur un système de calibration optique permettant de déplacer les miroirs de façon maîtrisée grâce à la pression de radiation d'un faisceau laser auxiliaire. La reconstruction recouvre le traitement préliminaire appliqué aux données brutes recueillies sur l'expérience pour les transformer en données signifiantes et exploitables par les filtres de recherche de signaux physiques. La deuxième partie du troisième chapitre est consacrée à une description générale de ces deux tâches dont j'ai la responsabilité.

Enfin, l'annexe D reproduit le texte d'une note interne rapportant une étude, fondée sur des données simulées, pour déterminer la précision nécessaire avec laquelle la procédure d'étalonnage doit permettre de mesurer la fonction de transfert de l'instrument. L'influence d'une mauvaise estimation de celle-ci vis à vis de la recherche de signaux provenant de coalescences d'étoiles binaires y est évaluée.

[1] Laboratoire d'Automatique et de Micro Informatique Industrielles, Annecy

Chapitre 1

L'expérience VIRGO

1.1 Les objectifs scientifiques de VIRGO

VIRGO est une collaboration franco-italienne constituée dans le but de construire un détecteur capable de mettre en évidence le rayonnement gravitationnel. Celui-ci est une prédiction de la théorie de la relativité générale. Il n'a pu être mis en évidence expérimentalement de manière directe jusqu'à présent car ses effets sont si ténus qu'ils rendent nécessaire la mise en oeuvre de détecteurs extrêmement sensibles.

Les objectifs scientifiques de l'expérience peuvent brièvement se décliner de la manière suivante :

- Dans un premier temps il s'agit d'apporter une preuve expérimentale directe à l'existence des ondes gravitationnelles et de mettre en évidence les caractéristiques de ce type de rayonnement. Pour ce faire, l'expérience va s'attacher à capter le rayonnement présumé émis par des sources d'origine cosmique telles que les coalescences d'étoiles binaires, les supernovae ou les étoiles à neutrons en rotation.

- Dans un deuxième temps, l'objectif est d'ouvrir le champ de l'astronomie gravitationnelle, c'est-à-dire d'utiliser les ondes gravitationnelles à des fins d'observation pour étudier les sources émettrices, en tester la description théorique, et plus généralement enrichir notre connaissance et notre compréhension de l'univers.

Proposée en 1989 [1], approuvée en 1992, VIRGO est désormais une expérience en construction dont la prise de données doit démarrer début 2003.

1.2 Les ondes gravitationnelles

1.2.1 Nature

Dans le cadre de la théorie de la relativité générale, l'accélération de matière conduit, sous certaines conditions, à l'émission d'ondes gravitationnelles. Une telle onde est une perturbation de la métrique se propageant à la vitesse de la lumière.

Dans les cas qui nous intéressent, le rayonnement gravitationnel se manifeste sous la forme d'une onde plane, transverse, quadrupolaire, possédant deux états de polarisation indépendants.

La perturbation de la métrique portée par l'onde gravitationnelle se traduit par une modification de la distance séparant des masses libres situées dans un plan transverse à la direction de propagation. La variation relative de distance est reliée à l'amplitude h de l'onde, qui décroît avec la distance source - observateur.

D'une manière générale, la variation du tenseur métrique dans le repère du détecteur est liée à celle engendrée au niveau de la source à travers une relation qui dépend de l'orientation de la source et du détecteur par rapport à la direction de propagation ainsi que de leur distance.

Aujourd'hui les observations menées sur le système double d'étoiles à neutrons PS 1913+16 - mettant en évidence une décroissance de la période orbitale du système en accord avec l'hypothèse d'une perte d'énergie par rayonnement gravitationnel - sont considérées comme une indication expérimentale très forte, quoiqu'indirecte, de l'existence des ondes gravitationnelles [2].

1.2.2 Sources

Seules des sources d'origine astrophysique peuvent engendrer un rayonnement gravitationnel susceptible de par son amplitude d'être mis en évidence expérimentalement. Un type de source se distingue essentiellement par les caractéristiques des ondes émises (amplitude et fréquence typiques) ainsi que par le taux d'événements attendus.

Sans dresser la liste de toutes les sources envisageables, on peut citer les quelques types les plus prometteurs dans la gamme de fréquence accessible aux détecteurs terrestres :

- Les coalescences d'objets compacts tels que des étoiles à neutrons conduisent à des signaux de courte durée et de forme connue, qui traversent la bande de fréquence du détecteur jusque $\nu \leq 1$ kHz, avec une amplitude

$h \sim 10^{-23}$ à 100 Mpc. Quelques uns de ces événements très prometteurs sont attendus par année dans un rayon de 200 Mpc.

- Les effondrements gravitationnels tels que les supernovae peuvent sous certaines conditions être accompagnés de l'émission d'ondes gravitationnelles à caractère impulsif. La fréquence typique se situe autour du kilohertz. L'amplitude attendue est très incertaine, entre 10^{-24} et 10^{-21} pour une source située à 15 Mpc.

- Les étoiles à neutrons en rotation peuvent également être la source d'un rayonnement gravitationnel quasi-périodique, de fréquence inférieure au kilohertz, d'amplitude très faible ($h \sim 10^{-25}$ à 3 kpc), dont le caractère permanent ainsi que la modulation en amplitude et en phase induite par les mouvements du détecteur lié à la terre peuvent être exploités pour en permettre la mise en évidence.

1.2.3 Détection

La détection du rayonnement gravitationnel nécessite de mettre en oeuvre des masses libres à même de révéler le passage d'une onde gravitationnelle, ainsi qu'une mesure de distance suffisamment sensible pour mettre en évidence la variation de distance induite entre les masses tests.

Le principe de détection interférométrique repose sur l'utilisation comme masses tests de miroirs suspendus formant un interféromètre de type Michelson, permettant de réaliser une mesure de distance différentielle. La sensibilité visée impose d'employer un interféromètre de grande envergure ($L = 3\ km$ dans le cas de VIRGO).

Le détecteur VIRGO a été conçu avec l'objectif initial d'obtenir une sensibilité en h inférieure à 10^{-21} dans une large bande de fréquence allant de quelques hertz à 10 kHz, et atteignant quelques 10^{-23} dans la zone de sensibilité optimale.

1.3 Le détecteur VIRGO

Le dispositif utilisé dans le cadre de VIRGO pour détecter les ondes gravitationnelles est simple dans son principe mais complexe dans sa mise en oeuvre [3]. Seuls ses éléments les plus significatifs et ses caractéristiques essentielles seront rappelés ici, en fonction de leur pertinence vis à vis du travail présenté, et en omettant bien des justifications.

1.3.1 Configuration optique

La configuration optique de VIRGO (schématisée en figure 1.3.1) trouve de manière générale sa justification dans le souci de minimiser le bruit associé à la mesure des distances séparant les miroirs de l'interféromètre.

L'enjeu principal consiste à augmenter le rapport du signal engendré par une variation des distances au bruit lié à la statistique de comptage des photons (bruit de grenaille ou *shot noise*). Ceci repose sur divers éléments :

- L'utilisation d'une *source lumineuse de forte puissance* ($P = 20\ W$) délivrant un faisceau parfaitement adapté à l'interféromètre, obtenu après filtrage par une cavité résonnante (*mode cleaner d'entrée*).
- L'utilisation de *cavités résonnantes* : cavités Fabry-Perot le long des bras (finesse $\mathcal{F} = 50$), et cavité de recyclage associée à un fonctionnement de l'interféromètre sur la frange noire (facteur de recyclage $\gamma = 50$).
- Le choix de *photo-détecteurs* (photo-diodes) de grande *efficacité quantique* ($\eta = 90\%$).
- L'utilisation de *miroirs de grande qualité* permettant de minimiser les pertes de l'interféromètre (par transmission, absorption, diffusion), d'assurer un couplage optimal de l'interféromètre au faisceau laser, et de maximiser son contraste. Ce dernier est par ailleurs amélioré par le filtrage du faisceau avant détection (*mode cleaner de sortie*).

Un autre aspect important consiste à limiter le bruit de mesure associé aux instabilités de la source laser, en puissance et en fréquence :

- Une *stabilisation active* permet de contrôler ces deux paramètres avec une grande précision dans la bande de mesure ($\delta\tilde{P}/P = 10^{-7}/\sqrt{Hz}$, $\delta\tilde{\nu} = 10^{-6}\ Hz/\sqrt{Hz}$).
- La technique de la détection hétérodyne est employée pour effectuer la mesure à *haute fréquence* (dans la gamme du mégahertz), par une modulation en phase du faisceau incident associée à une démodulation synchrone du faisceau détecté.
- La nécessité de faire fonctionner l'interféromètre *sous vide* ($P = 10^{-8}\ mbar$) peut être mentionnée ici, l'une de ses raisons d'être étant de limiter le bruit de phase sur le faisceau.

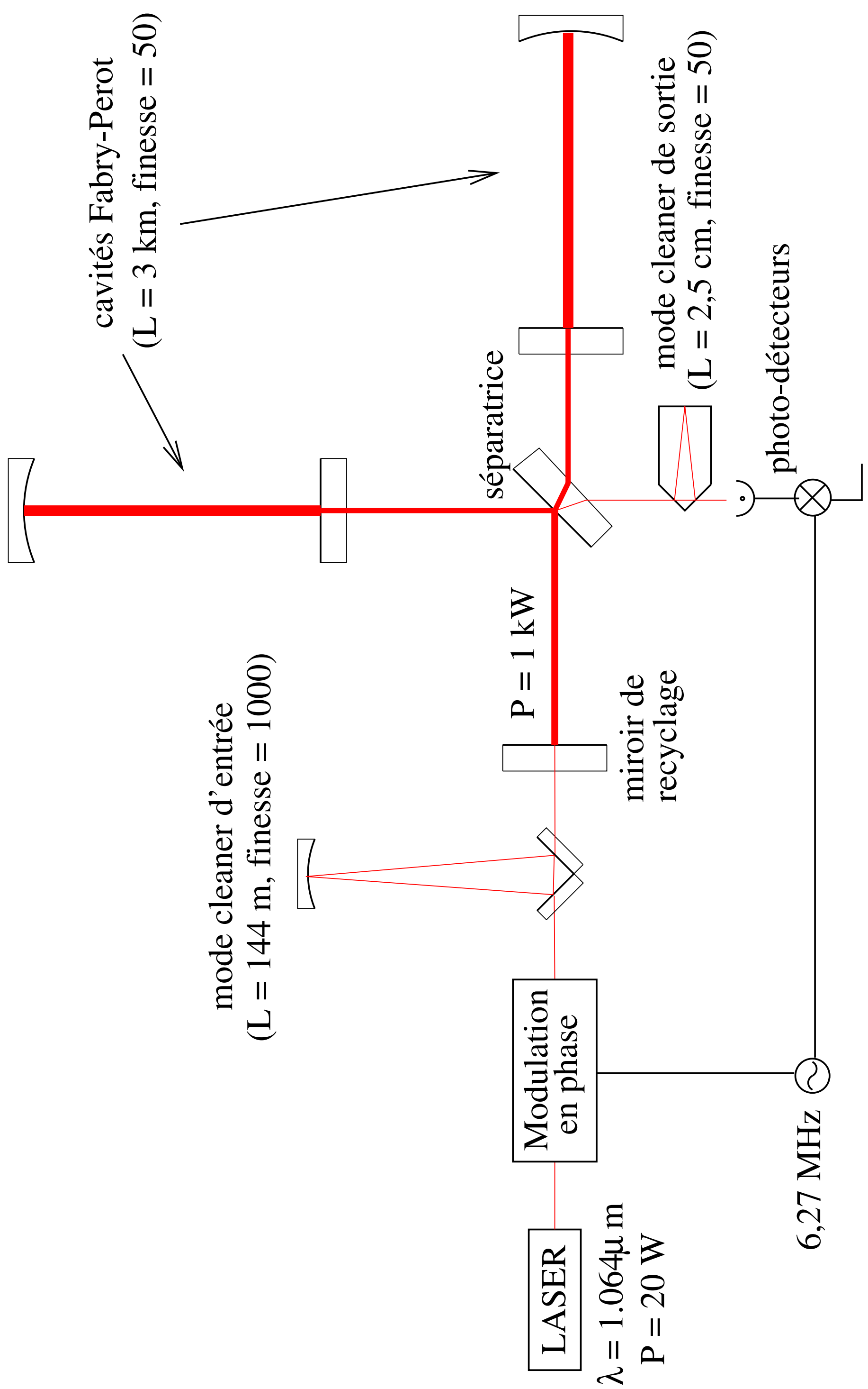


Figure 1.3.1: Principaux éléments et paramètres de la configuration optique de VIRGO.

1.3.2 Configuration mécanique

Le système de suspension des miroirs de l'interféromètre (*super-atténuateur*) a été conçu pour isoler au mieux les miroirs des perturbations extérieures liées à l'activité sismique et humaine. Son rôle est de réduire d'un facteur aussi grand que possible les mouvements parasites des miroirs, et ce dans une gamme de fréquence la plus large possible, s'étendant en particulier à basse fréquence jusque quelques hertz.

Cet objectif est atteint en utilisant une série de filtres mécaniques de type passe-bas montés en cascade et fournissant un *amortissement passif* dans tous les degrés de liberté : pendules pour les mouvements *horizontaux*, ressorts à lames pour les mouvements *verticaux*, pendules de torsion pour les *rotations* autour de l'axe vertical. La configuration est telle que les fréquences de résonance des différents oscillateurs soient suffisamment faibles pour permettre une atténuation à basse fréquence : pendules longs, système d'anti-ressort magnétique associé aux ressorts à lames, moments d'inertie élevés.

A cet amortissement passif est ajouté un *amortissement actif* dont l'objectif est de réduire la dynamique des mouvements transmis par les modes propres du super-atténuateur. Cette stabilisation repose sur l'utilisation de capteurs d'*accélération* associés à des capteurs de *position*. Son bénéfice est d'abaisser le déplacement horizontal résiduel des miroirs à $z_{RMS} = 1\ \mu m$.

Le bénéfice de ce système de suspension est de rendre le bruit sismique négligeable au delà de quelques hertz. Le bruit qui limite alors la sensibilité du détecteur dans une bande de fréquence importante est lié aux déplacements parasites des miroirs induits par des fluctuations d'origine thermique. L'ampleur de ce type de bruit – dont la modélisation reste quelque peu incertaine faute de données expérimentales – est réduite par des choix adéquats de matériaux et de géométrie pour les miroirs et les fils de suspension, ainsi que la mise au point de systèmes de suspension peu dissipatifs.

1.3.3 Contingences expérimentales

Une complication expérimentale lourde de conséquences est liée à l'ampleur du déplacement résiduel des miroirs à basse fréquence, comparable à la longueur d'onde de la lumière utilisée ($\lambda = 1,064\ \mu m$). Ceci est incompatible avec le maintien à résonance des différentes cavités optiques, lequel est néanmoins essentiel pour conserver l'interféromètre à son point de fonctionnement.

Un contrôle actif de la position des miroirs le long de l'axe du faisceau s'avère donc nécessaire pour assujettir l'interféromètre dans l'état idoine. La stabilité visée ($z_{RMS} = 10^{-12}\ m$ typiquement) exclut de fonder l'asservissement sur une mesure *locale* de la position des miroirs et requiert d'utiliser l'interféromètre pour en obtenir une mesure dite *globale*. L'exploitation des signaux collectés par des photo-diodes observant le faisceau lumineux en divers points de l'interféromètre permet d'extraire l'information relative aux différentes longueurs à stabiliser.

De la même manière, un contrôle de la position des miroirs dans leurs degrés de liberté angulaires est impératif pour assurer un alignement des miroirs garantissant un couplage optimal du faisceau laser à l'interféromètre. Cet asservissement repose également sur une mesure globale utilisant des photo-diodes à quadrants.

La difficulté expérimentale tient d'une part à l'ampleur de l'atténuation que ce contrôle en temps réel doit apporter sur le déplacement à basse fréquence des miroirs (6 ordres de grandeur), et d'autre part à la grande dynamique persistant entre le déplacement résiduel des miroirs (asservis) et la sensibilité en déplacement requise dans la bande de mesure (7 à 8 ordres de grandeur), ce qui rend critique le problème du bruit pouvant être introduit par les capteurs ou les actionneurs utilisés dans l'asservissement.

1.4 Sensibilité

Des nombreuses sources de bruit pouvant affecter la mesure effectuée, seules seront mentionnées ici celles qui limitent effectivement la sensibilité de VIRGO dans sa configuration initiale, et qui sont assez bien connues *a priori*. On distingue de manière générale le bruit de mesure (bruit de photons ou *shot noise*) du bruit de position des miroirs (bruit sismique et bruit thermique).

1.4.1 Bruit de photons

Il s'agit du bruit de mesure associé à la statistique de comptage des photons. Dans la configuration optique évoquée précédemment, il impose une limite en sensibilité donnée par :

$$\begin{aligned} \tilde{h}(f) &= \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{1}{L} \cdot \sqrt{\frac{h\nu}{2\eta\gamma P_0}} \cdot \frac{\pi}{2\mathcal{F}} \sqrt{1 + f^2/f_c^2} \qquad (1.4.1) \\ &= 1,8\ 10^{-23}/\sqrt{Hz} \quad \text{à basse fréquence} \end{aligned}$$

avec : λ et ν la longueur d'onde et la fréquence de la lumière, L, $\mathcal{F}$, f_c la longueur, la finesse et la fréquence de coupure des cavités Fabry-Perot ($f_c = c/4\mathcal{F}L$), P_0 la puissance du laser, γ le facteur de recyclage, η l'efficacité du photo-détecteur et h la constante de Planck.

1.4.2 Bruit sismique

L'activité sismique affecte la position des miroirs à travers des déplacements horizontaux transmis directement ou induits par couplage aux déplacements verticaux. Chaque degré de liberté est atténué par une série de filtres passe-bas. Le bruit sismique peut s'écrire :

$$\tilde{h}(f) = \frac{2}{L} \sqrt{HTF(f)^2 + [\alpha \cdot VTF(f)]^2} \cdot 10^{-6} \left(\frac{f_s}{f}\right)^2 \qquad (1.4.2)$$

où $HTF(f)$ et $VTF(f)$ sont les fonctions de transfert de la suspension dans les degrés de liberté horizontal et vertical α le facteur de couplage vertical-horizontal ($\alpha \sim 10^{-4}$) et où le dernier terme 10^{-6} $(f_s/f)^2$ avec $f_s = 0,3$ Hz représente la densité spectrale du bruit sismique au niveau du sol sur le site, en $m/\sqrt{Hz}$.

1.4.3 Bruit thermique

Le bruit thermique est une somme quadratique sur les différents modes propres du miroir et de sa suspension, et est modélisé par :

$$\tilde{h}(f) = \frac{1}{L} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{4\ k_B\ T\ Q_i}{m_i\ (2\pi f_i)^2\ (2\pi f)\ \ [1 + Q_i^2 (f^2/f_i^2 - 1)^2]}} \qquad (1.4.3)$$

avec : f_i, m_i, Q_i la fréquence, la masse effective et le facteur de qualité du mode, k_B la constante de Boltzmann et T la température.

On peut distinguer les diverses contributions suivantes :

- Bruit thermique associé au mode pendulaire
  Ce mode ayant une fréquence de $0,5\ Hz$, il contribue au bruit thermique à travers la partie "haute fréquence" de 1.4.3 :

$$\tilde{x_i}^2(f) = \frac{4\ k_B\ T (2\pi f_i)^2}{m_i\ Q_i\ (2\pi f)^5} \qquad (1.4.4)$$

$$\text{soit } \tilde{h}(f) = 10^{-22} \left(\frac{40\ Hz}{f}\right)^{5/2} /\sqrt{Hz} \qquad (1.4.5)$$

- Bruit thermique associé aux modes propres des fils de suspension
  Ces modes *violon* contribuent essentiellement au voisinage immédiat de leurs fréquences de résonance, qui sont des harmoniques de la fréquence de résonance du mode fondamental : $f_n = n f_1$ avec $f_1 = 327\ Hz$.

- Bruit thermique associé aux modes propres des miroirs
  Ces modes de fréquence élevée contribuent au voisinage de leur fréquence de résonance pour ceux d'ordre le plus bas ($f_i = 5719\ Hz$) et à travers la partie "basse fréquence" de 1.4.3 pour l'ensemble des modes :

$$\tilde{x}^2(f) \quad = \quad \sum_i \frac{4\ k_B\ T}{m_i\ Q_i\ (2\pi f_i)^2\ (2\pi f)} \tag{1.4.6}$$

1.4.4 Sensibilité effective

En figure 1.4.1 est reportée la courbe de sensibilité de VIRGO, telle que prédite par une prise en compte de toutes les sources de bruit modélisables *a priori*.

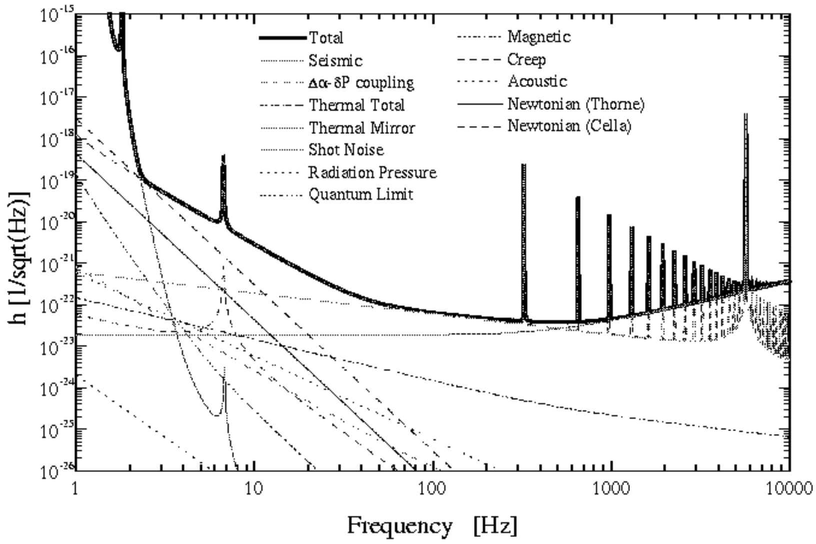


Figure 1.4.1: Courbe de sensibilité de VIRGO.

Il est à noter qu'une telle courbe de sensibilité ne représente qu'une limite inférieure du bruit du détecteur. En pratique de nombreux bruits instrumentaux viennent s'ajouter : contamination électromagnétique de l'électronique (en particulier harmoniques du 50 Hz), bruits introduits par les asservissements et les imperfections de l'interféromètre, etc. Si ces contributions ne sont pas prédictibles *a priori*, elles ont été cependant clairement observées dans les détecteurs prototypes. Elles ont néanmoins la propriété de pouvoir être réduites à mesure que les procédures de diagnostic conduisent à une meilleure compréhension de l'appareillage.

En se fondant sur la sensibilité théorique, la comparaison du spectre attendu pour le signal produit par la coalescence de deux étoiles à neutrons de 1,4 $M_\odot$ distantes de 30 Mpc avec la densité spectrale de bruit du détecteur conduit à un rapport signal sur bruit intégré de l'ordre de 10. En pratique, la possibilité d'isoler un tel événement dépendra de la fréquence avec laquelle le bruit observé manifestera des fluctuations vers des valeurs comparables.

En effet, exprimer la sensibilité du détecteur en termes d'une densité spectrale de bruit telle que celle de la figure 1.4.1 fait l'hypothèse d'un bruit stationnaire et gaussien. En réalité le bruit présente des caractéristiques non-stationnaires, et surtout une composante non-gaussienne qui en pratique impose la véritable limite de sensibilité. Ce bruit de fond non-gaussien peut être réduit par la mise en coïncidence de plusieurs détecteurs ainsi que par la mise en oeuvre, au niveau de chaque détecteur, de techniques de veto performantes utilisant des informations auxiliaires.

Chapitre 2

Le logiciel de simulation SIESTA

2.1 Introduction

L'objet de ce chapitre n'est pas de présenter la structure et le contenu de SIESTA[1]. Ceci a fait l'objet d'une publication qui est reproduite en annexe A. Le propos est ici plutôt de rappeler les motivations et les orientations principales qui ont conduit au logiciel tel qu'il est aujourd'hui.

Les choix qui ont présidé à la conception et à l'élaboration de SIESTA ont été guidés pour l'essentiel par les exigences des deux principaux domaines d'application de la simulation, à savoir les problèmes de contrôle et l'analyse de données.

Après un bref historique de l'évolution de SIESTA, les orientations déterminantes pour l'élaboration du logiciel seront présentées. Les éléments mis en oeuvre seront ensuite considérés vis-à-vis de leurs champs d'application respectifs.

Il convient de mentionner ici un aspect qui ne sera pas abordé dans ce document, à savoir l'exploitation de SIESTA pour la conception du détecteur en dehors du système d'asservissement. On peut notamment citer les travaux menés sur le banc de détection de l'expérience, qui ont bénéficié d'une simulation optique détaillée de l'interféromètre [4].

2.2 Historique

L'histoire du développement de SIESTA peut être brièvement résumée comme suit. Les premiers développements remontent à 1990, et ont porté sur les premiers

[1]Simulation of Interferometric Experiments Sensitive To grAvitational waves

modules de génération de données (signal et bruit) ainsi que sur une première modélisation des aspects nécessaires à une description intégrée du détecteur : optique, mécanique, traitement du signal.

Le champ d'application s'est ensuite concentré essentiellement (mais pas exclusivement) sur les problèmes de contrôle. Le développement, dont la coordination m'a été confiée fin 1994 s'est donc attaché à mettre en place les outils nécessaires au traitement de cette question. Ceux-ci ont notablement évolué par rapport aux premières simulations de la boucle d'asservissement longitudinale effectuées fin 1993, tant en ce qui concerne le traitement de la mécanique que celui de l'optique. En parallèle, les outils de base pour la production de données simulées ont été échafaudés.

Ces activités ont amené SIESTA à un niveau opérationnel, menant ainsi à bien la première phase de développement, dont l'achèvement a permis un transfert de responsabilités fin 1998.

2.3 Choix d'ordre général

Les trois options fondamentales qui ont orienté le développement de SIESTA sont exposées ici, en mettant en évidence leur influence sur l'efficacité et la simplicité – de développement et d'utilisation – du premier simulateur intégré d'interféromètre.

2.3.1 Domaine de simulation

Un choix déterminant a été d'adopter le domaine temporel comme cadre de simulation plutôt que le domaine fréquentiel. Ce choix s'est imposé bien que le domaine fréquentiel ne soit pas *a priori* inadapté à une simulation de VIRGO. Il est d'ailleurs utilisé par d'autres outils de simulation [5].

Insuffisances d'une simulation fréquentielle

L'adéquation d'une représentation de ce type – qui a l'avantage de l'efficacité – repose sur le fait que la sensibilité du détecteur est traditionnellement caractérisée par la densité spectrale de bruit, et que le détecteur lui-même peut être décrit comme un ensemble de fonctions de transfert, d'ordre mécanique ou optique.

Néanmoins, une telle description dans le domaine des fréquences présente des limitations. La densité spectrale de bruit n'est qu'un résumé de la sensibilité du détecteur, fondé sur l'hypothèse d'un bruit stationnaire et gaussien. En pratique cette hypothèse n'est qu'en partie vérifiée. Elle l'est bien-sûr suffisamment pour justifier que la densité spectrale de bruit soit effectivement représentative de la sensibilité du détecteur. Toutefois, l'expérience montre [6] que les recherches de signaux impulsifs sont limitées par les bruits non stationnaires et/ou non gaussiens (bruit excédentaire) qui ne sont pas décrits dans le cadre d'une statistique gaussienne stationnaire.

Qui plus est, une représentation fréquentielle est à même de décrire le comportement du détecteur de manière appropriée uniquement au voisinage de son point de fonctionnement, lorsque tous les couplages peuvent être considérés comme linéaires. Ceci est insuffisant pour le traitement de certains aspects essentiels du contrôle de l'interféromètre, pour lesquels les phénomènes de non linéarité revêtent une grande importance.

Atouts d'une simulation temporelle

Une simulation dans le domaine temporel ne possède pas les limitations intrinsèques à une simulation fréquentielle. Elle offre un cadre naturel au traitement des phénomènes de couplage entre sous-systèmes ainsi qu'au traitement des non linéarités, éléments fondamentaux pour les études du contrôle.

En ce qui concerne l'analyse de données, une simulation temporelle offre la possibilité de produire des données similaires aux données réelles, pouvant être stockées au même format. Cet avantage technique s'ajoute à la possibilité d'inclure plus aisément du bruit excédentaire, voire d'utiliser des données réelles en guise de générateur de bruit.

L'option d'une simulation mixte qui consisterait à opérer l'essentiel des calculs dans le domaine fréquentiel, et à ne réaliser une simulation temporelle qu'en bout de chaîne n'a pas non plus été retenue. Outre qu'une telle solution conserverait les limitations d'une modélisation fréquentielle, sa moindre cohésion se traduirait par un manque de flexibilité.

Bien que l'accent soit mis ici sur les avantages d'une simulation temporelle, l'analyse fréquentielle n'en reste pas moins un outil privilégié pour l'étude des problèmes considérés. Les outils classiques permettant d'extraire l'information dans le domaines des fréquences à partir des séries temporelles générées sont bien entendu intégrés dans SIESTA.

2.3.2 Modularité

L'accent a été mis sur la modularité du logiciel, tant au niveau de sa structure qu'au niveau de l'interface utilisateur, les deux allant de pair et reposant sur une conception orientée objet. Au niveau de l'interface, la modularité apporte la flexibilité dans la définition de la configuration.

La structure modulaire rend par ailleurs aisée l'intégration de nouveaux modèles, et permet qu'une partie du code soit réutilisée hors du cadre de SIESTA. C'est notamment le cas des modules de traitement du signal qui sont utilisés par siestaRT, programme destiné à une utilisation en temps réel, qui intègre une interface VME permettant la lecture et le pilotage de convertisseurs (ADC ou DAC). Les capacités de traitement liées à cette utilisation de modules de SIESTA sont par exemple exploitées pour le verrouillage de la cavité de filtrage du banc de détection (*mode cleaner*). Elles le seront également pour piloter le dispositif d'étalonnage du détecteur. La boucle de base et les outils graphiques de SIESTA sont par ailleurs le fondement du programme de visualisation des données (*Data Display*).

Le parti pris modulaire exposé ici a été exploité pour orienter le développement dans une démarche de type *boîte à outils*. Dans cette approche, plusieurs modèles peuvent coexister quant à la simulation d'un aspect particulier, offrant des niveaux de description plus ou moins approfondis. La standardisation des interfaces permet de les substituer les uns aux autres aussi aisément que possible en fonction des besoins. D'un point de vue technique, cette méthode a également l'avantage de faciliter la répartition des tâches de développement.

2.3.3 Interface utilisateur

Le choix qui a été arrêté quant à l'interface utilisateur a été celui de la simplicité. L'interface est faite à travers un fichier de configuration qui est composé de texte ordinaire, à la syntaxe élémentaire reposant sur des mots clefs suivis de paramètres.

Dans l'absolu, la structure du programme se prête bien à une interface graphique permettant une configuration visuelle à partir d'objets reliés entre eux graphiquement, puisque les objets sont la substance du programme et qu'ils communiquent entre eux à travers des objets spécifiques et peu nombreux. En pratique l'élaboration d'une tel outil graphique n'a jamais été entreprise, en raison des ressources limitées et de l'effort de développement considérable que représente la réalisation d'une interface de ce type qui soit simple et efficace. La nécessité n'en a d'ailleurs jamais été pressante, puisque les fichiers de configuration courants demeurent d'une ampleur modeste, dépassant rarement la centaine de lignes.

En revanche, la construction d'une interface graphique plus simple a fait l'objet du stage d'un étudiant [7]. Cette interface repose sur un éditeur de texte ordinaire destiné à composer le fichier de configuration. L'éditeur a connaissance de la syntaxe utilisée, et possède un dictionnaire des mots clefs licites et de leurs paramètres associés. Le dictionnaire est constitué dynamiquement par une analyse grammaticale des fichiers sources de SIESTA, moyennant le respect de quelques règles minimales.

Développée en 1995, cette interface graphique s'est révélée assez robuste vis à vis des évolutions ultérieures du programme, puisqu'elle fonctionne encore convenablement aujourd'hui.

2.4 La simulation vis à vis du contrôle de l'instrument

2.4.1 Position du problème

Il ne s'agit de détailler ici ni la question du contrôle de l'interféromètre, qui fait l'objet du chapitre 3, ni l'inventaire des modèles mis en oeuvre dans SIESTA, lequel est présenté dans l'annexe A. L'intention est de décrire les impératifs d'une simulation du système de contrôle de l'interféromètre, et de préciser les contraintes qui pèsent sur les modèles.

Le problème du contrôle en temps réel de l'interféromètre peut se décliner en plusieurs thèmes, ayant leurs exigences propres :

- L'asservissement longitudinal de l'interféromètre au voisinage de son point de fonctionnement, c'est-à-dire l'asservissement de la position des miroirs le long de l'axe optique permettant de conserver les propriétés de résonance et de frange noire. Cet aspect recouvre à la fois les problèmes d'extraction de signaux d'erreurs (stratégie), de réponse dynamique de l'interféromètre (optique), et de contrôle proprement dit du miroir suspendu.

- L'asservissement angulaire de l'interféromètre au voisinage de son point de fonctionnement, ou alignement linéaire, permettant de maintenir le plan de chaque miroir orthogonal à l'axe optique. Le fait que cet asservissement fonctionne à basse fréquence réduit la question essentiellement au problème de l'extraction des signaux d'erreur pour ces degrés de liberté. L'interaction entre les asservissements longitudinal et angulaire est également un point qui mérite attention et qui peut être abordé à travers la simulation.

- La recherche d'un point de fonctionnement pour ce qui est de l'asservissement longitudinal (phase de démarrage). Pour cette question les aspects dynamiques et non linéaires sont cruciaux, que ce soit dans la réponse optique de l'interféromètre ou dans le dispositif d'action sur le miroir.

- Le contrôle de position du miroir suspendu. Cet aspect est bien entendu englobé par les autres, mais il s'agit d'un problème suffisamment complexe pour être considéré en tant que tel. Il présente lui-même deux faces puisqu'il se divise en un contrôle local (incluant l'amortissement inertiel) et un contrôle global utilisant plusieurs actionneurs.

2.4.2 Eléments mis en oeuvre

Le problème considéré ici est typiquement de ceux qui demandent une simulation intégrée couvrant différents aspects du détecteur, et pour lequel une simulation dans le domaine temporel est un outil puissant de par sa capacité à prendre en compte les couplages entre sous-systèmes ainsi que les phénomènes non linéaires.

Mécanique

L'objet d'une modélisation mécanique est de simuler le comportement d'un miroir suspendu à un super-atténuateur, soumis à diverses influences : perturbations extérieures (bruit sismique), forces de rétroaction impliquées dans les contrôles locaux et globaux (longitudinal et angulaire).

Une simulation détaillée d'un tel ensemble est complexe, et les premiers développements se sont concentrés sur des descriptions effectives extrêmement simplifiées. Celles-ci rendent compte des mouvements du miroir dans un seul degré de liberté – le long de l'axe optique – sous l'influence de forces de rétroaction appliquées dans un premier temps au niveau du miroir exclusivement, puis à divers niveaux de la suspension par la suite. De tels modèles sont bien adaptés pour des études relatives au contrôle longitudinal de l'interféromètre.

Pour ce qui est du contrôle local de la suspension ainsi que de l'alignement, une modélisation plus spécifique permettant de rendre compte du mouvement de chaque élément dans les six degrés de liberté est nécessaire. L'élaboration en a été entreprise par le groupe de Pise, et une première version rendue disponible début 1998. Le développement se poursuit depuis dans deux directions différentes répondant à des nécessités paradoxales : d'une part celle d'une description toujours plus détaillée pour les besoins du contrôle du miroir suspendu proprement dit, et d'autre part celle d'une simulation effective rapide, précieuse pour une étude du système d'asservissement dans son ensemble.

Optique

L'objet de la partie optique de la simulation est d'établir la valeur du champ lumineux en divers endroits de l'interféromètre, et ce en fonction de la position des différents éléments optiques, qui varie avec le temps. Ce calcul de la réponse optique de l'interféromètre doit être mené pour les différentes bandes de fréquence du faisceau (porteuse et bandes latérales).

Les points importants pour les études de contrôle sont les suivants :

- La capacité à rendre compte du caractère *dynamique* de la réponse de l'interféromètre, c'est-à-dire de ses variations en fonction de la fréquence des mouvements des miroirs. Il s'agit d'un élément clef pour pouvoir assurer la stabilité du schéma de contrôle envisagé.

- La capacité à décrire la réponse de l'interféromètre tant dans le *régime linéaire*, lorsque l'interféromètre est au voisinage de son point de fonctionnement, que dans le *régime non linéaire*, lorsque l'interféromètre est éloigné de son point de fonctionnement et que l'on cherche à modéliser la phase de démarrage.

- La capacité à rendre compte de la réponse de l'interféromètre vis à vis des déplacements *longitudinaux* des miroirs, pour laquelle une description en onde plane (ou monomode) est suffisante, ainsi que vis à vis des déplacements *angulaires* des miroirs, pour laquelle une description multimode s'avère nécessaire, les défauts d'alignement des éléments optiques se traduisant par un couplage entre le mode fondamental du faisceau et les modes d'ordre supérieur.

Electronique

Les opérations électroniques ayant leur place dans la simulation d'une boucle d'asservissement sont les suivantes :

- *Collection de lumière :* il s'agit ici de simuler la mesure de puissance effectuée par des photo-diodes, simples ou à quadrants. Cette opération comprend l'introduction du bruit de photons (*shot noise*).

- *Démodulation :* Les signaux d'erreurs pour l'asservissement, tout comme le signal porteur des ondes gravitationnelles, sont portés par l'interférence entre la porteuse et les bandes latérales et sont donc modulés à haute fréquence. Il convient de simuler l'opération de démodulation en extrayant le signal à la fréquence de modulation connaissant l'intensité du champ lumineux dans les différentes bandes de fréquence.

- *Conversion :* Les convertisseurs analogique-numérique (ADC) ou numérique-analogique (DAC) sont également des éléments dont la prise en compte est importante dans la simulation d'une boucle d'asservissement. Outre les bruits de l'électronique et de quantification, leur gamme dynamique limitée introduit des phénomènes de saturation qu'il convient de considérer lors de la conception du schéma de contrôle.

Traitement du signal

Les outils de traitement du signal complètent l'arsenal des éléments permettant de réaliser une simulation du système de contrôle.

- *Outils généraux :* Ils permettent de manipuler les signaux suivant un certain nombre d'opérations élémentaires, telles que la combinaison linéaire, l'affectation conditionnelle, le retard, etc.

- *Filtres numériques :* Il est nécessaire de disposer d'outils pour réaliser les filtres numériques impliqués dans les boucles de rétroaction. Il s'agit, à partir d'une fonction de transfert analogique, de mettre en oeuvre les équations de récurrence à appliquer aux échantillons d'un signal quelconque.

2.5 La simulation vis à vis de l'analyse des données

Un des objectifs primordiaux de SIESTA est de constituer également un outil pour l'analyse des données issues du détecteur. On peut discerner deux aspects assez distincts à la question de l'analyse des données : l'analyse des données brutes, qui se rapporte à la compréhension de l'instrument, et l'analyse des données reconstruites, qui concerne la recherche de signaux d'ondes gravitationnelles.

La simulation peut prêter son concours à chacun de ces aspects, qui ont leurs besoins particuliers quant aux éléments à mettre en oeuvre. La production de données simulées est bien entendu un outil essentiel pour la mise au point d'algorithmes adaptés à la recherche de signaux. La compréhension du détecteur fait quant à elle appel au même type de moyens que l'étude du contrôle de l'interféromètre, c'est-à-dire une simulation intégrée, dont nous avons déjà détaillé les éléments plus haut.

A la frontière entre ces deux domaines se situe le problème de la reconstruction des données, qui consiste à extraire des données brutes le canal physique sur lequel s'effectue les recherches de signaux. SIESTA fournit un cadre adapté à la mise au point des algorithmes de reconstruction, de par sa capacité à générer des données brutes et à intégrer la stimulation du détecteur par des signaux d'étalonnage.

2.5.1 Compréhension de l'instrument

Une des ambitions de SIESTA est d'être un outil pour appréhender le comportement de l'appareillage, en particulier lors de la phase initiale de mise au point. Réciproquement, cette même phase devra permettre de procéder à l'ajustement des paramètres du logiciel pour reproduire au mieux les observations.

On peut s'attendre à ce que SIESTA, mettant en oeuvre les éléments pertinents pour une simulation intégrée du système asservi, et ayant servi de cadre à l'élaboration du système de contrôle, se révèle particulièrement utile pour la compréhension et la maîtrise de celui-ci.

Plus précisément, l'intérêt du logiciel de simulation réside ici dans sa capacité à propager vers le canal principal une perturbation introduite en un point quelconque du système, ainsi qu'à mettre en évidence des couplages entre différentes parties du système.

La description physique du système sur laquelle repose SIESTA est certainement trop grossière et trop effective pour pouvoir pénétrer le fonctionnement interne de sous-systèmes particuliers et y mettre en lumière d'éventuelles anomalies. En revanche, le caractère global de la description se prête bien à une analyse du fonctionnement de l'instrument dans son ensemble.

Peu d'éléments concrets peuvent être apportés à l'appui des affirmations qui précèdent, dans la mesure où SIESTA a encore été rarement confronté à un appareillage existant. On peut toutefois mentionner l'expérience acquise lors de la mise au point de l'asservissement du *mode cleaner* prototype d'Orsay. Les travaux menés à cette occasion ont montré que la simulation était capable de décrire la réponse optique du système et de fournir une assistance à la mise au point de l'asservissement [8].

Dans le même ordre d'idée, on peut citer les travaux effectués quant au verrouillage d'une cavité Fabry-Perot suspendue de l'interféromètre prototype de Caltech. Ceux-ci se sont appuyés sur une simulation optique dynamique de la cavité – similaire à celle mise mise en oeuvre dans SIESTA – pour modéliser le régime transitoire observé lorsque les mouvements des miroirs sont tels que la cavité croise un point de résonance à grande vitesse. La modélisation a ensuite été utilisée pour élaborer une stratégie d'accrochage de la résonance, celle-ci ayant ensuite été employée efficacement sur le dispositif expérimental [9].

A moyen terme, la mise en route de l'interféromètre central (CITF) de VIRGO sera la première occasion à la fois de tester SIESTA, d'en ajuster les paramètres, et de l'utiliser d'une façon approfondie.

2.5.2 Mise au point d'algorithmes de recherche

Un aspect traditionnel de l'utilisation d'un logiciel de simulation est son exploitation pour la mise au point et l'évaluation d'algorithmes de recherche de signaux, à travers des études *Monte-Carlo*. SIESTA présente les outils de base permettant une utilisation dans ce sens, même s'il s'agit probablement du domaine où une évolution à court terme du logiciel est la plus impérative pour que ce rôle puisse être pleinement rempli.

La production de données simulées propres à servir de banc d'essai pour des algorithmes de recherche repose sur deux facultés bien distinctes, d'une part celle de générer des réalisations du bruit issu du détecteur présentant des caractéristiques conformes à la réalité, et d'autre part celle de générer des signaux d'ondes gravitationnelles (des *événements*) tels qu'on s'attend à les percevoir au niveau du détecteur.

Ces deux aspects peuvent être traités séparément, dans la mesure où la superposition du signal au bruit est linéaire. Il est néanmoins avantageux, et c'est l'approche qui a été retenue, de pouvoir disposer des deux éléments intégrés dans le même environnement de simulation afin de simplifier la production de données simulées.

Générateurs de bruit

Bien qu'il soit *a priori* envisageable de recourir à une simulation complète du détecteur pour générer des séries temporelles de bruit, il s'agit d'un moyen lourd à mettre en oeuvre et coûteux en temps de calcul, qui ne se justifie pas si le propos est de mettre au point une analyse de bout de chaîne. Dans ce cas il est plus approprié d'utiliser un générateur de bruit rapide visant à reproduire les caractéristiques du signal issu du détecteur. Comme il a déjà été évoqué, le bruit du détecteur peut être caractérisé par ses composantes moyenne (bruit ordinaire) et atypique (bruit excédentaire).

- Reproduction de la courbe de sensibilité

  Une simulation du bruit dans ses caractéristiques moyennes consiste à produire des séries temporelles dont la densité spectrale correspond à la courbe de sensibilité de VIRGO. D'une manière générale, ces séries temporelles sont obtenues en filtrant numériquement des séquences de bruit blanc, afin d'obtenir le spectre désiré.

  – Le générateur de bruit mis en oeuvre dans SIESTA repose sur une approche de *modélisation* qui consiste à inclure dans le filtre numérique employé les composantes connues *a priori* de la courbe de sensibilité du détecteur (*shot noise* et divers bruits d'origine thermique), en fonction de paramètres dont les valeurs peuvent être issues de mesures expérimentales ou de modélisations plus détaillées du système.

  – Les perspectives en la matière sont d'évoluer vers une approche d'*identification* consistant à composer un filtre numérique (de type ARMA) par ajustement à une courbe de sensibilité qui peut être expérimentale ou issue de modélisations. Cette démarche présente l'avantage d'être plus souple et de permettre notamment d'inclure des composantes du bruit peu accessibles à la modélisation. Son caractère prometteur a été démontré par le groupe de Pise [10], nonobstant une certaine insuffisance vis à vis de la présence de composantes non linéaires dans le bruit.

- Bruit excédentaire

  Le bruit excédentaire est par nature plus difficile à inclure dans une simulation puisqu'il trahit les comportements "accidentels" du détecteur, et échappe donc à toute modélisation *a priori*. Son importance n'en est pas moins cruciale pour la plupart des recherches de signaux, et son absence constitue une carence qui devra être comblée.

– A l'avenir, une approche tirant parti de la simulation temporelle pourra consister à en réaliser une simulation *ad hoc*, pourvu que ses caractéristiques – forme, amplitude, fréquence – puissent être établies à partir des données expérimentales, et que les transitoires observés puissent se calquer sur des formes simples (exponentielle décroissante, sinusoïde amortie...)
– Le fait d'avoir opté pour une simulation dans le domaine temporel ouvre également la possibilité d'une autre voie consistant à exploiter la rareté des signaux d'ondes gravitationnelles dans les données collectées par le détecteur pour utiliser celles-ci comme des réalisations particulièrement représentatives du bruit observé. Cette démarche peut se limiter à extraire des données des épisodes accidentels et à les utiliser ensuite comme modèles du genre, ou bien être étendue à une utilisation pure et simple des données expérimentales comme source de réalisations du bruit, auxquelles peuvent être superposés des signaux d'ondes gravitationnelles simulés en vue d'études *Monte-Carlo*.

Générateurs d'événements

Le rôle des générateurs d'événements est de produire des séquences temporelles correspondant aux signaux issus du détecteur en réponse à des ondes gravitationnelles émises par des sources de type connu. Ceci recouvre deux aspects distincts :

- Les signaux émis au niveau de la source, qui sont issus de calculs théoriques dont les résulats peuvent se présenter sous forme analytique ou numérique. L'éventail des signaux inclus dans SIESTA est encore minimal, et devra être étoffé :

  – Coalescences de systèmes binaires

    Les signaux issus de telles sources sont simulés à l'ordre newtonien et au premier ordre post-newtonien. Les améliorations futures devront porter sur la prise en compte des ordres supérieurs connus.

  – Etoiles à neutrons

    Au niveau de la source, la description des signaux émis par des étoiles à neutrons est purement sinusoïdale. Elle pourra être affinée par la prise en compte d'un éventuel ralentissement au cours du temps de la rotation de l'étoile.

  – Sources impulsionnelles

Ce type de source est encore complètement absent de SIESTA à l'heure actuelle, en raison de la grande incertitude pesant sur les signaux émis. Il faudra néanmoins combler cette lacune, par exemple en intégrant les signaux répertoriés comme pouvant être émis lors de l'explosion de *supernovae*.

- La réponse du détecteur, qui dépend de la position et de l'orientation de celui-ci par rapport à la source. Ceci se traduit par des effets géométriques de projection, ainsi que par un effet de modulation en amplitude et en phase, en raison du déplacement du détecteur au cours du temps. La simulation de ces effets suppose donc la connaissance de la position et de l'orientation du détecteur en fonction du temps, laquelle repose sur des éphémérides.

Chapitre 3

Applications de la simulation

Ce chapitre est consacré à deux sujets que j'ai abordés soit parallèlement à l'élaboration de SIESTA, soit plus récemment. Il s'agit d'une part des problèmes de contrôle en temps réel de l'interféromètre, et d'autre part des questions d'étalonnage et de reconstruction intervenant en amont de l'analyse des données.

Ces sujets représentent deux champs de recherche et développement à part entière, qui dépassent largement le cadre choisi ici d'applications de la simulation. Ils sont néanmoins présentés dans l'optique d'une illustration des résultats que la simulation permet d'obtenir.

3.1 Problèmes de contrôle

Les miroirs suspendus sont animés de mouvements résiduels à basse fréquence, induits par le bruit sismique amplifiés par les modes propres du super-atténuateur. Ces mouvements sont en partie amortis par un contrôle local utilisant des capteurs de position et d'accélération et permettant de réduire le déplacement moyen du miroir au niveau du micron.

Un tel déplacement reste néanmoins incompatible avec le maintien des conditions d'interférence nécessaires au fonctionnement de l'interféromètre. Plus généralement, un ensemble de contraintes (conditions d'interférence, couplage réduit de l'interféromètre aux fluctuations de puissance du laser, dynamique résiduelle du système de contrôle) impose que la position des miroirs les plus critiques (ceux des cavités Fabry-Perot) ne varie pas au delà de $10^{-13} - 10^{-12}$ m [3, 11].

Signaux d'erreur

Pour asservir la position des miroirs avec une telle précision, un système de contrôle en temps réel est mis en oeuvre, qui repose sur une mesure *globale* des distances séparant les miroirs. Cette mesure globale utilise comme capteurs un ensemble de photo-diodes permettant de mesurer l'intensité lumineuse en différents points de l'interféromètre.

Le principe de la mesure met à profit la modulation en phase exercée sur le faisceau illuminant l'interféromètre, dans une généralisation de la technique Pound-Drever. Une démodulation en phase des signaux recueillis par les diverses photo-diodes permet de suivre avec la sensibilité requise l'état des conditions d'interférence, avec le handicap d'un fort couplage entre les différentes distances à mesurer [12].

Actionneurs

Divers actionneurs - possédant des gammes dynamiques et des gammes de fréquence différentes - sont disponibles pour agir sur les miroirs afin de modifier leur position.

- Des moteurs agissant au niveau supérieur de la suspension permettent d'effectuer un ajustement de la position du miroir de l'ordre du millimètre, et ce à très basse fréquence ($<$ 100 mHz).

- Des couples bobines - aimants situés au niveau de la marionnette permettent d'exercer une force dont le RMS ne peut excéder quelques millinewtons en régime permanent. Ce dispositif permet de corriger la position du miroir dans une gamme de l'ordre du micron, à basse fréquence (0,1 - 1 Hz).

- Des couples bobines - aimants situés directement au niveau du miroir permettent d'exercer une force dont le RMS ne peut excéder quelques micronewtons en régime permanent (pour limiter le bruit injecté). Ce système permet d'ajuster la position du miroir dans une gamme de l'ordre du nanomètre, à plus haute fréquence ($>$ 1 Hz).

Aspects du problème

La question de l'alignement longitudinal de l'interféromètre présente plusieurs aspects aux enjeux différents :

- En régime permanent, appelé couramment régime linéaire, il s'agit de mettre au point un système permettant de contenir les variations de position des miroirs dans les limites de la tolérance. Les points cruciaux sont ici la stabilité et la robustesse du système, ainsi que le niveau du bruit injecté dans le canal principal.

- Durant la phase d'acquisition d'un point de fonctionnement, dite phase de démarrage, il s'agit de mettre au point une procédure capable de ralentir suffisamment les différents miroirs pour amener l'interféromètre au voisinage immédiat d'un point de fonctionnement dans des conditions permettant de commuter vers le système de contrôle linéaire. L'enjeu est ici de réduire la durée de cette phase; les difficultés sont liées à l'extraction de signaux d'erreurs pertinents, ainsi qu'au caractère borné des forces pouvant être exercées sur les miroirs.

La nécessité d'un contrôle de la position des miroirs se manifeste également en ce qui concerne les degrés de liberté angulaires. Il est impératif de compenser les défauts d'alignement à basse fréquence (< 10 Hz), pour assurer un couplage optimal de l'interféromètre au faisceau incident, ainsi que pour réduire le couplage entre des désalignements à basse fréquence et les désalignements résiduels à plus haute fréquence. La précision avec laquelle ces désalignements à basse fréquence doivent être contrôlés est de 10^{-8} rad RMS [13].

Un désalignement des miroirs engendre des modes d'ordre supérieur au sein du faisceau circulant dans l'interféromètre. Ceux-ci sont mis en évidence à travers une technique de modulation - démodulation synchrone (une généralisation des techniques d'Anderson et Ward) et une analyse des faisceaux par la mesure des asymétries haut-bas et droite-gauche observées sur des photodiodes à quadrants [3].

3.1.1 Contrôle longitudinal linéaire

Outils de simulation

Les outils de simulation pertinents pour une étude du problème considéré ici sont essentiellement de deux natures :

- Mécanique : il s'agit de simuler dans le domaine temporel le comportement d'un super-atténuateur dans le degré de liberté longitudinal. L'enjeu est ici de reproduire aussi fidèlement que possible les différentes fonctions de transfert entre le bruit sismique et le déplacement du miroir d'une part, et entre les divers actionneurs et le déplacement du miroir d'autre part, en tenant compte dans la mesure du possible des effets engendrés par l'amortissement actif exercé sur les étages intermédiaires de la suspension.

  Dans le passé des modèles approchés ont été utilisés. C'est notamment le cas de l'étude présentée en annexe B. Plus récemment, un modèle plus complet a été élaboré qui devrait à moyen terme remplir l'ensemble des conditions évoquées ci-dessus.

- Optique : il s'agit de simuler dans le domaine temporel la réponse de l'interféromètre à des variations des distances séparant les miroirs, dans le régime linéaire, c'est-à-dire vis à vis de variations de distance petites par rapport à la largeur de raies des cavités.

  Les modèles fondés sur une hypothèse quasi-statique utilisés dans les premières études (en particulier celle présentée en annexe B) ont été complétés par des modèles rendant compte de la dynamique du système.

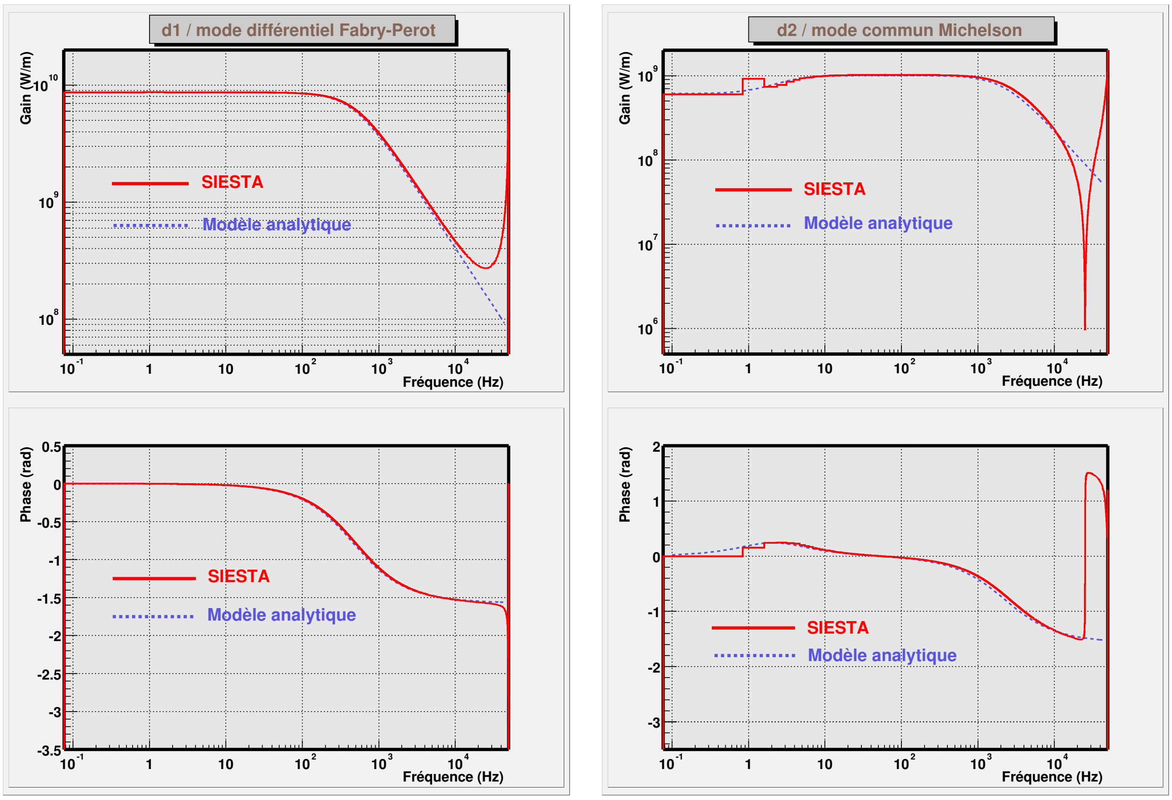


Figure 3.1.1: Deux exemples de fonctions de transfert caractérisant la réponse de l'interféromètre en régime linéaire. A gauche : fonction de transfert entre le mode différentiel des Fabry-Perot et la photo-diode placée au port anti-symétrique de l'interféromètre. A droite : fonction de transfert entre le mode commun du Michelson et la photo-diode placée au port symétrique de l'interféromètre.

En régime linéaire, la réponse de l'interféromètre se caractérise par un certain nombre de fonctions de transfert, reliant les variations des différentes distances aux signaux enregistrés par les capteurs. Cette information est facilement extraite à partir de la simulation temporelle mise en oeuvre dans

SIESTA, et a pu être confrontée aux résultats d'une modélisation analytique dans le domaine fréquentiel [14]. La figure 3.1.1 montre deux exemples de fonctions de transfert, comparées à la prédiction du modèle fréquentiel, lequel ne rend pas compte de la périodicité de la réponse de l'interféromètre, d'où les différences apparaissant à haute fréquence.

Eléments d'étude

L'étude présentée en annexe B est une étude préliminaire réalisée en 1994 et 1995 portant sur l'analyse de la faisabilité et des limitations d'une solution possible pour le contrôle longitudinal linéaire de l'interféromètre. Celle-ci se caractérisant par :

- l'utilisation des seuls actionneurs agissant directement au niveau du miroir, à l'exclusion des actionneurs situés au niveau de la marionnette.
- un découplage *software* des signaux d'erreur issus des différents capteurs
- un asservissement actif dans une bande de fréquence relativement limitée n'excédant pas 100 Hz.
- des boucles d'asservissement identiques pour les différents miroirs

L'étude s'est attachée plus particulièrement aux points suivants :

- La mise en oeuvre de compensateurs permettant d'atteindre la stabilité requise sur la position des miroirs, ce qui est faisable au prix de compensateurs complexes.
- Une évaluation de la robustesse de l'asservissement vis à vis d'imperfections dans le découplage des signaux d'erreur, montrant ainsi la viabilité d'une telle stratégie de découplage.
- La prise en compte d'effets non-linéaires, en l'occurrence les effets de saturation de l'électronique permettant d'évaluer la dynamique nécessaire sur les chaînes de lecture des capteurs et de pilotage des actionneurs. Ceci a permis de mettre en évidence la véritable limitation de la solution envisagée : l'incompatibilité de la dynamique nécessaire sur la chaîne de rétroaction - pour maintenir le bruit injecté à un niveau acceptable - avec l'utilisation d'une seule voie d'actionneurs.

A la suite de cette étude préliminaire et des progrès de la simulation, d'autres analyses menées au sein des diverses équipes de la collaboration ont porté sur des points laissés ouverts :

- L'hypothèse très restrictive d'une réponse quasi-statique de l'interféromètre a pu être abandonnée. Une modélisation analytique de la matrice de fonctions de transfert entre les modes de déplacement et les capteurs (telles que celles présentées en figure 3.1.1) a permis de déterminer une matrice *inverse* de filtres à appliquer aux signaux des capteurs pour se ramener au cas simple précédent [14]. La mise en oeuvre de ces filtres dans une simulation temporelle intégrant un modèle dynamique de l'interféromètre a permis de vérifier la validité d'une telle approche.

- Des solutions dites *haut gain* ont été envisagées [15, 16], consistant à étendre la stabilisation des miroirs à une bande de fréquence plus grande, éventuellement de manière sélective pour certains miroirs. Certains avantages de cette alternative ont été mis en évidence, mais la viabilité d'une telle stratégie dans son ensemble reste à démontrer.

- Enfin et surtout, l'utilisation combinée des actionneurs situés au niveau du miroir et de la marionnette a été étudiée [17]. Une solution a été dégagée permettant d'atteindre les performances demandées. La stabilité du système dans ces conditions s'avère néanmoins extrêmement fragile. La mise au point d'une solution plus robuste reste un point ouvert.

3.1.2 Contrôle longitudinal : phase de démarrage

Outils de simulation

Si les outils de simulation nécessaires à l'étude de cette phase ne sont pas différents de ceux évoqués ci-dessus pour la phase linéaire en ce qui concerne les aspects mécaniques, il n'en va pas de même pour l'optique.

Lors de cette phase, les miroirs sont animés de mouvements importants (plusieurs microns) et de vitesses élevées (plusieurs microns par seconde). Ces valeurs étant grandes comparées à la largeur de raie des cavités et à leur constante de temps, la réponse de l'interféromètre se situe dans un domaine hautement non linéaire et dynamique.

Dans certains cas très simples et académiques (déplacement instantané d'un miroir d'une fraction entière de longueur d'onde typiquement), la réponse prédite par SIESTA a pu être comparée à un calcul analytique, avec succès[18]. Ceci est par exemple illustré sur la figure 3.1.2 montrant, dans le cas d'une simple cavité Fabry-Perot initialement à résonance et en régime permanent, les puissances continues interne et réfléchie par la cavité après un brusque déplacement du miroir d'extrémité d'un quart de longueur d'onde. La réponse de SIESTA est comparée à la prédiction analytique.

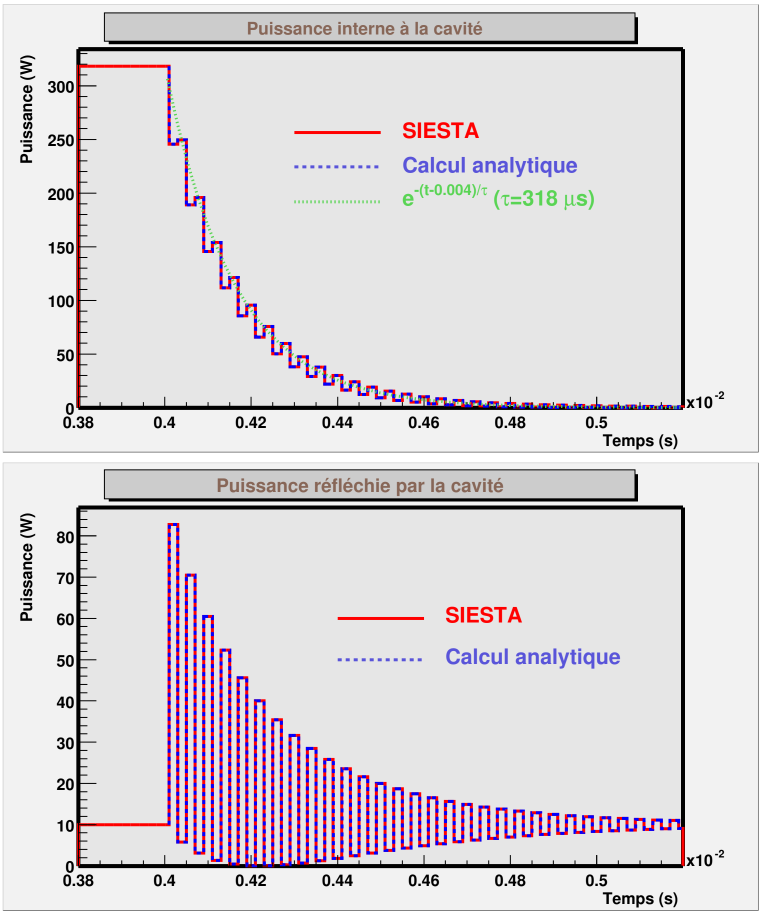


Figure 3.1.2: Evolution des puissances lumineuses interne (haut) et réfléchie (bas) par une cavité Fabry-Perot de longueur 3 km et de finesse 50, ayant initialement atteint les conditions de résonance après le déplacement instantané, à t=0,4 s du miroir d'extrémité d'un quart de longueur d'onde.

L'évolution de la puissance interne à la cavité par exemple, met en évidence deux phénomènes bien connus expérimentalement : d'une part une décroissance exponentielle dont la constante de temps correspond au temps de stockage de la lumière à l'intérieur de la cavité, d'autre part une tendance nette à l'oscillation, engendrée par les délais introduits dans l'évolution des conditions d'interférence par la propagation de la lumière d'un miroir à l'autre.

Cette caractéristique se retrouve lorsqu'on considère des déplacements de miroirs à vitesse finie mais importante. Une illustration en est donnée sur la figure 3.1.3 montrant l'évolution des puissances continue et démodulée transmises par une cavité Fabry-Perot dont l'un des miroirs est animé d'une vitesse de 25 μm/s. Le caractère oscillatoire des signaux lorsque la cavité traverse une zone de résonance est net, et rend délicate l'exploitation des signaux d'erreur. Dans le cas général, une comparaison avec une prédiction analytique n'a pas été effectuée, mais pour le type de simulation telle que celle présentée en figure 3.1.3, les résultats ont été confrontés avec succès à ceux obtenus dans l'expérience LIGO [19].

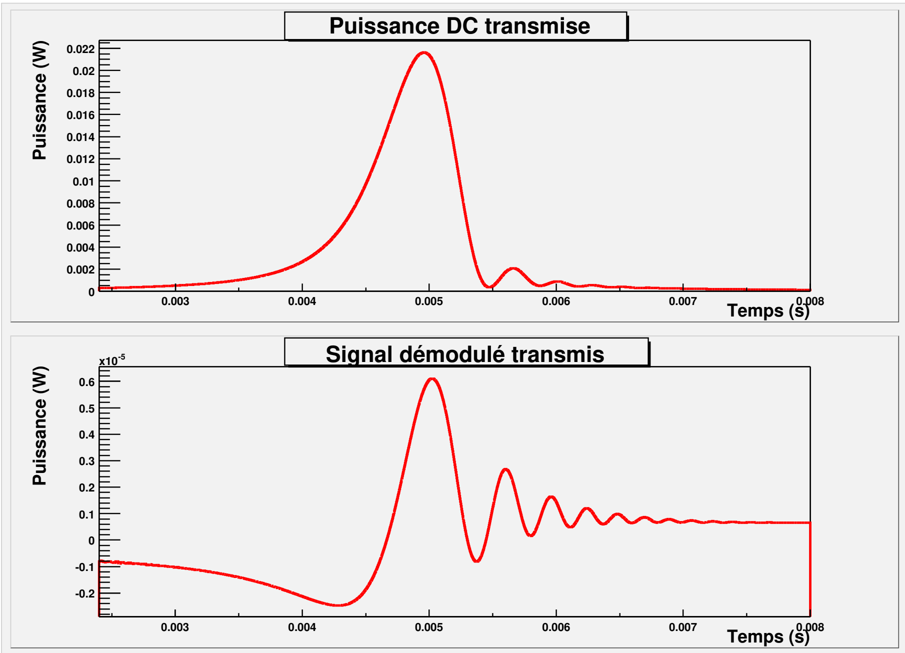


Figure 3.1.3: Evolution des puissances continue (haut) et démodulée (bas) transmises par une cavité Fabry-Perot de longueur 3 km et de finesse 50, initialement dans des conditions quelconques, sous l'effet du déplacement du miroir d'extrémité avec une vitesse de 25 μm/s.

Eléments d'étude

Les modèles optiques évoqués ci-dessus ont été utilisés - en association avec les outils permettant une simulation intégrée du détecteur - pour mener des études essentiellement consacrées à la configuration de l'interféromètre central.

- Ces études mettant à profit la simulation ont permis de rechercher des signaux d'erreur le plus largement exploitables (notamment en mettant en évidence l'utilité de *linéariser* ces signaux d'erreur en combinant les signaux démodulés et continus) [20].

- Elles se sont par ailleurs attachées à définir une stratégie efficace de stabilisation des miroirs, que ce soit en utilisant des filtres d'asservissement linéaires [21], ou en appliquant aux miroirs des forces de rétroaction sous forme de trains d'impulsions [13, 22].

D'un point de vue plus expérimental et toujours sur une configuration plus simple que celle d'un interféromètre comme celui de VIRGO, l'expérience acquise avec divers appareillages a mis en évidence les apports d'une simulation exploitable durant cette phase :

- Des tests menés sur une cavité suspendue de l'interféromètre prototype de Caltech ont montré une amélioration des performances d'acquisition d'un point de résonance après la mise en oeuvre d'une stratégie élaborée en se fondant sur une modélisation permettant de décrire les états transitoires oscillatoires tels que ceux illustrés en figure 3.1.3 [9].
- De même, la mise au point de la procédure de verrouillage de la cavité *mode cleaner* prototype d'Orsay a bénéficié d'une analyse des états transitoires observés par comparaison avec le comportement prédit par SIESTA [8].

Personnellement, je me suis intéressée à une configuration différente de celle de l'interféromètre central en abordant l'étude du cas de deux cavités linéaires couplées, correspondant par leurs caractéristiques à une cavité Fabry-Perot et à la cavité de recyclage. Une telle configuration reste inférieure en complexité à celle d'un interféromètre complet, mais est plus représentative des difficultés attendues pour l'acquisition d'un point de fonctionnement pour VIRGO.

Ces difficultés sont de deux ordres :

- D'une part la *zone linéaire* des signaux d'erreur est extrêmement réduite. En effet, les signaux d'erreur fournis par la variation à la fréquence de modulation des puissances lumineuses en différents points de l'interféromètre dépendent linéairement de l'écart à la résonance d'une cavité donnée au voisinage immédiat de la résonance uniquement, et dans un domaine qui dépend de la largeur de raie de la cavité, et varie avec l'inverse de la finesse.

  Non seulement la finesse de la cavité de recyclage est-elle plus élevée que celle de la cavité Fabry-Perot ($\mathcal{F}$=500 contre $\mathcal{F}$=50 typiquement), mais lorsque la cavité Fabry-Perot est couplée à la cavité de recyclage, la zone linéaire pour cette cavité est déterminée par le produit des finesses des deux cavités. Ainsi la zone linéaire est de l'ordre de 10^{-10} m pour la cavité de recyclage et de l'ordre de 10^{-11} m pour la cavité Fabry-Perot.

Ce confinement de la zone linéaire se traduit par une capacité d'action sur les miroirs restreinte dans le temps à chaque passage à résonance, qui associée à la limitation des forces applicables, constitue la difficulté principale du problème.

- D'autre part les effets dynamiques dans la réponse optique du système sont plus aigus. Ils se manifestent sous la forme de fonctions de transfert plus complexes entre les modes de déplacement et les capteurs, ainsi que par un caractère oscillatoire plus marqué des signaux transitoires - en raison des finesses mises en jeu - survenant pour des vitesses de miroirs peu élevées (inférieures au μm/s). Ceci est illustré sur la figure 3.1.4.

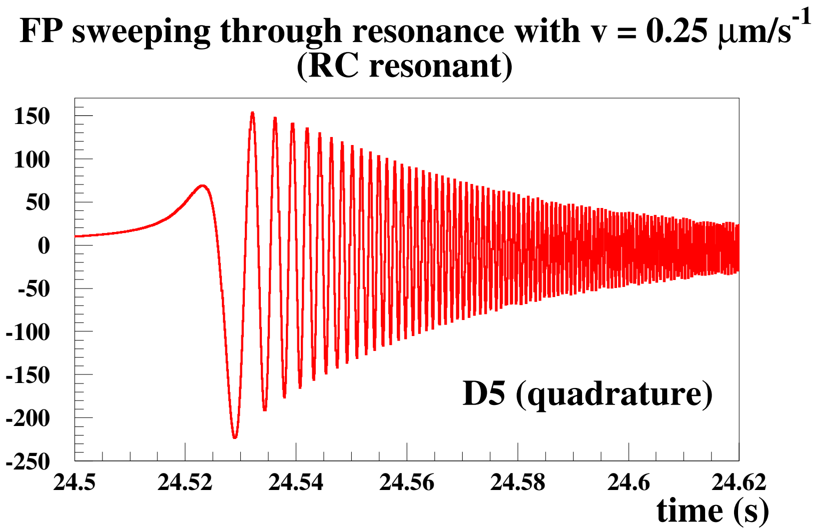


Figure 3.1.4: Exemple illustrant le caractère oscillatoire des signaux d'erreur dans un système de cavités couplées : évolution dans le temps d'un signal mesuré sur la photo-diode recueillant le faisceau réfléchi par la cavité Fabry-Perot lorsque celle-ci traverse une zone de résonance, la cavité de recyclage étant résonnante.

La stratégie dont j'ai entamé l'étude se caractérise par deux étapes distinctes :

1 Acquisition d'un point de fonctionnement différent du point de fonctionnement final, mais plus aisé à saisir. Un choix intéressant peut être une configuration avec la porteuse résonnante dans la cavité de recyclage mais antirésonnante dans la cavité Fabry-Perot. Les deux cavités sont alors toutes les deux décalées de leur position idéale d'un quart de longueur d'onde.

2 Modification progressive du point de commande dans l'asservissement afin de guider le système vers son point de fonctionnement final.

Les tests effectués ont porté sur :

- la recherche de signaux d'erreur exploitables pour la première phase. La mise à profit de la technique de linéarisation permettant effectivement d'extraire des signaux d'erreur linéaires dans des domaines mille fois plus étendus que ceux évoqués plus haut. La complexité survient du fort couplage existant - et variant suivant l'état du système - entre les différentes longueurs à contrôler et les signaux considérés.

- une première évaluation de la faisabilité du verrouillage au cours de la première phase, qui a donné des résultats encourageants (voir figure 3.1.5), une procédure réaliste et systématique demeurant toutefois à définir.

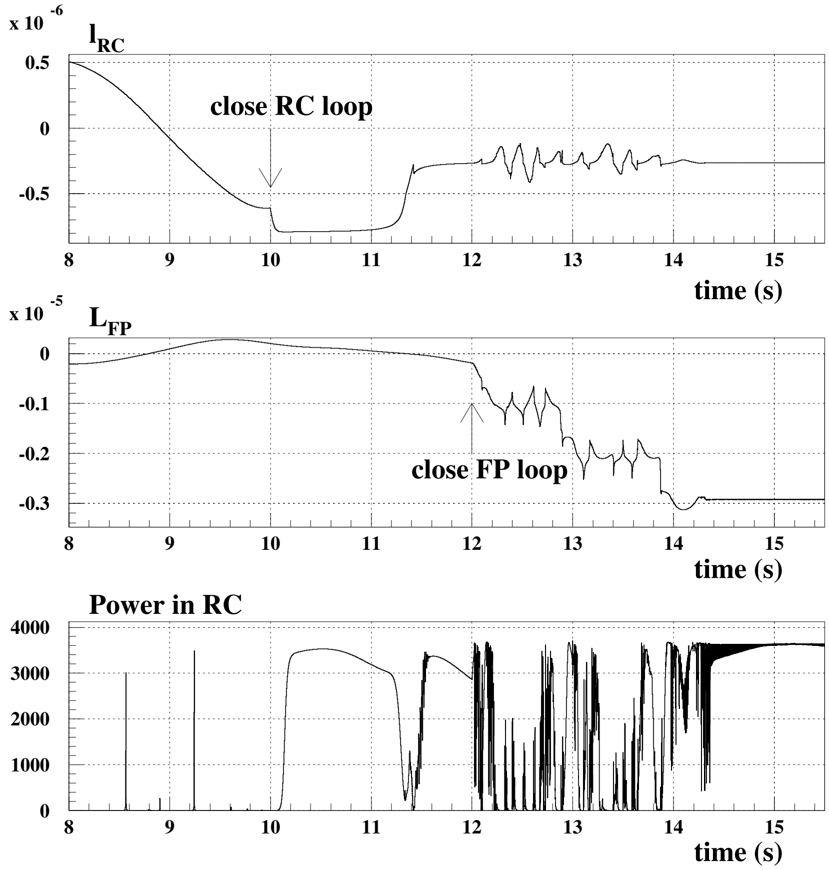


Figure 3.1.5: Exemple de stabilisation successive des deux cavités (Fabry-Perot et recyclage) formant un système de cavités couplées. Les deux courbes du haut montrent l'évolution des longueurs de la cavité de recyclage et de la cavité Fabry-Perot. La courbe du bas montre l'évolution de la puissance lumineuse stockée dans la cavité de recyclage. L'asservissement est d'abord mis en route sur la cavité de recyclage (t = 10 s), puis après stabilisation de celle-ci, sur la cavité Fabry-Perot (t = 12 s). Le système atteint un état stable vers t = 14,5 s.

- une première évaluation de la faisabilité de la deuxième phase, qui a été menée de manière simplifiée en appliquant la technique sur une seule cavité et qui a montré la nécessité de combiner, pour une longueur donnée, plusieurs signaux d'erreur à travers une procédure d'optimisation. La généralisation de la méthode applicable simultanément aux deux cavités reste à mettre en oeuvre.

Le contrôle de VIRGO lors de cette phase de démarrage est probablement un des aspects les plus délicats, qui reste à résoudre aujourd'hui. L'acquis présent réside dans la disponibilité d'outils adaptés à l'exploration de solutions.

3.1.3 Contrôle angulaire

Les contraintes qui pèsent sur le système de contrôle angulaire sont moindres que celles qui entrent en ligne de compte pour le contrôle longitudinal. En effet, l'alignement doit être actif à basse fréquence uniquement (en deçà de 10 Hz) et surtout le gain qu'il doit apporter sur les désalignements résiduels des miroirs ne dépasse guère trois ordres de grandeur.

L'enjeu principal de la conception du système d'alignement réside dans la connaissance des signaux d'erreur pouvant être recueillis au niveau des diverses photodiodes à quadrants équipant l'interféromètre. Ceci afin de déterminer les signaux les plus appropriés pour l'ensemble des degrés de liberté à contrôler.

Par ailleurs, la simulation offre également des outils adaptés pour étudier les interactions entre les boucles d'asservissement angulaires et longitudinales.

L'annexe C rapporte une étude détaillée sur la prédiction des signaux d'erreur angulaires dans le cas de l'interféromètre central. Elle effectue une comparaison circonstanciée entre divers modèles, dont plusieurs fournis par SIESTA, comparaison qui montre un bon accord entre les modèles ayant des niveaux d'approximation voisins.

Les limitations imposées par les approximations effectuées au sein des modèles les plus simples y sont mises en évidence, ainsi que l'apport d'un modèle modal pouvant prendre en compte un nombre de modes élevé.

La linéarité des signaux d'erreur vis à vis des angles à mesurer est évaluée, et s'avère être bien vérifiée jusqu'à des angles de l'ordre de 10^{-7} rad, ce qui est compatible avec le domaine de fonctionnement du système d'alignement linéaire.

De plus, cette étude aborde un aspect de l'interaction avec le contrôle longitudinal en évaluant la stabilité devant être atteinte par celui-ci pour que les signaux d'erreur angulaires restent voisins de ceux prédits en supposant un verrouillage longitudinal parfait.

3.2 Préparation de l'analyse des données

Le thème abordé ici dépasse très largement le cadre des applications de la simulation, puisqu'il s'agit du problème de l'*étalonnage* du détecteur et de la *reconstruction* des données. Il représente d'une part un volet plus récent de mon activité et constitue d'autre part le cadre de l'étude présentée en annexe D, étude qui s'appuie sur l'utilisation de données simulées.

3.2.1 Etalonnage

Système de mesure

Les données d'étalonnage constituent naturellement l'élément fondamental permettant de calculer une quantité physique exploitable à partir du signal fourni par l'instrument. Il s'agit de connaître la fonction de réponse de l'interféromètre, c'est-à-dire la fonction de transfert reliant une variation différentielle des longueurs des cavités Fabry-Perot au signal mesuré.

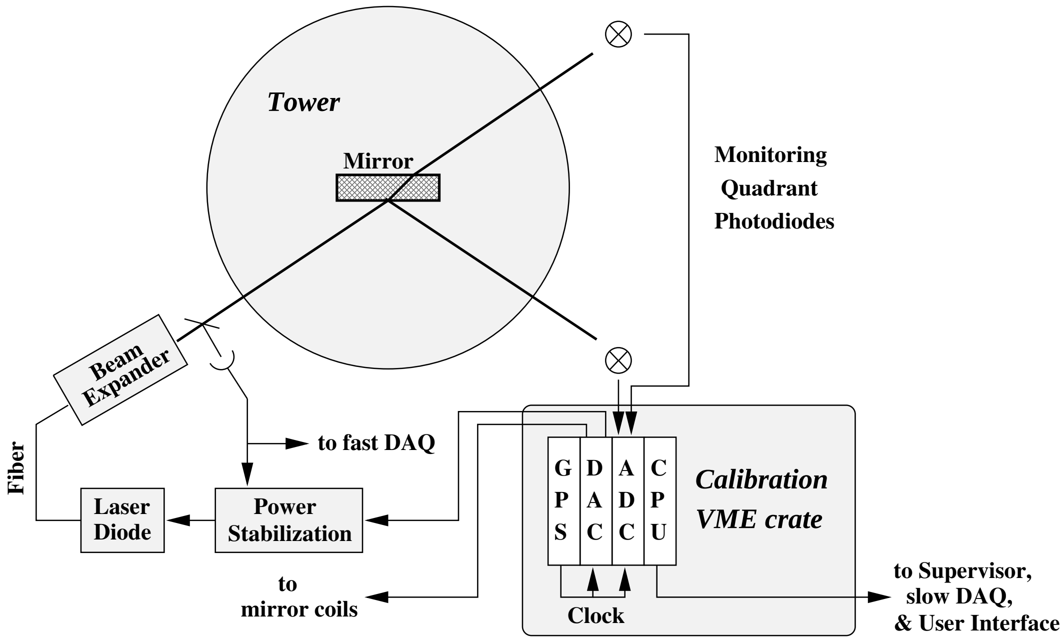


Figure 3.2.1: Schéma de principe du système de calibration optique équipant chacun des miroirs d'entrée des cavités Fabry-Perot.

Un système a été conçu qui permettra d'en faire la mesure en ligne [3]. Celle-ci repose essentiellement sur un système optique permettant de déplacer les miroirs de façon connue grâce à la pression de radiation d'un faisceau laser auxiliaire. Le schéma de principe du système est représenté sur la figure 3.2.1. La diode laser, d'une puissance maximale de 5 W, permet d'appliquer une force de quelques nanonewtons au miroir, résultant en un déplacement de l'ordre de 10^{-14} m à 10 Hz et 10^{-18} m à 1 kHz.

Chacun des miroirs d'entrée des cavités Fabry-Perot sera équipé d'un tel système, ce qui permettra d'appliquer un déplacement différentiel simulant l'action d'une onde gravitationnelle. Le système de pilotage de la diode laser est basé sur un processeur permettant d'engendrer des signaux de calibration de forme quelconque, typiquement du bruit blanc ou un peigne de sinusoïdes. Des opérations spécifiques seront menées périodiquement pour réaliser une mesure complète de la fonction de réponse. Il est également prévu d'injecter de manière permanente quelques signaux sinusoïdaux de référence afin d'obtenir un suivi de la réponse du détecteur.

Fonction de réponse

Le système de calibration permet de réaliser un mesure globale de la fonction de réponse de l'instrument, qui est une combinaison des éléments suivants :

- Optique
  Dans la gamme de fréquence considérée, la fonction de transfert de l'interféromètre est essentiellement celle d'un filtre passe-bas du premier ordre. Son gain et sa fréquence de coupure dépendent d'un certain nombre de paramètres, parmi lesquels la puissance incidente et la profondeur de modulation sont susceptibles de varier avec le temps. La fonction de transfert optique est également sensible aux écarts potentiels du système de contrôle déplaçant le point de fonctionnement de l'interféromètre.

- Système de contrôle
  La fonction de transfert des asservissements imposés à l'interféromètre peut être complexe et se trouver modifiée si nécessaire. Il s'agit toutefois d'un élément bien maîtrisé dans la mesure où le système de contrôle est numérique.

- Electronique
  Les contributions de l'électronique à la fonction de transfert sont multiples. Elles incluent les filtres anti-repliement placés en amont des convertisseurs analogique-numérique (ADC). La nature analogique de ces filtres les rend susceptibles de voir leur caractéristiques évoluer légèrement dans le temps. Par ailleurs des filtres analogiques de compression de dynamique sont également utilisés en amont des ADC, en association avec des filtres de redres-

sement numériques placés en aval. L'ensemble est conçu de façon à obtenir au total une fonction de transfert unité, mais la partie analogique est par nature potentiellement sujette à des fluctuations.

- Acquisition
  La lecture et l'acquisition des signaux introduisent des retards supplémentaires dans la réponse du détecteur. Une mesure peut en être faite *a priori*, d'éventuels changements étant suivis en ligne lors des campagnes de calibration.

Précision requise

Les contraintes sur la précision avec laquelle la fonction de réponse doit être connue et prise en compte au niveau de la reconstruction proviennent essentiellement des exigences en matière de rapport signal sur bruit et d'estimation du temps d'arrivée pour les signaux d'ondes gravitationnelles, en particulier les signaux provenant de coalescences de systèmes binaires. Sont ici en jeu à la fois la capacité de détection de l'expérience et la possibilité d'extraire des informations significatives de la comparaison des signaux enregistrés par différents détecteurs.

L'annexe D rapporte précisément une étude évaluant l'impact d'une connaissance imparfaite de la fonction de transfert de l'instrument sur le rapport signal sur bruit (SNR) attendu pour ce type de signal [23], ainsi que sur l'estimation du temps d'arrivée. Cette étude procède en mesurant la dégradation provoquée par une méconnaissance supposée de la fonction de réponse sur un lot représentatif d'événements simulés (signal et bruit).

Les résultats observés mettent en évidence une dépendance faible du SNR vis à vis d'imperfections dans la connaissance de la fonction de transfert. L'effet est plus marqué sur l'estimation du temps d'arrivée pour laquelle le biais introduit peut devenir comparable à la résolution intrinsèque du détecteur pour des SNR conséquents.

3.2.2 Reconstruction

Le terme de reconstruction désigne le traitement préliminaire appliqué aux données en amont des algorithmes d'analyse proprement dits. Son objectif est de produire un signal physiquement significatif et exploitable, c'est-à-dire affranchi des distorsions expérimentales et mis sous une forme appropriée. Le premier aspect recouvre la déconvolution de la réponse de l'instrument ainsi que la soustraction de certains bruits expérimentaux; le deuxième recouvre le blanchiment des données et leur réduction par sous-échantillonnage.

Déconvolution de la réponse du détecteur

Il s'agit lors de cette étape de produire, à partir de la série temporelle recueillie en sortie de l'instrument - notons la $s(t)$ même si en pratique le signal est échantillonné - une autre série temporelle $h(t)$ représentant l'évolution dans le temps de l'amplitude de l'onde gravitationnelle qui aurait engendré le même signal $s(t)$.

Le signal $s(t)$ est relié à $h(t)$ à travers la fonction de transfert du détecteur, évoquée précédemment, dont il s'agit donc de corriger les effets en appliquant un filtrage approprié aux données. Deux stratégies sont envisageables pour réaliser ce filtrage :

- Réaliser un filtrage dans le domaine des fréquences : il s'agit de calculer la transformée de Fourier $\tilde{s}(f)$ du signal $s(t)$, de la rapporter à la fonction de transfert du détecteur $\mathcal{T}(f)$ pour obtenir $\tilde{h}(f)$ et d'en calculer la transformée de Fourier inverse pour aboutir finalement à $h(t)$.

  Cette approche a l'avantage de la simplicité dans la mesure où la fonction de transfert extraite de la procédure d'étalonnage se présente le plus naturellement sous une forme $\mathcal{T}(f)$. Typiquement l'injection de signaux de calibration qui constituent un peigne de sinusoïdes permet, après interpolation, d'obtenir l'amplitude complexe de la fonction de transfert sur l'ensemble de la bande de fréquence considérée.

  En pratique certaines contraintes ou difficultés sont attendues dans la mise en oeuvre d'une telle approche : d'une part le calcul de transformées de Fourier oblige à conserver en mémoire un certain volume de données, et la technique du filtrage fréquentiel oblige à opérer un certain recouvrement dans le traitement des données pour éviter les effets de bord. Par ailleurs, cette technique se heurte à des difficultés lorsque le spectre du signal à traiter présente une grande dynamique, ce qui est le cas du signal issu de VIRGO, en raison d'une composante importante à basse fréquence et de la présence de pics répartis sur l'ensemble de la bande de fréquence. Ces difficultés sont liées à la contamination des composantes les plus faibles du spectre par les composantes les plus importantes, en raison du caractère fini de l'échantillon de données considéré.

- Réaliser un filtrage dans le domaine temporel : il s'agit de calculer la valeur courante de $h(t)$ à partir d'une équation récurrente faisant intervenir les valeurs précédentes de $h(t)$ ainsi que les valeurs courante et précédentes de

$s(t)$. Une telle approche semble naturelle dans la mesure où l'objectif final est effectivement de reconstruire h dans le domaine temporel et qu'elle évite les calculs intermédiaires dans l'espace des fréquences et leurs contraintes.

Cette démarche suppose d'avoir identifié la fonction de transfert de l'instrument sous forme paramétrique. Celle-ci est alors représentée comme un processus ARMA[1] reliant h à s :

$$s(n) \;=\; -\sum_{k=1}^{P} a_k\; s(n-k) \;+\; \sum_{k=0}^{Q} b_k\; h(n-k) \tag{3.2.1}$$

Les coefficients a_k et b_k doivent être identifiés à partir des données d'étalonnage. En supposant cette représentation du processus inversible, $h(t)$ est alors obtenu par implémentation de l'opération de filtrage inverse :

$$h(n) \;=\; \frac{1}{b_0}\left\{ -\sum_{k=1}^{Q} b_k\; h(n-k) \;+\; \sum_{k=0}^{P} a_k\; s(n-k) \right\} \tag{3.2.2}$$

Soustraction de bruit

L'étape de reconstruction comprend également la soustraction de certains bruits instrumentaux pour lesquels une série temporelle peut être identifiée. Ceci repose le plus généralement sur l'exploitation de données auxiliaires témoignant de l'état de l'environnement du détecteur.

Plusieurs études menées avec des données d'origines diverses ont montré la faisabilité et l'utilité d'une telle purification des données. C'est ainsi qu'une analyse des données recueillies en sortie de l'électronique du banc de détection de VIRGO a montré la possibilité de mettre à profit un enregistrement du signal fourni par le secteur pour soustraire la contamination du 50 Hz et de ses harmoniques dans le signal principal [24].

Une étude similaire a été menée sur des données recueillies avec l'interféromètre prototype de Glasgow [25]. Plus généralement, l'étude rapportée en [26] a mis en évidence sur des données de l'interféromètre prototype de Caltech la possibilité de mettre à profit un certain nombre de canaux d'environnement pour déterminer leur corrélation au canal principal et dépouiller celui-ci des contaminations de même origine.

Blanchiment

L'opération qui consiste à traiter les données de sorte d'obtenir un spectre de bruit qui soit blanc est une opération de mise en forme qui a sa place au niveau

[1]Auto Regressive Moving Average

de la reconstruction dans la mesure où elle bénéficie à tous les algorithmes de recherche appliqués en aval.

Elle suppose une estimation en ligne de la densité spectrale de bruit, exploitée pour mettre en oeuvre un filtre de blanchiment appliqué en ligne également. Des études menées à la fois sur des données simulées et sur des données du prototype de Caltech ont donné des résultats prometteurs [27].

Réduction des données

Le signal principal de VIRGO est échantillonné à 20 kHz. Dans la pratique toutefois, la recherche de signaux d'ondes gravitationnelles se fait dans une bande de fréquence plus étroite que 10 kHz. C'est notamment le cas des recherches de signaux périodiques ou impulsifs, qui se limitent le plus souvent à une bande de l'ordre du kilohertz. De même, les signaux provenant de coalescences de systèmes binaires ne dépassent pas 1 kHz et leur recherche bénéficie peu d'une gamme de fréquence s'étendant au delà de quelques centaines de hertz.

Afin de réduire le flot de données envoyées aux algorithmes de recherche, en particulier en ligne, il est donc utile de procéder à un sous-échantillonnage des données - typiquement à 2 ou 4 kHz - après un filtrage anti-repliement adéquat.

Cette opération complète le traitement préliminaire appliqué aux données en amont de leur analyse proprement dite.

Bibliographie

[1] VIRGO Coll., Proposal for the Construction of a Large Interferometer Detector of Gravitational Waves (1989)

[2] J.H.Taylor, J.M.Weisberg, *Astrophys. J.* **345**, 434 (1989)

[3] VIRGO Coll., Final Design Report (1997)

[4] L.Derome, Thèse de l'Université de Savoie (1999)
L.Derome et al, à paraître dans les actes des Rencontres de Moriond : Gravitational Waves and Experimental Gravity, Les Arcs, France, 23-30 Jan 1999.

[5] J-A.Marck, J-Y.Vinet, JAJY simulation package

[6] B.Allen et al, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1498 (1999)

[7] L.Musy, stage d'IUP Informatique (1995)
Réalisation d'une interface graphique, sous X-Window, pour le simulateur de l'expérience VIRGO.

[8] L.Matone, communication au Locking Meeting, Cascina, Janvier 1999
M.Barsuglia et al, à paraître dans les actes des Rencontres de Moriond : Gravitational Waves and Experimental Gravity, Les Arcs, France, 23-30 Jan 1999.

[9] J.Camp et al, *Optics Lett.* **20**, 2463 (1995)

[10] E.Cuoco, G.Curci, Note VIR-NOT-PIS-1390-95 (1997)
Modeling a VIRGO-like noise spectrum.
M.Beccaria, E.Cuoco, G.Curci, Note VIR-NOT-PIS-1390-96 (1997)
Adaptive identification of VIRGO-like noise spectrum.

[11] R.Flaminio, Note VIRGO (1997)
Interferometer Locking: dark fringe offset requirement vs laser power fluctuations.

[12] R.Flaminio, H.Heitmann, *Phys. Lett.* **A 214**, 112 (1996)

[13] L.Matone, Thèse de l'Université de Paris-Sud (1999)

[14] C.Mehmel, Thèse de l'Université de Savoie (1998)
C.Mehmel, R.Flaminio, B.Caron, F.Marion, X.Grave, Note VIR-NOT-LAP-1390-04 (1996)
Interferometer Optical Transfer Functions.

[15] B.Bourdas, B.Caron, F.Marion, Note VIR-NOT-LAP-1380-110 (1995)
Study of two control strategies for the locking in the case of frontal modulation.

[16] M.Barsuglia, communication au Locking Meeting, Pisa, Mars 1996

[17] R.Flaminio, communication au Locking Meeting, Orsay, Janvier 1996
C.Mehmel, B.Caron, Note VIR-NOT-LAP-1390-122 (1998)
On stability margins limitations with the reference control strategy.
M.Barsuglia, L.Di Fiore, G.Giordano, D.Passuello, Note VIR-NOT-NAP-1390-143 (2000)
Definition of band-width and slope of the servo-loop for SA control.

[18] M-L.Dedieu, stage de DEA (1996)
Simulation de l'interféromètre VIRGO hors de son point de fonctionnement.

[19] L.Sievers, communication personnelle (1996)

[20] R.Flaminio, communication au Locking Meeting, Annecy, Février 1997

[21] R.Flaminio, communication au Locking Meeting, Annecy, Juin 1997

[22] F.Cavalier, L.Matone, Note VIR-PIS-1390-104 (1997)
Central area interferometer lock acquisition.

[23] J.Milan, stage de DEA (1999)
Influence de la fonction de transfert de l'interféromètre VIRGO sur un algorithme de recherche de coalescence binaire.

[24] R.Flaminio et al, à paraître dans les actes du 4th Gravitational Wave Data Analysis Workshop, Rome, 2-4 Dec 1999

[25] A.M.Sintes, B.F.Schutz, *Phys. Rev.* **D 58** (1998)
A.M.Sintes, B.F.Schutz, *Phys. Rev.* **D 60** (1999)

[26] B.Allen, W.Hua, A.C.Ottewill, preprint WISC-MILW-99-TH-04, LIGO-P9990002-00-E, gr-qc/9909083 (1999)

[27] E.Cuoco, Note VIR-NOT-PIS-1390-145 (2000)
Whitening of noise power spectrum. Test on LIGO 40-meter interferometer data.

Annexe A

SIESTA, a Time Domain, General Purpose Simulation Program for the VIRGO Experiment

Cette annexe reproduit le texte d'un article paru dans *Astroparticle Physics* en 1999, décrivant la structure et le contenu du logiciel de simulation SIESTA.

SIESTA, a Time Domain, General Purpose Simulation Program for the VIRGO Experiment

B.Caron

LAMII/CESALP, Annecy, France

L.Derome, R.Flaminio, X.Grave, F.Marion[1], B.Mours, D.Verkindt

Laboratoire de Physique des Particules (LAPP), Annecy-Le-Vieux, France

F.Cavalier

Laboratoire de l'Accélérateur Linéaire, Université Paris-Sud, Orsay, France

A.Viceré

Dipartimento di Fisica dell'Università e INFN Sezione di Pisa, Italy

Abstract

In this paper we present the simulation program that has been developed for the VIRGO gravitational wave detection experiment. Although this program – SIESTA – is still evolving, it has reached a stage where the design requirements have been largely fulfilled. We first remind the needs and the choices which have steered the program design and led to the present structure. The contents of the program is then reviewed, the performances are discussed, and some typical applications are briefly described.

[1]Corresponding Author

A.1 Introduction

The construction of the VIRGO gravitational wave detector has been under way for a few years, and is led by a collaboration supported by both CNRS (France) and INFN (Italy). To probe gravitational waves, the detector uses suspended mirrors forming a 3 km long Michelson interferometer. The layout of the detector has been described in details elsewhere [1]. The apparatus is complex in many respects. Its sensitivity is determined by its design as far as optics, mechanics and electronics are concerned.

The mechanical system used to suspend and isolate from ground each test mass is a multiple pendulum with seven stages, including a precise positioning device. The Michelson interferometer used to extract the signal contains Fabry-Perot cavities in the arms, and uses the technique of light recycling. The optical configuration is further complicated by the use of a high frequency phase modulation and demodulation technique of the laser light. The optical response of the interferometer is analyzed on-line to react on the test masses through servo-loops, in order to maintain the interferometer at a working point.

These few considerations illustrate the need for a global, integrated simulation program of the equipment to assist the design of the control system as well as the learning process when the detector is being commissioned. Similar development efforts have been undertaken in related experiments [2].

Another major goal was to build a tool for producing simulated data, in order to develop, implement and run data analysis techniques. This implies the capability to describe both the detector behavior and the signals emitted by gravitational wave sources.

In section 2 we describe the general structure of the program. We then start in section 3 by reviewing the general use modules, namely those dealing with signal processing, output graphs, and the interface to the data formatting software. Sections 4 and 5 are devoted to the main aspects of the detector simulation: its mechanical behavior and its optical response. The simulation of gravitational wave signals is the subject of section 6. Finally a few representative examples of the program applications are shown in section 7.

A.2 General Structure

A.2.1 Design Issues

One of the design choices of the SIESTA[2] software has been to develop the simulation in the time domain. This is important for data analysis since it allows to produce the same type of simulated data as real data. It makes it also easier to simulate feedback loops, and to take into account any non-linear effect, for instance in the interferometer optical response or in the electronics. The choice of working in the time domain makes it also possible to reuse part of the code in the online system.

SIESTA is written in the C language, and is based on an object oriented structure which is most suited to build an integrated simulation involving many different aspects. Although an object oriented language such as C++ might seem more appropriate, standard C was preferred when the software development started seven years ago, for reasons of performances, standardization and portability. The latter issues are important ones in a wide collaboration for a program which has to be run on many different kinds of platform.

The implemented framework is flexible enough so that for a given issue only the relevant aspects of the detector have to be explicitly simulated, and the appropriate detail level (whenever several are available) can be selected. For instance, for most of data analysis purposes, it is sufficient to integrate in the simulation the generation of gravitational wave events and an effective noise generator reproducing the VIRGO sensitivity curve. On the other hand, simulating the control system requires to simulate both the mechanical and optical response of the system in detail. Figure A.2.1 shows a summary of the different topics covered by SIESTA.

Since the simulation works in the time domain, the heart of a job is basically a main loop running over time. And since it is object oriented, the configuration to simulate is not known a priori, but defined by the user by selecting the desired objects. At each iteration of the time loop, the engine core calls a sequence of routines associated with the different objects involved. These objects are defined in a text file called a "card file", which is written by the user and is therefore the program user input interface.

Three different entities can thus be distinguished in the software organization: the engine core, driving the main loop, the card file, providing the user interface, and the different modules (or libraries) housing the code associated with the various objects which may be used in the simulation. Let us now describe in

[2]Simulation of Interferometric Experiments Sensitive To grAvitational waves

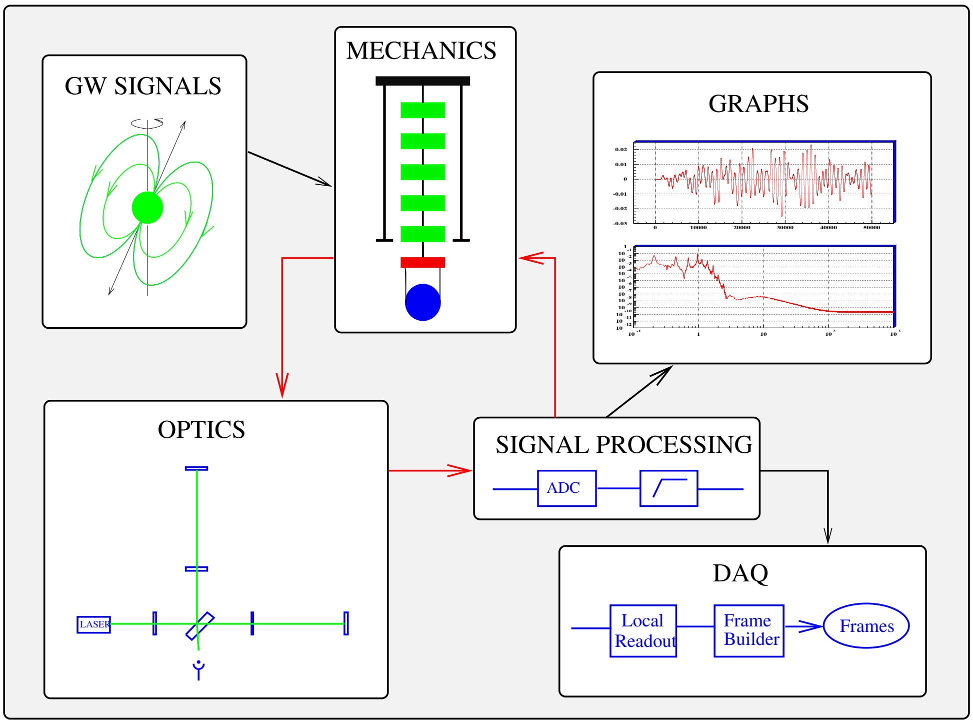


Figure A.2.1: Pictorial view of the different topics implemented in SIESTA

more details each of these entities, as well as the program outputs.

A.2.2 Structure of a Simulation Object

The SIESTA modules contain the code associated with the different objects. The objects are the basic simulation units, each of them reproducing – in a reduced and simplified way – the functionality of some piece of hardware (or software). To mention only a few typical examples, objects include suspensions, mirrors, photo-diodes (the functionality of a photo-diode object being for instance that of a real photo-diode and its associated electronics, including a demodulator), analog to digital converters or digital filters.

Each object[3] is represented by a C structure and some associated functions acting on the C structure, called by the simulation engine core. Besides the standard constructors and destructors, those functions are the functions called during the initialization step of the simulation (initialization function), at each iteration

[3]Strictly speaking, we should be talking here about structures – or classes – rather than objects. However the word "object" is usually used in SIESTA both for a structure and an instance of this structure, and we stick to this habit here.

of the simulation loop (simulation function), and at the end of the simulation job (termination function).

The various objects are gathered in different modules (or libraries) in a thematic way. A module contains all the objects related to some topic and can thus be thought of as a tool-kit for a given problem type, such as mechanics, optics or digital processing. Technically, a module is split into a header file containing the structure definitions and the function prototypes, and a source file containing the associated functions.

For all the objects, the fields of the associated C structure are split in two categories: the fields corresponding to input parameters, i.e. parameters whose values are user defined, and fields corresponding to internal or output parameters, whose values are set by the functions associated to the object.

Besides most objects representing concrete things, some special objects are used to exchange information between the other objects. Those objects acting as interfaces are more abstract: typical examples are light beams (used in optics) and signals, i.e. floating point values (used everywhere else).

To illustrate the latter case, the signal object is itself a very simple object, which is represented by a C structure having essentially two fields: a name field, and a data field containing the value of the signal, updated when necessary. The signal object is generic insofar as it can carry the information relative to very different things such as the position of a mirror in one degree of freedom, the output of a random number generator, the input signal of a digital filter or the output signal of a photo-diode electronics.

A.2.3 Structure of the Card File

The card file is a plain text file with a very simple syntax (see example in figure A.2.2). Each entry in this file has the form of a keyword followed by some parameter values. The keyword has to match the name of a structure associated to one of the simulation objects. The parameter values following the keyword have to match the number, the order and the types of the input parameters of this structure.

The reading and parsing of the card file are done by the simulation engine core. Each time a keyword is read and recognized, a special function associated to the corresponding object – the function called constructor in the previous section – is called. This function is in fact more than a simple constructor, since its functionality is to allocate the memory necessary to store the object, to read the parameter values in the card file, to initialize the object fields with those values (after calling member constructors if necessary), and finally to connect the object to the main simulation loop (see section A.2.4).

As mentioned in section A.2.2, some special objects such as signals or light beams are used to exchange information between objects. A practical consequence of this is that the output signal of an object (object 1 – for instance a random number generator) can be the input signal of another object (object 2 – for instance a digital filter). In the parameter list of object 2, the input signal is referred to by its name, the name of the output signal of object 1 being known by convention from the name of object 1. The engine core takes care of the reference management implied by this mnemonics system, in order to assign correct values to pointer fields in all concerned objects once all the signals (and similar interface objects) are known, which occurs only when the card file has been parsed and all constructors have been called.

The first entry in the card file is related to a special object – the "clock system" – defining the parameters of the simulation main and secondary loops. As will be explained in greater detail in section A.2.4, a simulation time loop is associated to each clock, the time step of the loop being the inverse of the clock frequency.

The order of the entries in the card file matters inasmuch as it determines the sequence of call-backs occurring in the simulation loop, thus defining the chronology of the different simulation actions.

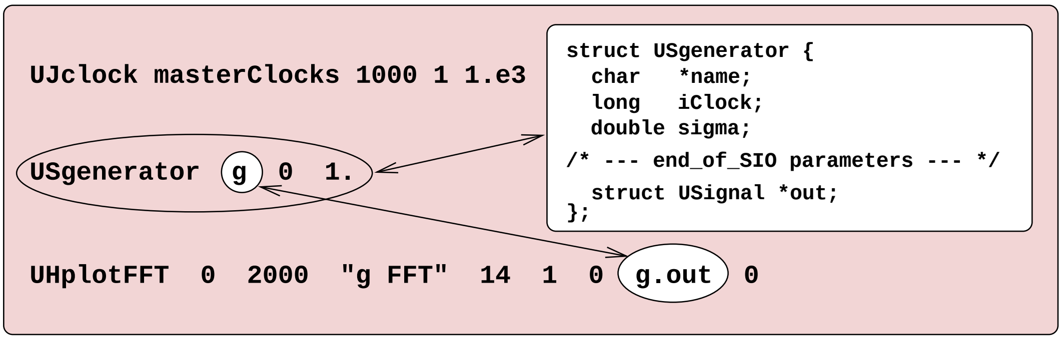


Figure A.2.2: Example of the structure definition corresponding to a SIESTA object (left) and of a card file (right). This example illustrates the relationship between the structure fields and the parameters of the card file. Also illustrated is the use of mnemonics to exchange information between two objects.

A.2.4 Engine Core

The main simulation loop is a loop over time. This main loop includes a nested loop over the different objects involved in the simulation job. In fact, the latter loop runs over generic objects, called "clocking objects". Using the C++ analogy, this object type can be thought of as an abstract class from which any simulation object is derived and whose virtual functions are the initialization, simulation and termination functions defined for each derived object.

Since standard C is used, the code to support such an organization had to be developed. It is based upon a dictionary like system, where each valid simulation object is declared as such and where function pointers are used to reference the associated methods.

As mentioned in section A.2.3, for every entry in the card file an instance of the corresponding object is created and a clocking object is scheduled in the simulation loop. During the initialization step, the engine core loops over all clocking objects to call the corresponding initialization functions, and the same process is used at each iteration of the time loop to call the simulation functions and at the end of the simulation to call the termination functions.

This scheme is actually somewhat complicated due to the fact that objects do not necessarily all share the same simulation time step, which technically translates into the objects not being all connected to the same clock. As a result, the list of objects for which a simulation routine is called may vary from one iteration of the main loop to another.

Besides this scheduling task, the engine core also takes care of the reference management needed to use mnemonics in the card file, as already mentioned in section A.2.3.

Figure A.2.3 summarizes the main features of the program structure and the relationships between the different entities.

A.2.5 Program Outputs

The program outputs are:

- a listing file, which keeps track of the job conditions and of its progress from the technical point of view. This includes version numbers for the different modules, a copy of the card file, information about the parsing of the card file and about the reference management process, any warning or error report, and debug information if a high debug level has been selected for the job.

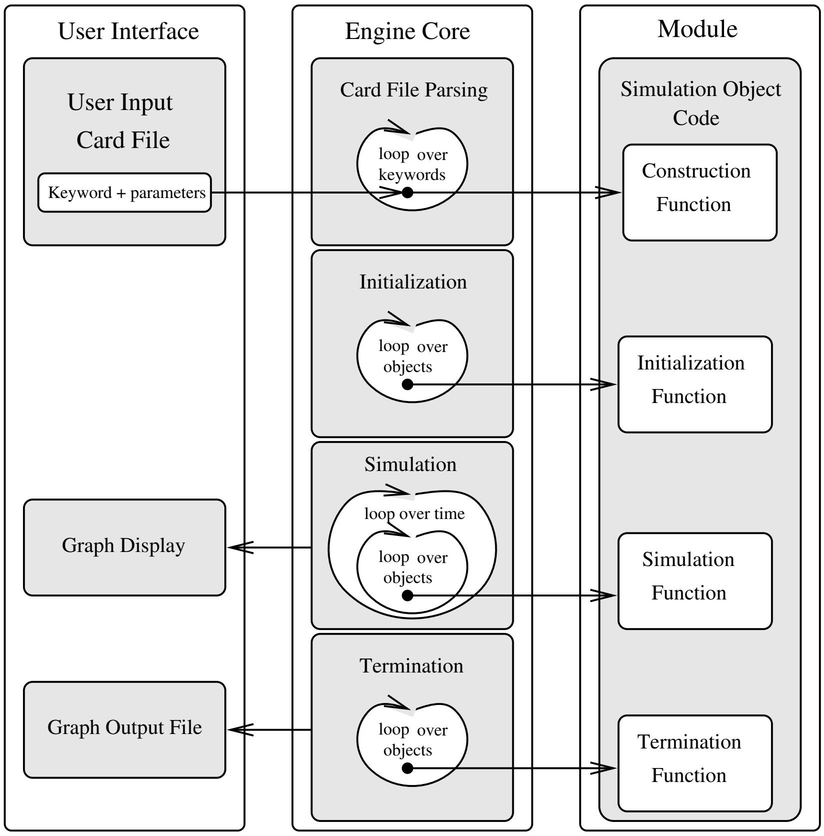


Figure A.2.3: Schematic view of the SIESTA technical organization.

- one or more files containing output graphs about quantities selected by the user in the card file. SIESTA is interfaced to the HBOOK package from the CERN library [3] so that graphs with this format are created and output in a file which can be analyzed through the PAW software (also from the CERN library). It is also possible to have these graphs displayed on the screen during job execution. Since the CERN library is not quite available throughout the collaboration, it is also possible to dump the information about the selected quantities with a plain ASCII format in a file which can be subsequently read by any kind of graph viewer available to the user.

- a file containing formatted data including channels selected by the user. SIESTA contains objects simulating the data acquisition and is interfaced to the VIRGO/LIGO data formatting package [4] so that data can be written with the "frame" format just as real data are.

A.3 General Utility Modules

The general utility modules contain objects which do not simulate the functionality of any VIRGO sub-system (except for some objects simulating control or data acquisition software) but provide the tools needed to perform the necessary numerical computations or to produce output in a useful form. Hereafter we focus on the tools for signal processing, graph production and formatted data production. In addition to the latter, the general utility modules also include tools to perform basic linear algebra operations on matrices, as well as some simple mathematical operations such as χ^2 minimization.

A.3.1 Signal Processing Module

The signal processing module contains both very basic tools to generate signals of various types or to perform simple handling operations on signals, and actual signal processing tools such as digital filters. It turns out that a limited number of objects provide most of the tools generally needed.

- Besides simple objects designed to generate signals with usual shape such as sines or slopes, the generation tool-kit contains an object producing pseudo-random series with white and Gaussian distribution. These objects are commonly used to produce signals in order to excite other items. Especially the random number generator, used either alone or in combination with digital filters, can be used to produce white or colored noise.

- The handling tool-kit contains objects designed to perform basic operations on one or more signals, such as linear combination, delay or conditional assignment.

- The processing tool-kit contains a few general objects. Besides an object designed to simulate the action of an analog to digital converter by adding quantization noise to the input signal, the tool-kit contains essentially implementations of digital filters. The parameters assigned by the user are that of the analog filter the user wants to transform into a digital filter. In practice there are two different implementations of the analog to digital transformation [5], one based on impulse invariance and the other one based on the bilinear transformation. The choice of the implementation is up to the user, and is to be made on the basis of the analog filter characteristics.

A.3.2 Graph Producing Module

SIESTA is interfaced to the HBOOK package from the CERN library in order to produce graphs which can be displayed during job execution or analyzed afterwards using the PAW software. The graphs show information about relevant quantities of the simulation job that the user selects in the card file. Any signal object can be used to produce a graph, which means that the user can look at many internal data of the simulation. Technically, each graph to be produced is a separate entry in the card file, and therefore a separate object scheduled in the simulation. The information provided about the user selected quantities can be either in the time domain or in the frequency domain.

- **time domain**
  Since the simulation is performed in the time domain, this type of information is straightforward to extract from the data flowing through the different simulation objects. Objects producing graphs in the time domain take as input one or more signal objects providing the time sequences of the quantities of interest, and perform basic operations on those signal objects to extract the desired information: time evolution or distribution. There are also tools allowing to correlate two signals or more.

- **frequency domain**
  The information in the frequency domain about the quantities involved in the simulation is not directly available and needs dedicated tools to be extracted. These tools are very standard and make a heavy use of fast Fourier transform (FFT) algorithms. The information most commonly extracted in the frequency domain is the power density spectrum of a quantity, estimated from a sequence of values provided by a signal object. The estimation is based on periodograms computed by performing FFTs on time sequences, and uses standard techniques such as averaging, windowing, and whitening when necessary. There are also tools to extract the transfer function and the cross correlation between two signals.

A.3.3 Interface with Data Formatting Package

In order to be able to write simulated data with the same format as the real VIRGO data, SIESTA is interfaced to the VIRGO/LIGO data formatting package (the Frame Library) [4]. This interface consists essentially in objects simulating the functionality of part of the data acquisition software (local readout and frame builder). The interesting signal objects produced in the simulation job are "readout" and packed into frames by these interface objects, using functions from the Frame Library.

Conversely, tools are implemented in SIESTA to read frame formatted data. This can be used to run data analysis algorithms implemented inside the SIESTA framework, either on simulated or real data. This possibility also allows to read real data in order to get realistic noise realizations, and add generated GW signals into them.

A.4 Mechanical Simulation Module

The purpose of the mechanical simulation module is to provide the tools to describe the random movement of the test masses, i.e. the suspended mirrors. This includes simulating external noise such as seismic noise, internal noise such as thermal noise, and of course the mechanical response of a mirror and its suspension.

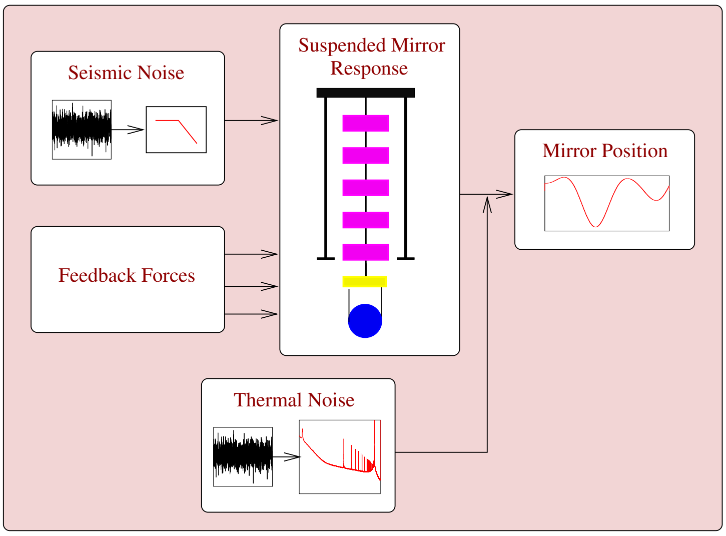


Figure A.4.4: Schematic view of the organization of the mechanical simulation

Since SIESTA works in the time domain, simulating noise from any source means producing random time series with the proper frequency spectrum. Generally speaking, this is done by producing random series with a white spectrum, and filtering them in order to get colored noise with the expected spectrum. This is explained in more details in section A.4.1.

Simulating the mechanical response of a suspended mirror means computing the position of the mirror as a function of time, taking into account various inputs - external noise, feedback forces applied at various levels of the suspension - and the behavior of the complex multi-pendulum structure. Several models are available to perform this task, with different detail levels. Early developments have concentrated on describing the mirror movement in one dimension and one degree of freedom, namely the mirror position along the light beam. On the other hand a recent and important development has led to a model able to describe the behavior of a mirror and its suspension in three dimensions and six degrees of freedom. The different models are reviewed in section A.4.2.

Those general remarks are schematically summarized in figure A.4.4.

A.4.1 Noise Simulation

Seismic Noise

The seismic noise generator simulates the displacement transmitted to the suspension through ground coupling. The generator produces random displacement in one dimension – along the light beam. In order to reproduce the frequency behavior observed experimentally, namely a white spectrum at low frequency and a spectrum in f^{-2} at higher frequency, the generator is based on filtering white and Gaussian noise with a second order low pass filter. The values for the amplitude of the input noise and the cut-off frequency of the low-pass filter are defined by the user to reproduce experimental measurements. Besides this simple built-in generator, white noise generation and signal filtering can be used by the user in order to produce a more detailed spectrum if needed.

A model generating seismic noise in more than one degree of freedom and taking into account realistic correlations between nearby ground points is yet to be developed, although not of crucial importance for sensitivity or global control studies.

Thermal Noise

The thermal noise generator is based on an effective model which does not provide a detailed description of the various physical processes leading to thermal noise but rather a description of the resulting displacement noise on the test mass. The contribution of each thermal noise source to the mirror position noise is modeled as [6]:

$$\tilde{x}_i^2(\omega) = \frac{4kTm_i\omega_i^2/Q_i}{\omega[(m_i\omega_i^2 - m_i\omega^2)^2 + m_i^2\omega_i^4/Q_i^2]} \tag{A.4.1}$$

where m_i, ω_i, Q_i are the effective mass, the angular resonant frequency and the quality factor of the mode.

This approach assumes that the parameters of this effective model can be extracted from other sources, as the results either from experimental measurements or from a modeling of the physical process involved [7].

The contributions of the different modes are then summed in order to compute the noise induced on the position of the test mass:

$$\tilde{x}^2(\omega) = \sum_{i=1}^{n} \tilde{x}_i^2(\omega)$$

For each mode, noise with the spectrum as in equation A.4.1 is produced by filtering white noise with a series of two filters, a filter exhibiting a transfer function in $f^{-1/2}$, and a double-pole low-pass filter. The $f^{-1/2}$ filter itself is simulated by cascading first order filters with properly spaced zeros and poles[4] so that the transfer function approximates a $f^{-1/2}$ behavior over the frequency range of interest.

A.4.2 Suspended Mirror Simulation

Three models of the mirror suspension [1] are available, with very different detail levels. This reflects both the development chronology, with models of increasing complexity, and the variety of the practical needs.

Although generally speaking it is highly desirable to have a description of the suspension as complete and detailed as possible, it is often useful to have simpler and faster models. A detailed description in six degrees of freedom is needed if the purpose is to optimize the design of the suspension, develop the suspension control system, or study special aspects of the interferometer global control such as interaction between the angular and longitudinal controls of the mirrors. On the other hand, if only a simulation of the interferometer control in the longitudinal degree of freedom is required, a simpler, one dimension model of the suspension may be very useful to reduce the computational effort.

Let us describe briefly the three different models available:

- The simplest model of the suspended mirror is based on describing the multi-pendulum structure by a series of double-pole low-pass filters whose parameters – resonant frequencies and quality factors – are defined by the user. Despite the facts that this model is obviously extremely simplified, that it is a one dimension model and that it accepts a very limited number of inputs (seismic displacement of top point and feedback force applied

[4] If p_i are the poles and z_i the zeros, we have $p_i \sim 3 \cdot z_i$ and $z_{i+1} \sim 10 \cdot z_i$

directly on the mirror), it has some advantages that make it useful in some cases: it is fast and flexible – the number of stages being user defined – and experimental input can be easily injected in the model since measured values for resonant frequencies or quality factors can be used as parameters of the filters.

- A less simplified model of the suspended mirror but still accounting for the mirror movement in only one degree of freedom (the longitudinal position of the mirror along the beam) is based on solving the differential equation describing the movement of the multi-pendulum structure in one dimension:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{\Gamma} \cdot \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{U} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{F} \tag{A.4.2}$$

  with $\mathbf{M}$ the mass matrix, $\mathbf{U}$ the potential matrix and $\mathbf{\Gamma}$ the dissipation matrix.

  The differential equation is re-written as a matrix state equation and solved numerically. This model takes more inputs and can account for forces applied on the marionetta or on the second stage [1], and has still some – limited – flexibility as the total number of stages can be modified to some extent. On the other hand, this model does not include the first filtering stage done by the inverted pendulum in the current design.

- The most detailed model presently available of the suspension system provides a simulation in six degrees of freedom [8]. It describes the suspension in its current design – which includes an inverted pendulum system – in terms of mass elements (filter bodies, payload components), elastic elements (flexible joints, suspension wires, blades, anti-springs) and active or sensing elements (coil-magnet pairs, accelerometers). There is some flexibility in the way elements are introduced and connected together, and are assigned numerical parameters: the module has been designed in order to be upgraded following the needs of VIRGO. The high detail level is obtained at the price of a higher computational effort, as the state space vector is enlarged roughly by a factor of ten. The model also lacks the possibility of adjusting the parameters to experimental measurements, for instance it is not possible in the current release to adjust the Q values of the resonances – although this limitation should be overcome in the future.

A.4.3 Performances

Let us give here some typical results about the performances of the mechanical simulation. The computation times indicated have been measured on a digital™ ALPHA 500/400 workstation[5].

Table A.1 gives the computation times needed to simulate the mechanical response of a VIRGO-like mirror suspension with the three models described above, over one second with a simulation time step of 100 μs.

The large differences in the computation times reflect directly the differences in the detail level of the different models.

Model	Computation Time for 1 s @ 10 kHz
1 d.o.f. filter series	30 ms
1 d.o.f. differential equation resolution	90 ms
6 d.o.f. differential equation resolution	9 s

Tableau A.1: Computation time needed to simulate with three different models the mechanical response of a VIRGO-like mirror suspension over one second, with a simulation time step of 100 μs.

A.5 Optical Simulation Module

The optical simulation module is rich of a number of models differing either in the configuration simulated or in the method used. The variety in the available models reflects the diversity of the needs as far as the optical simulation is concerned.

In addition to the standard, most often simulated configurations – Fabry-Perot cavity, recycled Michelson or recycled Michelson with Fabry-Perot cavities – it is useful to have the possibility to define other types of configuration from individual mirrors.

The detail level one wishes to consider varies also a lot from one application to another. In some cases for instance it is enough to simulate the response of

[5]SPECint95 = 12.3 SPECfp95 = 14.1

the interferometer to longitudinal displacements of the mirrors, whereas in other cases the angular degrees of freedom must be taken into account. We can even be interested in the details of the transversal structure of the beam leaving the interferometer, which implies that the mismatches between the beams and the mirrors – either due to surface curvature or rugosity – have to be properly taken into account.

Similarly, there are some cases – for control purposes for instance – where one needs to follow dynamically the evolution in time of the interferometer response as a function of the mirror movements which can be fast enough – given the time constants involved in the different cavities – so that the response is not the stationary one but we are sensitive to transients. On the other hand it is often enough to follow the interferometer response under the quasi-static assumption. The needs happen to match the resources here, since the cases where a detailed description is required are also those where the quasi-static approximation is acceptable. This is fortunate since those detailed models are generally slow and would be difficult to implement in a dynamic mode.

Before reviewing the various models, let us say a few words about the technical aspects of the optical simulation.

A.5.1 Technical Aspects

The configuration to be simulated is defined by the user using a number of basic objects. These objects are connected to build a logical sequence. Typical objects are lasers, phase modulators, mirrors, cavities, interferometers or photodiodes. They are connected through "beam" objects, much in the same way other SIESTA objects are connected through signal objects. The beam objects are used to exchange information between one optical object and another, and contain the representation of the optical field in some place of the configuration. The representation itself may vary from a model to another, as will be explained in section A.5.3, but the object structure is generic. Usually, both the input and the output of an optical object are beams, and the beams are updated by the simulation functions associated to the various objects.

The interface with other simulation modules such as the mechanical simulation one is done through special objects – namely mirror surfaces – whose parameters define both geometrical and optical properties (such as position, direction, reflectivity, losses and so on) and which are linked to signal objects carrying information about position variation of the mirrors (typically updated by mechanical simulation objects). Those surface objects are used as input parameters of objects such as cavities or interferometers.

A.5.2 The Laser Object

The laser object comes first in the definition of an optical configuration. Its function is to produce the initial beam to be propagated. The transverse mode composition of the laser beam can be defined by the user, and frequency sidebands can be generated in order to propagate a phase modulated beam.

The laser power and frequency noises can be taken into account through input signals to the laser object, which allows to inject noise with any desired spectrum, by using white noise generators together with signal filtering tools.

A.5.3 Light Propagation

The different models which have been developed can be classified as a function of the representation they use to describe the optical field, which is closely related to the algorithm they use to compute the field solution, and also to the kind of effects they are sensitive to.

Another important feature of the models is the approximation they use for the time evolution of the fields. Some of the models allow to compute only the stationary solution for the fields – and therefore can be used to describe their evolution in time only under the quasi-static assumption – whereas other models can also describe transients.

Field Representation

Hereafter we describe briefly the different field representations, their consequences on the algorithms used to solve for the field and the kind of effects they are able to sense.

- **plane wave:**

  This is the simplest field representation, since all the information about the field is held in a single complex number. Under this assumption, fields are propagated along distances between mirrors simply by scalar phase factors. This representation is well suited if one needs only to compute the configuration response as a function of the mirror positions along the beam axis.

- **grid/FFT:**

In this representation the transversal structure of the field is discretized, and the field value is computed in a number of points equally spaced on a square (the "grid"). The field propagation between mirrors uses an algorithm based on FFT [9]. The reflection on a mirror is accounted for by computing the extra phase in each point of the grid, taking into account any small misalignment of the mirror, its curvature, and its rugosity if any. These are therefore the kind of things this representation is able to take into account.

- **modal expansion:**

  This type of representation is the most used one in SIESTA, and is so useful that it has triggered several developments and is now implemented in three different ways.

  In this representation the field propagating through the configuration is expanded on a basis of orthogonal modes. If the basis is chosen such that the basic modes are close to the eigenmodes of the configuration, then it is generally possible to truncate drastically the basis and consider only a small number of modes. In practice the Hermite-Gauss $\mathrm{TEM_{mn}}$ modes are used, and the modes actually taken into account are such that $(\mathrm{m}+\mathrm{n})$ is less than some order which is usually not much larger than unity.

  In this representation the information about the field at some place of the configuration is held in a vector whose elements are the field components on the basic modes. The elementary operations such as propagation or reflection are represented by operators acting on the field state vector. Free propagation and reflection by ideal mirror surfaces are represented by diagonal matrices, whereas reflection by misaligned or mismatched surfaces is represented by matrices with off-diagonal terms leading to coupling between the different modes.

  Let us now review the three different implementations of this method:

  - *standard:*

    In the standard implementation the reflection matrices for not ideally aligned mirror surfaces are computed using analytical formulas given at order 2 in the relevant perturbation parameter [10]. The perturbation can be the reflection by a tilted plane or spherical mirror, reflection by a transversally displaced spherical mirror or reflection by a spherical mirror whose curvature does not match the beam curvature. The order of the truncated $\mathrm{TEM_{mn}}$ basis is upper limited to 2 $(\mathrm{m}+\mathrm{n} \leq 2)$ but can be chosen by the user between the values 0 (in which case the model is merely equivalent to a plane wave calculation), 1 and 2.

– *special:*

  The special implementation is very similar to the standard one, except that a dedicated package has been developed to optimize the numerous algebra operations by taking into account the characteristic structure of the reflection matrices [11].

– *extended:*

  This last implementation uses a numerical method – instead of analytical formulas – to compute the reflection operators [12]. The consequences are that the order of the $\mathrm{TEM}_{\mathrm{mn}}$ basis is not limited (although in practice limitation arises from the finite computer memory resources), that the matrix elements are computed with better accuracy, and that mirror surface rugosity may be taken into account.

  The method used to compute a mirror reflection matrix is the following. For each mode of the basis considered as an incoming field at the level of the mirror tangent plane, a discrete spatial representation of the field transversal distribution is computed on a $n \times n$ points grid (with typically $n = 128$). The phase introduced by the reflection on the mirror is computed in each point of the grid taking into account the curvature of the mirror, any small misalignment, and the surface rugosity if any. The numerical projection of the reflected field on each mode of the basis leads to the elements of one column of the reflection matrix. Repeating this process for every mode of the basis provides the whole matrix.

Field Equation Resolution

The equation for the field in some place of the configuration is typically an implicit equation, which can be solved either by iterations or by direct inversion. The two methods are used in SIESTA, and the choice of the method generally determines whether the model is dynamic or quasi-static. Direct inversion of the equation implies that the field is solved for its stationary solution and therefore that the model is able to describe its evolution only in quasi-static mode. On the other hand, solving the equation by iterations means that field values at a given time step are computed from field values at the previous time step and therefore that the model is able to describe the field evolution dynamically.

The latter statement has to be moderated due to the fact that it is true only if the time step can be chosen in accordance with the physical delay introduced by the propagation of light. Depending on the field representation used, this can be so time consuming that in practice the model can only be used in quasi-static mode. This is especially the case of the grid/FFT model which is implemented with the sequential method but is much too slow to be used dynamically.

Actually there are also some cases where both methods are used in conjunction. This is the case for one of the most powerful implementations of the simulation of a recycled Michelson interferometer with Fabry-Perot cavities. In this model, the fields reflected by the Fabry-Perot cavities are computed sequentially whereas the field inside the recycling cavity is computed by direct inversion. This is equivalent to neglecting the time delays introduced by the light traveling inside the recycling cavity. Since the length ratio between the Fabry-Perot cavities and the recycling cavity is so high for an interferometer like VIRGO, this does not preclude the model from reproducing with good accuracy the time constants involved in such a configuration and therefore from describing properly the dynamics of the system.

It seems worth pointing out that in most cases (at least for those models implemented in the dynamic mode) the time step of the simulation is set by the frequency of the clock associated to the corresponding object. This means that the user is in a position to choose the time step suitable for his needs.

A.5.4 Optical Configurations

A variety of objects are available to simulate the optical response of different configurations.

- It is often useful to be able to define the desired configuration modularly from individual mirrors. An object called "optical node" provides the means to do so, the configuration being defined by connecting such node objects – representing mirror surfaces – with beam objects.
- Some configurations are so often considered that the models to simulate their responses have been encapsulated in dedicated objects, for which the geometry is fixed, most other parameters being user defined. This is the case for:
  - a Fabry-Perot (FP) cavity
  - the configuration of the VIRGO central interferometer, namely a recycled Michelson interferometer
  - the configuration of the full VIRGO interferometer, namely a recycled Michelson interferometer with Fabry-Perot cavities

Table A.2 summarizes the methods used by the models available to simulate the various configurations – without taking into account the fact that a model dedicated to a complex configuration can be used to simulate a simpler one by adjusting some parameters.

		FP cavity	Recycled Michelson	Recycled Michelson with FP cavities	Modular Configuration
plane wave				QS	
modal expansion	standard	QS & D	QS	D	D
	special			QS	
	extended		QS	QS	
grid/FFT					QS

Tableau A.2: Summary of the methods implemented for different configurations (a model dedicated to a complex configuration can of course be used to simulate a simpler one by adjusting some parameters). The table also indicates whether the method is implemented in quasi-static (QS) or dynamic (D) mode.

A.5.5 Performances

In this section we briefly present some results about the typical performances of the optical simulation, as measured on the same workstation as in section A.4.3. We give two different bunches of results, one for the quasi-static models, and one for the dynamic ones.

Quasi-static Models

Table A.3 refers to the quasi-static models. It shows the computation time needed to calculate once the stationary response (i.e. the stationary solution for the field in a number of places of the configuration) of three different configurations using different methods. The number of frequency bands considered is three – a carrier and two sidebands. The order indicated for the methods based on modal expansion refers to the maximum value of $(\mathrm{m}+\mathrm{n})$ of the $\mathrm{TEM}_{\mathrm{mn}}$ modes considered. If the order is p the total number of modes is $(p+1)(p+2)/2$. The computation times given in table A.3 do not include overhead, which amounts to 0.4s.

The test with the grid/FFT method was done with a complete interferometer configuration built modularly. The grid size was 128×128 points. With this method the fields are computed sequentially, and the number of iterations performed was that needed to reach the stationary state of an interferometer with a cavity finesse of 50 and a recycling factor around 50, starting from fields initialized to zero. Convergence could of course be reached much faster starting with suitably initialized fields or by using fast iteration techniques [13]. Let us also emphasize that the grid/FFT method was an early development in SIESTA and that by now the modal expansion method in its extended implementation can provide the same kind of information at a much reduced computational cost, although for dedicated configurations only.

<table>
<tr><th colspan="3"></th><th>FP cavity</th><th>Recycled Michelson</th><th>Recycled Michelson with FP cavities</th></tr>
<tr><td colspan="3">plane wave</td><td></td><td></td><td>4 ms</td></tr>
<tr><td rowspan="6">modal expansion</td><td rowspan="3">standard</td><td>order 0</td><td>0.15 ms</td><td>0.01 ms</td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>order 1</td><td>0.3 ms</td><td>0.3 ms</td></tr>
<tr><td>order 2</td><td>0.9 ms</td><td>1.4 ms</td></tr>
<tr><td>special</td><td>order 2</td><td></td><td></td><td>24 ms</td></tr>
<tr><td rowspan="2">extended</td><td>order 5</td><td></td><td>1.5 s</td><td></td></tr>
<tr><td>order 10</td><td></td><td></td><td>25 s</td></tr>
<tr><td colspan="3">grid/FFT</td><td></td><td></td><td>20 hours</td></tr>
</table>

Tableau A.3: Computation time needed to calculate the stationary optical response of various configurations with different quasi-static models.

Dynamic Models

Table A.4 refers to the dynamic models. It shows the computation time needed to simulate the response of two different configurations over one second, using different methods (again for three frequency bands and neglecting overhead).

The frequency given in the table (10 kHz, 100 kHz, 25 MHz) is the frequency with which the simulation function of the model is called, thus defining the simulation time step.

The length of the Fabry-Perot cavities considered in the tests is 3 km. To simulate dynamically the response of such a cavity, the basic time step of the sequential field computation must be at most 10 μs. Whether the call-back frequency is 100 kHz or 10 kHz, the time step is exactly 10 μs in both cases, the fields in the recycling cavity being computed through direct inversion. This means that in the 10 kHz case, several iterations are performed within the same function call. This allows to reduce overhead, at the price of simulating the cavity response up to 10 kHz only, which is often enough given the typical velocities of the suspended mirrors.

On the other hand, we give also the computation time needed in an extreme case (the 25 MHz one). In this case all the fields in the interferometer, including those in the Fabry-Perot cavities, are computed sequentially with a time step of 40 ns, corresponding to the propagation time of light in a VIRGO like 12 m long recycling cavity.

			FP cavity	Recycled Michelson with FP cavities
modal expansion (standard implementation)	10 kHz	order 0	0.7 s	0.4 s
		order 1	2.4 s	18 s
		order 2	8.2 s	89 s
	100 kHz	order 0	2.7 s	1.4 s
		order 1	12 s	47 s
		order 2	50 s	195 s
	25 MHz	order 0		40 min

Tableau A.4: Computation time needed to perform a “one second” simulation of the optical response of two configurations, using a dynamic model based on modal expansions of different order and different simulation time steps.

A.6 Basic Tools for Data Analysis

The basic tools to produce simulated data are implemented in SIESTA. They include generators of gravitational wave signals, a noise generator, as well as the interface to the frame formatting package. The latter has already been described in section A.3.3 and we focus here on the first two points.

It is to be noted that the SIESTA framework allows also to implement and run any data analysis algorithm as a SIESTA object, the data being processed in the standard SIESTA loop.

A.6.1 GW Signal Generators

The implementation of GW signal generators has two aspects. One aspect is the computation of the GW signal amplitude in the source frame, based on parameters depending on the model used. The other aspect is the interface to the detector frame in order to compute the signal the interferometer is sensitive to. Implemented in SIESTA so far are the source-detector interface and two basic generators at source level – one for continuous waves from pulsars [14], and one for coalescing binaries [16] (up to the first post-Newtonian order).

The source-detector interface is implemented as a SIESTA object transforming any signal in its source frame into a signal in the detector frame [14]. Namely, knowing the source position, the wave polarization angle and the detector position and orientation as a function of time, this object computes the values of h_x and h_y at detector level as a function of time from the generated values of h_+ and $h_\times$ at source level. The key input to this transformation is the Earth position as a function of time, which is computed with a routine provided by the Bureau des Longitudes in Paris [15].

This step introduces the amplitude and phase modulation of the GW signal due to the variations in the detector position and orientation. Technically, only the amplitude modulation is introduced through this general mechanism. On the other hand the issue of phase modulation is addressed at the level of the source, for reasons of convenience. It is indeed much simpler to account for this effect through an additional varying phase in the generated signal than through delayed arrival times at the detector level.

A.6.2 Noise Generator

For the purpose of developing and testing data analysis algorithms, it is often enough to work with time realizations of detector noise in terms of h (i.e. reconstructed data) with a frequency content reproducing the detector sensitivity.

It is possible – although slow and heavy – to combine GW signal generation with a full simulation of the detector (including mechanics, optics, controls). This produces raw data (dark fringe signal) and implies that a reconstruction procedure is applied to unfold the response of the servo-ed interferometer and get data in terms of h.

On the other hand, a lighter solution consists in producing directly time series in terms of h. The noise generator implemented in SIESTA is based on this idea and is designed as a fast tool to produce colored noise with the desired spectrum. The contribution of shot noise to the spectral sensitivity is simulated from a few parameters (power on beam-splitter, cavity length and finesse). The contribution from thermal noise is taken into account through an interface to the thermal noise generator described in section A.4.1, which avoids to duplicate code.

Some important noise contributions are missing in the generator. Those missing sources are less well known and difficult to predict; they include noise from electronics, controls, and generally speaking all sources of so-called excess noise. It is likely that an ad-hoc simulation of those noise contributions can be implemented only when the detector has been built and characterized.

Figure A.6.5 shows the spectral density of a simulated time series of data in terms of the reconstructed main signal h.

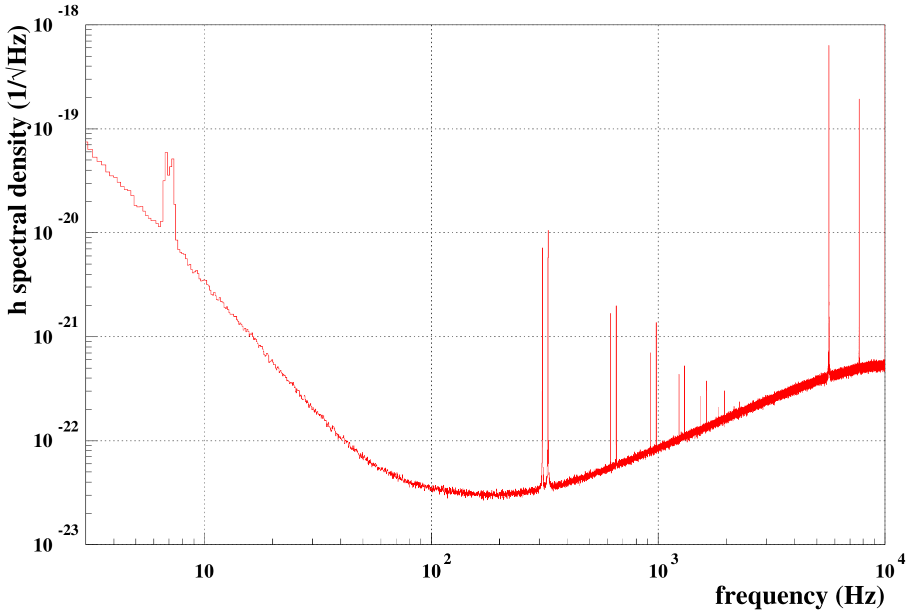


Figure A.6.5: Spectral density of simulated noise in terms of reconstructed main signal h, including shot noise and the main contributions from thermal noise: pendular modes, violin modes, and the first internal modes. The time series was generated with the fast noise generator.

A.7 Application Examples

In this section we present a few examples to illustrate some of the typical applications of the SIESTA software.

A.7.1 Longitudinal Lock Acquisition of Fabry-Perot Cavity

This example (see figure A.7.6) shows how SIESTA can be used to simulate the process of longitudinal lock acquisition. The configuration considered here is that of a simple suspended Fabry-Perot cavity. A dynamic optical simulation of the cavity is used in connection with a one degree of freedom mechanical simulation of the seismically excited suspended mirrors. Some signal processing tools are used to implement the lock acquisition algorithm and the feedback loop. Some graphs showing the time evolution of the process are produced in the SIESTA job by spying the relevant variables. Around 30 SIESTA objects are involved in this example which takes a little more than 6 minutes to simulate the evolution of the configuration for roughly 2 minutes.

A.7.2 Transfer Function Extraction

This example (see figure A.7.7) shows how SIESTA can be used to extract information in the frequency domain. We consider here the case of the extraction of the transfer function between the length variations of the VIRGO interferometer recycling cavity and the resulting variations in the demodulated signal measured on the photo-diode collecting the light reflected from the interferometer. A dynamic optical simulation of the interferometer is used with white noise applied on the longitudinal position of the recycling mirror. The power seen by the photodiode at the modulation frequency is then evaluated and the transfer function with respect to the excitation noise is computed.

A.7.3 Extraction of Alignment Error Signals

This example (see figure A.7.8) shows how SIESTA can be used to simulate the alignment error signals produced by the seismic angular noise of the suspended mirrors. The configuration considered here is that of a recycled Michelson interferometer (VIRGO central interferometer). A quasi-static optical simulation of the interferometer is used in connection with a six degree of freedom mechanical simulation of the suspended mirrors. Assuming perfect longitudinal locking, the signals measured at the modulation frequency with a quadrant photo-diode collecting the light transmitted at the end of one of the interferometer arms are computed. Graphs show the time evolution of the up-down asymmetry of these signals, and its correlation to the vertical tilt of the recycling mirror.

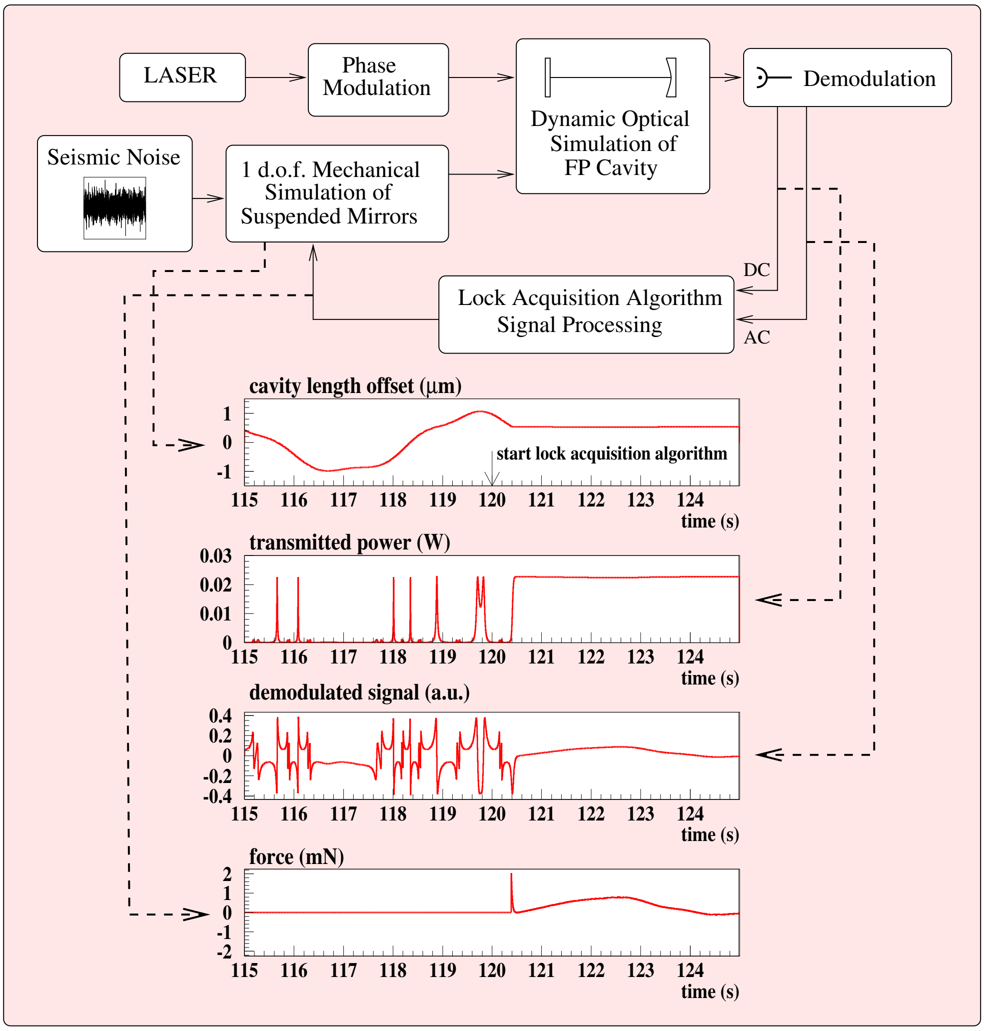


Figure A.7.6: Schematic description of the ingredients and outputs of a SIESTA job devoted to the study of the longitudinal lock acquisition of a suspended Fabry-Perot cavity.

A.8 Conclusion

In this paper we have presented the SIESTA simulation software package developed for the VIRGO experiment. Stress has been laid on the modularity of the program. This feature makes it possible for instance to easily include new modules or re-use part of the code in other VIRGO software packages used online. Another important point is the possibility for the user to choose in many cases between several detail levels to simulate a given process.

It is worth reminding that many other modeling developments have been

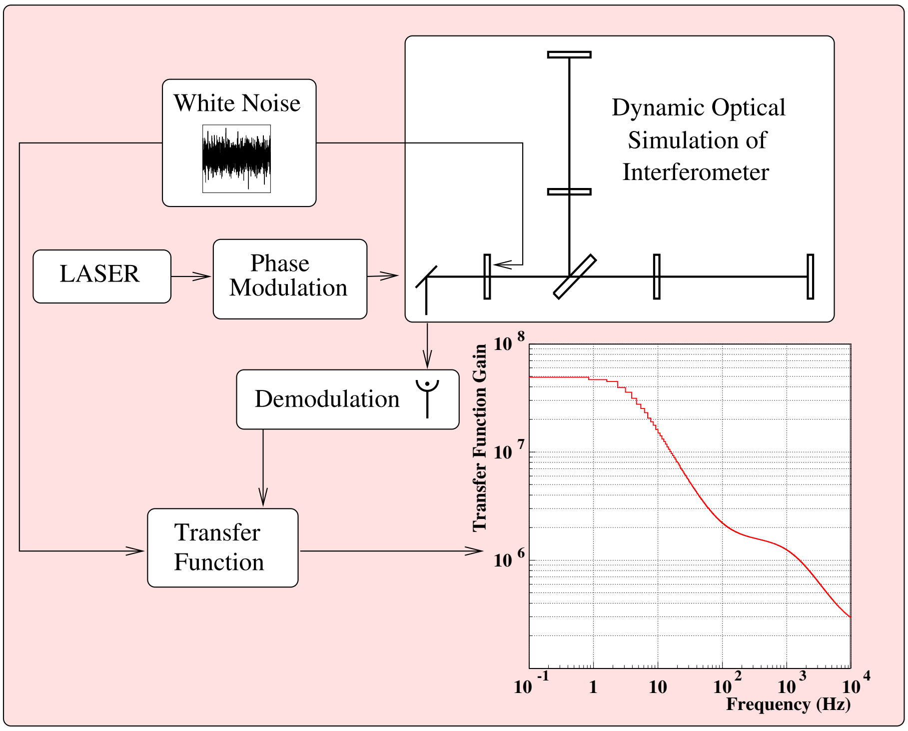


Figure A.7.7: Schematic description of the ingredients and outputs of a SIESTA job devoted to the extraction of the transfer function between the length of the interferometer recycling cavity and the demodulated signal of the photo-diode collecting the light reflected from the interferometer.

undertaken for the VIRGO experiment, which have not been mentioned in this paper devoted to the global simulation of the detector. In some cases these other modeling activities address very specific issues which need not be integrated in the general simulation. In other cases they are relevant to important physical processes characterizing the detector but only their results are implemented in SIESTA as an effective model. An important illustration is the simulation of thermal noise.

The development of SIESTA has been going on for several years [17] and has been driven by the needs of the VIRGO collaboration. The program has reached a stage where the design requirements have been fulfilled to a large extent, and is now at an operational level. One of the early needs has been to develop tools to help in the design of the detector. An important design issue still existing today is that of the control of the interferometer, which has driven most of the developments relative to optical and mechanical simulation.

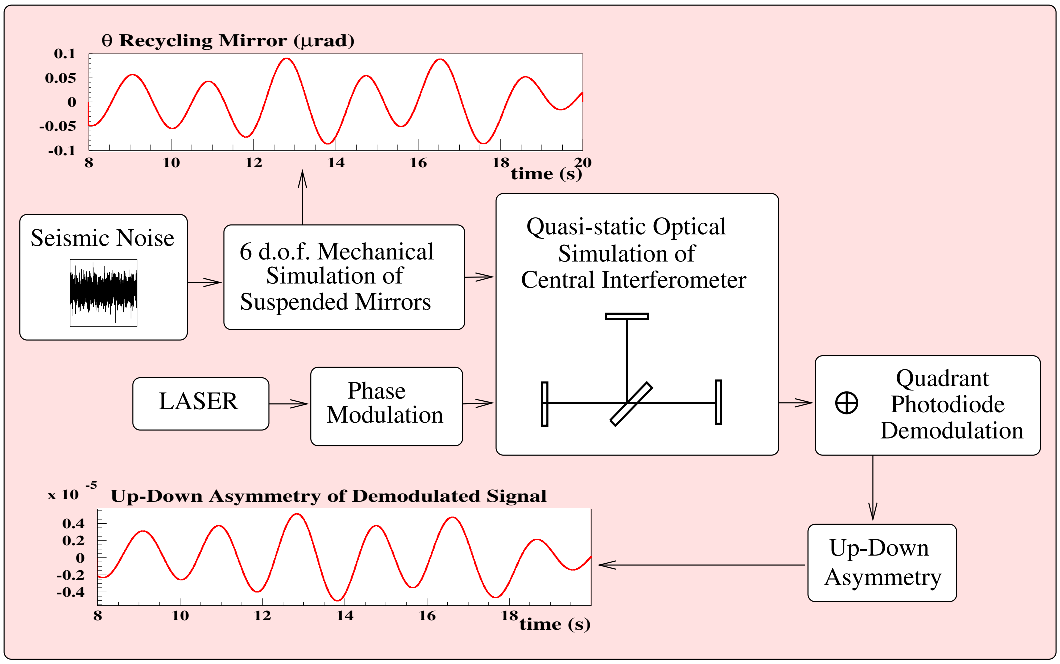


Figure A.7.8: Schematic description of the ingredients and outputs of a SIESTA job devoted to the simulation of the alignment error signals produced by the seismically induced mirror angular noise and measured with a quadrant photo-diode collecting the light transmitted at the end of one of the central interferometer arms.

The optical simulation toolkit is fairly complete by now. It allows to simulate the response of various optical configurations to longitudinal and angular movements of the mirrors, either in the quasi-static or in the dynamic regime. Future activities in this domain might be to develop efficient tools to simulate new interferometer configurations, like for instance dual recycling.

The mechanical simulation toolkit covers also the essential needs, allowing to simulate a suspended mirror in six degrees of freedom. Future developments will be needed to introduce more flexibility in the simulation. Another challenge would be to increase the speed of the mechanical simulation by optimizing the models.

The other main development line of SIESTA is directed towards data analysis. It concerns generators of gravitational wave signals as well as generators of noise reproducing the sensitivity of the detector. At present the basic tools have been developed, but further developments will be needed to extend the variety of signal generators and bring the noise generators closer to the noise observed in reality. In particular excess noise, including non-Gaussian noise, will have to be modeled or parameterized when it has been observed and characterized on the real detector.

Generally speaking, the program will have to be compared with reality like the coming up VIRGO central interferometer, and its parameters should be tuned. Future developments might also be desirable in order to introduce more interactivity in the program and to connect it at best with the data analysis software environment.

Acknowledgments

We would like to thank our VIRGO colleagues for many profitable discussions, and especially all the SIESTA users for useful comments and suggestions.

References

[1] VIRGO Coll., Final Design Report (1997)

[2] B.Bhawal, M.Evans, E.Maros, M.Rahman, H.Yamamoto, LIGO note LIGO-T970193 (1997)

[3] See http: //wwwinfo.cern.ch/asd/index.html

[4] B.Mours, Gravitational Wave Detection, Proceedings of the TAMA International Workshop on Gravitational Wave Detection, Saitama, Japan, November 12-14 1996, edited by K.Tsubono, M.K.Fujimoto and K.Kuroda (1997) 27
Joint LIGO/VIRGO note LIGO-T970130-B and VIRGO-SPE-LAP-5400-102

[5] A.V.Oppenheim, R.W.Schaffer, *Digital Signal Processing*, Prentice-Hall International Editions (1975)

[6] P.R.Saulson, *Phys. Rev. D* **42** (1990) 2437

[7] G.Cagnoli, L.Gammaitoni, J.Kovalik, F.Marchesoni, M.Punturo, VIRGO note VIR-NOT-PER-1390-84 (1997), and references therein

[8] M.Beccaria, G.Cella, G.Curci, A.Viceré, VIRGO note in preparation

[9] J.Y.Vinet, P.Hello, C.N.Man, A.Brillet, *J. Phys. I France* **2** (1992) 1287

[10] J.Y.Vinet, VIRGO note PJT-94-012 (1994)

[11] J.Y.Vinet, F.Cavalier, P.Hello VIRGO note NTS-95-032 (1995)

[12] V.Loriette, VIRGO note NTS-95-029 (1995)

[13] B.Bochner, Ph.D thesis, Massachusetts Institute of Technology (1998)

[14] X.Grave, Thèse de l'Université de Paris-Sud (1997)

[15] G.Francou, L.Bergeal, J.Chapront, B.Morando, *Astron. Astrophys.* **128** (1983) 124

[16] D.Verkindt, Thèse de l'Université de Savoie (1993)

[17] B. Mours, I. Wingerter-Seez, Proc. of the sixth Marcel Grossmann Meeting on General Relativity, Kyoto, June 1991, edited by S.Humitaka and T.Nakamura (1992) 1576
B.Caron et al, Proceedings of the 6th Pisa Meeting on Advanced Detectors, La Biodola, Isola d'Elba, Italy, 22 - 28 May 1994, edited by E Bertolucci, F Cervelli and A Scribano, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res.*, **A : 360 (1-2)** (1995), 375
VIRGO Coll., Gravitational Wave Detection, Proceedings of the TAMA International Workshop on Gravitational Wave Detection, Saitama, Japan, November 12-14 1996, edited by K.Tsubono, M.K.Fujimoto and K.Kuroda (1997) 21

Annexe B

A Preliminary Study of the Locking of an Interferometer for Gravitational Wave Detection

Cette annexe reproduit le texte d'un article paru dans *Astroparticle Physics* en 1997, décrivant une étude préliminaire menée sur le verrouillage longitudinal de l'interféromètre VIRGO.

A Preliminary Study of the Locking of an Interferometer for Gravitational Wave Detection

B.Caron[a], A.Dominjon[b], C.Drezen[b], R.Flaminio[b], X.Grave[b], R.Hermel[b], F.Marion[b], L.Massonnet[b], C.Mehmel[a], R.Morand[b], B.Mours[b], V.Sannibale[b], M.Yvert[b]

[a] *LAMII, BP 806,F-74016 Annecy CEDEX, France*

[b] *LAPP, BP 110, F-74941 Annecy-le-Vieux CEDEX, France*

Abstract

Large interferometers aiming at the detection of gravitational waves are under construction. They use multiple optical cavities and require a coherent control of several mirror positions without spoiling the detector sensitivity. In the case of the VIRGO interferometer several solutions to this problem are currently under study inside the collaboration. In this paper we describe a preliminary study of one of these solutions. We discuss the sensitivity of the controlled interferometer and present some tests done through a simulation of the apparatus. The limitations of the presented solution are discussed.

B.1 Introduction

The VIRGO gravitational wave detector will be a Michelson interferometer with 3 km long arms. The experiment is supported by the CNRS (France) and the INFN (Italy). Its construction is under way and the detector should be ready in year 2000. The interferometer will contain Fabry-Perot cavities in the arms and the light will be recycled. The layout of the detector has been described in details elsewhere [1, 2]. Figure B.1.1 sketches its optical configuration. The mirrors are suspended masses to be seismically isolated. The suspended mirrors oscillate around their equilibrium points at very low frequency with an amplitude of some tens of the light wavelength λ. However, to reach a working point for the interferometer, the distances between the mirrors must be fixed within a range as tight as a few $10^{-6}\lambda$ for some of them: the Fabry-Perot cavities and the recycling cavity must be kept at resonance with respect to the laser source and the output of the interferometer must be a dark fringe. There will be local damping systems to reduce the amplitude of the mirror oscillations down to a fraction of the wavelength, which is not sufficient to meet the required precision. A higher level control system is thus necessary to lock the interferometer, and this will be achieved in VIRGO with digital servo-loops using global information. Such a system has to reduce the low frequency motion of the mirrors without affecting the interferometer sensitivity in the detection bandwidth. Expressed in the usual h unit giving the relative arm length variation, the design sensitivity is $h = 10^{-21}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ at 10 Hz and $3\ 10^{-23}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ at 100 Hz.

In this paper we investigate one of the possible strategies for this control system and study its influence on the signal detection as well as its limitations. We begin in section two by giving some general considerations on the control scheme and on the sensitivity of the controlled interferometer. Section three is then devoted to simulation tests. After a short description of the models used in the simulation we examine the performance of the system with a particular choice of feedback. The limitations due to the dynamic range of the signals flowing in the servo-loops are then addressed, as well as the issue of the system robustness.

B.2 Sensitivity of the controlled interferometer

Four independent lengths of the interferometer must be controlled (see figure B.1.1): the lengths of the two Fabry-Perot cavities (L_1 and L_2), the length of the recycling cavity ($l_0 + (l_1 + l_2)/2$) and the arm length difference of the short Michelson ($l_1 - l_2$). As a consequence, four independent error signals must be extracted. This will be done using a technique of high frequency phase modulation-demodulation of the laser light - such a technique being already needed to extract the gravitational wave signal in a frequency domain free of laser power noise. Various modulation configurations have been proposed and studied [4]; some of them have been considered in the case of VIRGO (external modulation, simple frontal modulation, single side band frontal modulation) [3, 5, 6]. The study we report here was done in the case of a simple frontal modulation scheme.

In this configuration, many signals collected from photo-diodes situated at various places in the interferometer can be considered to extract the desired error signals. It has been shown [6] that four independent signals can be obtained using the following set: in phase signals of photo-diodes d_1 and d_2, and both in phase and in quadrature signals of photo-diode d_5 (see figure B.2.2). Let us stress that although these signals are independent, they are not decoupled, all of them depending on all the relevant lengths. There is indeed a natural coupling of the information relative to the lengths of the two Fabry-Perot cavities due to the recycling cavity. Moreover, most photo-diode signals are sensitive to variations of the short distances (l_1, l_2) in the same way as to variations of the long distances (L_1, L_2) apart from a finesse factor. The usual method in such cases consists in trying to extract error signals as decoupled as possible to feed back each of them to a single mirror. In this paper we propose a different method by considering globally the set of error signals and taking into account the couplings [7].

Considering the six mirrors of the interferometer, the high level control system will maintain the positions of four of them with respect to the positions of the other two which will have local controls only. The block diagram of the globally controlled interferometer is shown on figure B.2.2, with the following notations:

- $\mathcal{G}$ represents the open loop mechanical transfer function of the interferometer. Since we are considering a set of four identical suspensions and mirrors, we have $\mathcal{G} = G\,\mathcal{I}$ with $\mathcal{I}$ the order four identity matrix and G the transfer function for one mirror. G is a pendulum-like second order transfer function between the applied force and the longitudinal displacement of the mirror.

- S is a four vector containing the displacements of the free mirrors due to external excitations such as gravitational waves, seismic noise or thermal noise.

- A is a four by four matrix relating the longitudinal displacements of the

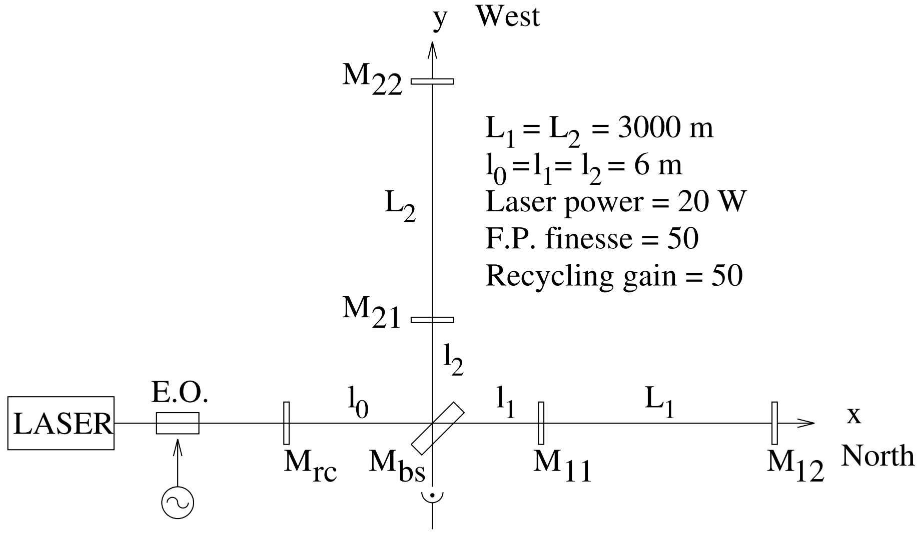
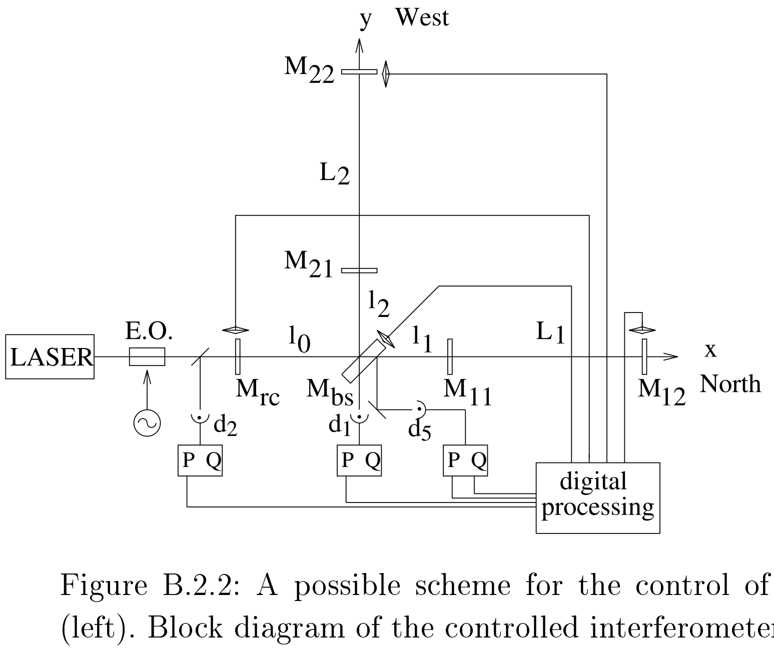


Figure B.1.1: Sketch of the optical configuration of the VIRGO interferometer.



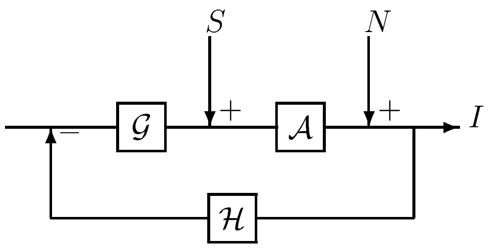


Figure B.2.2: A possible scheme for the control of the VIRGO interferometer (left). Block diagram of the controlled interferometer (right).

four mirrors (relative to the position of the free mirrors) to the four vector containing the noise free signals collected on the photo-diodes. This matrix represents the optical transfer function of the interferometer.

- N is a four vector containing the value of the noise (shot noise and electronic noise) for each photo-diode signal.
- I is the four vector of photo-diode signals: I_1, I_2, I_{5p}, I_{5q}.
- $\mathcal{H}$ is a four by four matrix relating the vector of error signals to the vector of forces fed back to the mirrors. The choice of a strategy for the control system lies in the choice of $\mathcal{H}$.

When the loop is open we have:

$$I = \mathcal{A}\ S + N \tag{B.2.1}$$

The best sensitivity to a gravitational wave excitation is of course obtained on the dark fringe signal I_1:

$$I_1 = \mathcal{A}_{1j}\ S_j + N_1 \tag{B.2.2}$$

When the loop is closed we have:

$$I = \mathcal{A}\ S + N - \mathcal{AGH}\ I \tag{B.2.3}$$
$$I = (\mathcal{I} + \mathcal{AGH})^{-1}\ (\mathcal{A}\ S + N) \tag{B.2.4}$$

If one keeps considering I_1 when the loop is closed, the sensitivity seems to be degraded since the noises from the other diodes are now contributing to I_1 through the term $(1+\mathcal{AGH})^{-1}\ N$. However if one assumes that the loop gain $\mathcal{AGH}$ is known, it is possible to reconstruct the quantity $((1+\mathcal{AGH})I)_1 = \mathcal{A}_{1j}\ S_j + N_1$ which exhibits the same sensitivity as open loop I_1.

This recovery of the sensitivity relies on the knowledge of $\mathcal{AGH}$. Since we use digital filtering, $\mathcal{H}$ should be known with good accuracy whereas the knowledge of $\mathcal{AG}$ (which represents the overall mechanical and optical transfer function of the interferometer) demands a good understanding of the experimental setup associated with reliable simulation possibilities. Experimentally, valuable information for the signal reconstruction will be derived from a calibration procedure monitoring slow variations in the response of the detector to known excitations of the mirrors. In the end the sensitivity issue turns into a robustness issue since one has now to consider to what extent imperfections in the loop gain knowledge are tolerable to preserve the system stability and sensitivity.

B.3 Simulation

In this section we describe some tests of a particular control strategy performed using a simulation of the detector. The simulation approach allows to integrate mechanical, optical and electronic aspects.

B.3.1 Models

Mechanical simulation

A complete suspension chain of a mirror consists - from top to bottom - of the following elements: a movable suspension point, a chain of seven seismic filters and a positioning device - called marionetta - suspending the mirror and its reference mass [2, 1]. The simulation of the mechanical behavior of this complex setup is based on a numerical integration of the differential equations describing the movement in one dimension of a chain of massive pendula. This kind of model has shown to be able to reproduce experimental transfer functions as measured on a large scale suspension prototype, at least in the frequency range where the measurement could be performed [8]. The equations take into account the acceleration transmitted to the suspension point due to ground motion as well as the force applied on the mirror from the reference mass. The value of the seismic excitation is computed randomly according to a frequency spectrum in $1/\nu^2$ and its amplitude is tuned so as to obtain the desired range of motion for the mirror taking into account the effect of the active damping systems of the suspension which are not simulated explicitly. The model includes also the pendular thermal noise of the mirror.

The time step chosen for the numerical integration of the mechanical equations corresponds to a sampling frequency of 10 kHz and is compatible with the fastest pole of the closed loop system. Figure B.3.3 shows the distribution of the simulated mirror position when the loop is open. The distribution exhibits a RMS value around 2.5μm, which is a conservative starting point since it is about a factor of three larger than what is expected from the performance of the whole - locally controlled - suspension [1].

Optical simulation

The simulation of the interferometer response to movements of the mirrors relies on an analytical calculation [6] which has provided the relationship - in the linear and quasi-static regime - between variations of the characteristic lengths of the interferometer and the signals seen at the modulation frequency by the

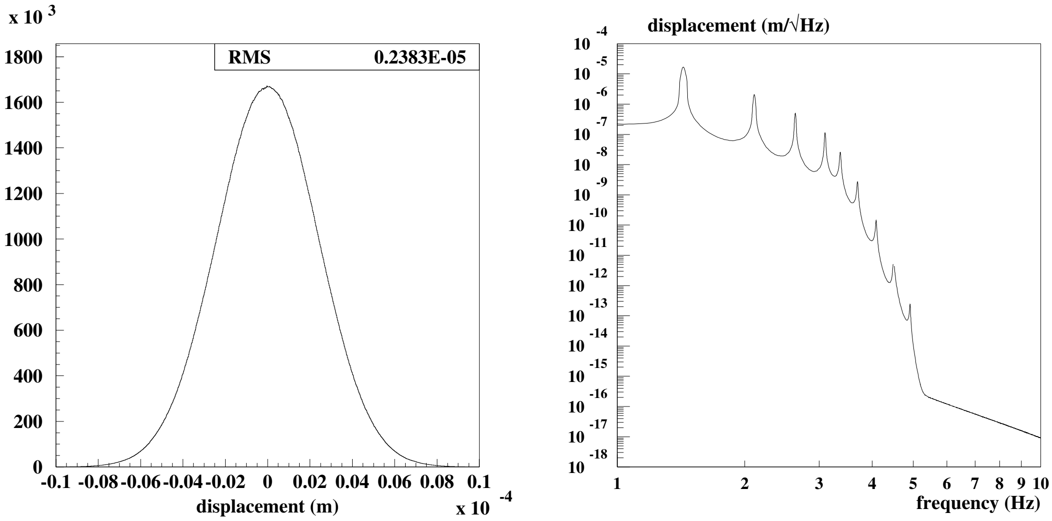


Figure B.3.3: Displacement distribution (a) and spectral density (b) of a free suspended mirror around its equilibrium point.

relevant photo-diodes. As mentioned above the study is done in a simple frontal modulation scheme and the considered signals are the in phase signals of photo-diodes d_1 and d_2, and both in phase and in quadrature signals of photo-diode d_5. The optical model provides in the end values for the elements of matrix $\mathcal{A}$. We assume that the elements can be considered to be independent of frequency (quasi-static approximation), which may be a crude approximation since the bandwidth of the considered servo-loops is around 100 Hz. A detailed analysis of the frequency dependence of the elements of matrix $\mathcal{A}$ will be the subject of further study, as well as the consequences on the feedback system.

Integration

Integrating the simulation of both the mechanical and the optical response of the interferometer, we perform a simulation in the time domain of the controlled apparatus. At each time step the positions along the beam of all the mirrors are computed, the corresponding signals collected by the photo-diodes at the modulation frequency are derived. These signals are used as position error signals in the recurrent equations associated with the compensators $\mathcal{H}$ (derived from the analytical form using the impulse invariance method) to compute the forces fed back to the mirrors at the next time step. We get information on the system behavior in the frequency domain by performing FFT's of the time sequences thus obtained.

Four mirrors of the interferometer have to be controlled to lock the interferometer; we have chosen to act on the recycling mirror, the beam splitter and the end mirrors of the Fabry-Perot cavities, the front mirrors of the Fabry-Perot cavities being left free. Therefore all the displacements of the controlled mirrors are computed relatively to the positions of the two free mirrors.

In this study we are concerned only with the linear regime of the feedback system; we do not address the issue of lock acquisition. An easy way to stay away from the non linearities associated with the lock acquisition phase - from a simulation point of view - is to initiate the simulations starting from mirrors at rest and this is what has been done in all the simulations reported here.

B.3.2 Choice of $\mathcal{H}$

We have shown that the system sensitivity does not depend on a particular choice for $\mathcal{H}$. There is therefore a lot of freedom in the choice of $\mathcal{H}$, which can be made in terms of simplicity and specification matching. Simplicity suggests to decouple the error signals, that is to say to take $\mathcal{H}$ of the form $\mathcal{H} = \mathcal{K}\mathcal{B}$ where $\mathcal{B}$ is the four by four matrix inverse of matrix $\mathcal{A}$. In this case $\mathcal{B}I$ is a four vector containing the decoupled error signals relative to each of the four controlled mirrors and the four by four matrix $\mathcal{K}$ can be taken to be a diagonal matrix of four independent compensators, one per mirror.

Further simplicity can be obtained by using the same compensator for all the mirrors. The choice of the compensator is then guided by the specifications on the tolerable residual displacements at low frequency. These specifications are best expressed by considering the lengths directly relevant to the resonance and dark fringe conditions, namely L_1, L_2, L_r and ΔL with $L_r = l_0+[(l_1+l_2)+F(L_1+L_2)]/2$ and $\Delta L = (l_1 - l_2) + F(L_1 - L_2)$, where F is a finesse factor: $F = 2\mathcal{F}/\pi$ with $\mathcal{F}$ the finesse of the Fabry-Perot cavities. The tolerable RMS variations of these lengths are given in table B.1. They were derived requiring that the cavity lengths be kept within a tenth of an Airy peak HWHM and that the sensitivity be not affected by laser power fluctuations of $dP/P = 10^{-8}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$. Clearly we need a high gain ($\sim 10^6$) at low frequency, whereas the bandwidth should be kept limited to avoid problems arising from the dynamics of the interferometer optical response.

In this study we have used a compensator of the form:

$$K = P\frac{(s+a)(s+b)(s+c)(s+d)}{s^2(s+e)(s+f)(s+g)} \tag{B.3.5}$$

where s is the Laplace variable and K refers here to any of the diagonal elements of matrix $\mathcal{K}$. We have chosen the values of the coefficients such that the roots and poles of K be the following:

Length ($F = \frac{2\mathcal{F}}{\pi}$)	RMS of residual variation ($\lambda = 10^{-6}$ m)
L_1, L_2	$5.10^{-4}\lambda$
$L_r = l_0 + [(l_1 + l_2) + F(L_1 + L_2)]/2$	$4.10^{-5}\lambda$
$\Delta L = (l_1 - l_2) + F(L_1 - L_2)$	$10^{-4}\lambda$

Tableau B.1: Requirements on the stability of the relevant interferometer lengths (F is a finesse factor: $F = 2\mathcal{F}/\pi$ with $\mathcal{F}$ the finesse of the Fabry-Perot cavities).

$$\text{roots of } K \text{ (in rad.s}^{-1}\text{)} \begin{cases} -15. \pm 37.\ i \\ -25. \pm 10.\ i \end{cases}$$

$$\text{poles of } K \text{ (in rad.s}^{-1}\text{)} \begin{cases} 0. \text{ (double)} \\ -6.2832 \\ -550. \pm 500\ i \end{cases}$$

The open loop gain P has been set to 2.24 10^9 kg s^{-3}. Moreover G has the following poles:

$$\text{poles of } G \text{ (in rad.s}^{-1}\text{)} \ -3.7415\ 10^{-6} \pm 3.741657\ i$$

The chosen coefficients lead to the following approximated values of the closed loop poles of the system:

$$\text{roots of } 1 + \text{GK (in rad.s}^{-1}\text{)} \begin{cases} -461.5 \pm 402.7\ i \\ -74.06 \\ -23.83 \pm 49.68\ i \\ -30.76 \pm 12.24\ i \end{cases}$$

Figure B.3.4 and B.3.5 show the shape of the characteristic functions of the system : modulus and phase of the open loop transfer function GK, and modulus of the sensitivity function $(1+GK)^{-1}$ (which represents the attenuation factor of the loop). The unity gain frequency of the system is 22.2 Hz, the phase margin 45.5°.

B.3.3 Performances

We evaluate the performances of this tentative control system by comparing the residual motion of the mirrors with the requirements. Figure B.3.6 shows the distribution of the relevant lengths of the interferometer. Comparison with the specifications quoted in table B.1 shows that adequate control is achieved, with

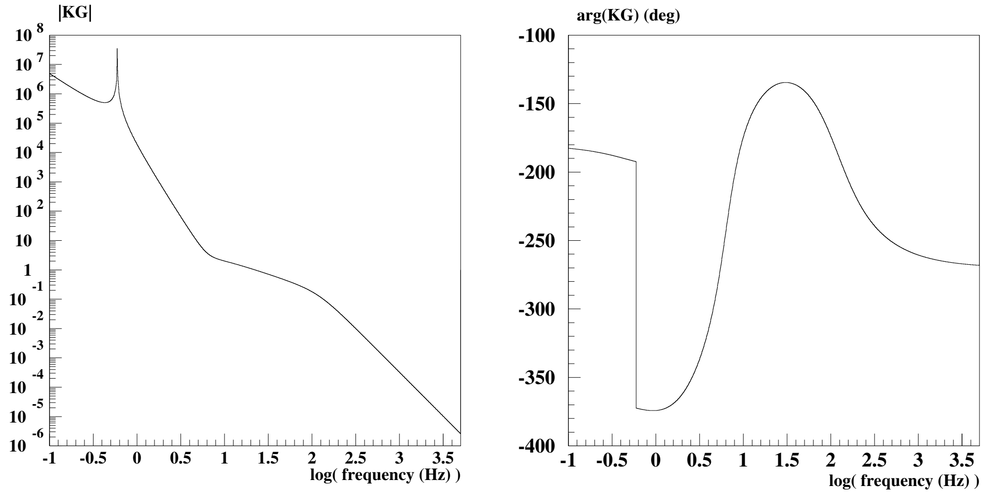


Figure B.3.4: Modulus (a) and phase (b) of the system open loop transfer function $|KG|$. The unity gain frequency is 22.2 Hz, the phase margin 45.5°.

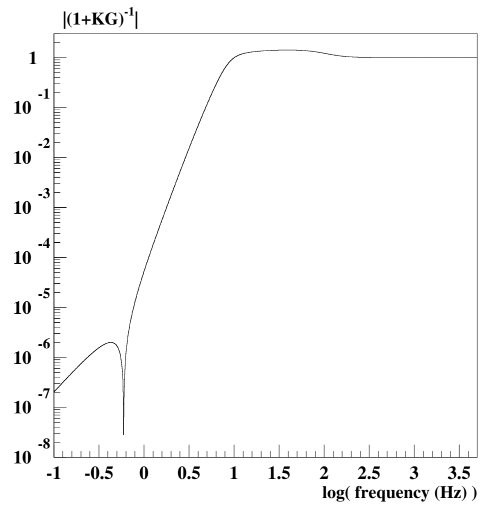


Figure B.3.5: Modulus of the system sensitivity function $(1 + GK)^{-1}$.

a sizeable safety factor for L_1 and L_2 (Fabry-Perot resonance conditions), but with no safety factor for L_r and ΔL (recycling cavity resonance and dark fringe conditions). (There is however a small safety factor if we consider that the free RMS displacement of the mirrors has been tuned to a value larger than what is expected.)

Figure B.3.7 shows the spectrum of the main signal, or dark fringe signal, namely the in phase signal collected on photo-diode d_1, and referred to as I_1. Both the spectrum obtained when the loop is open and when the loop is closed are shown, as well as the ratio between the two, which coincides as expected with the sensitivity function of the system (see figure B.3.5).

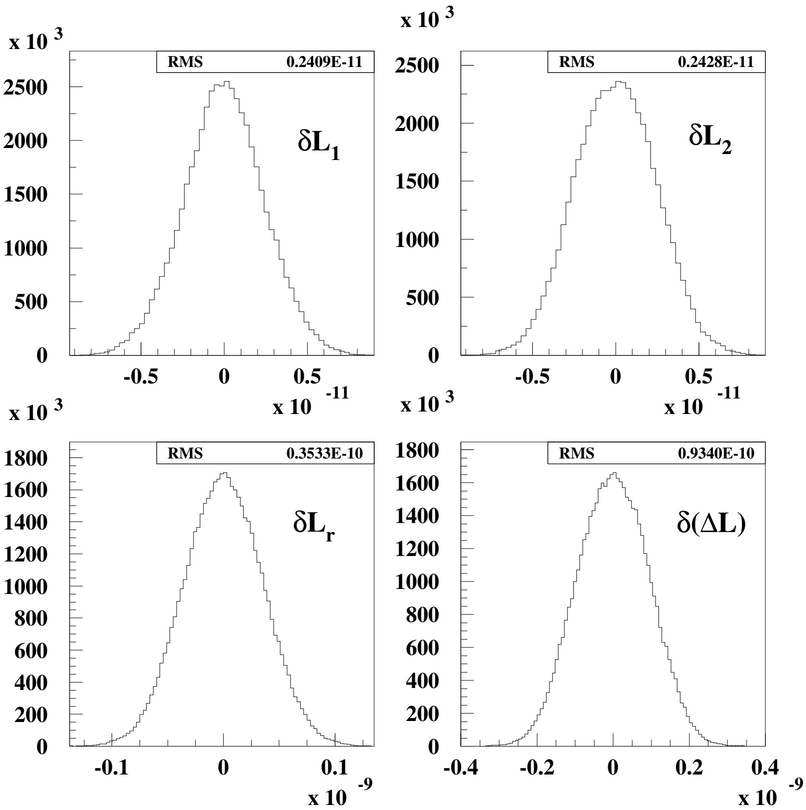


Figure B.3.6: Residual variation distributions of the relevant lengths of the interferometer.

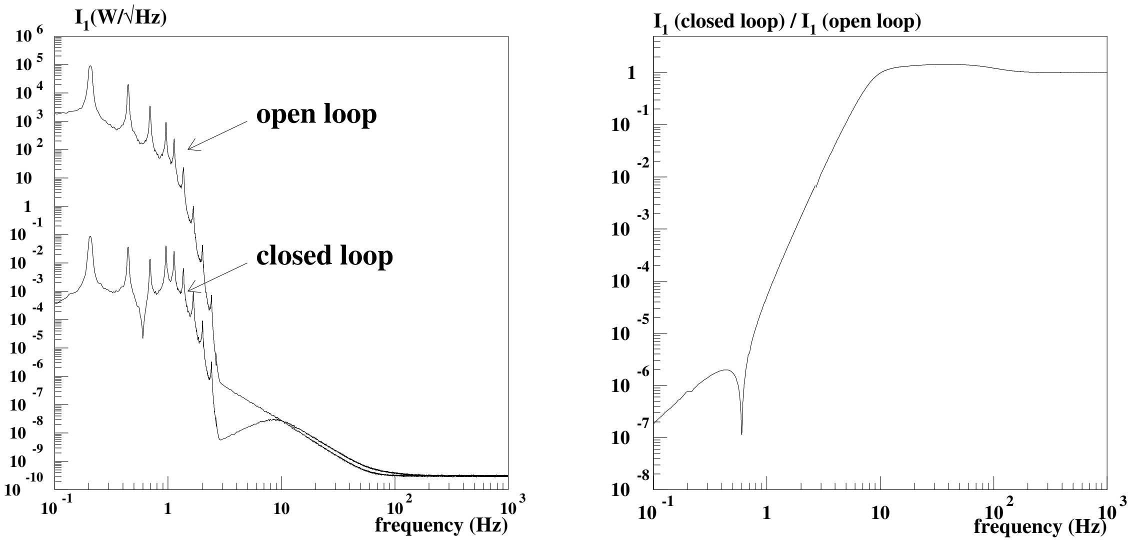


Figure B.3.7: Spectral density of the open loop and closed loop dark fringe signals (a) and ratio of the closed loop spectrum to the open loop spectrum (b).

To extract the sensitivity of the system we can measure the response function to a gravitational wave signal when the loop is closed by applying an excitation on the mirrors in a G.W. like way, as will be done online through the calibration procedure. Measuring the resultant signal I_1 comparatively to the excitation amplitude - expressed in h - as a function of frequency provides the response function shown in figure B.3.8. Dividing the noise spectrum of I_1 obtained when the loop is closed by the response function leads to the sensitivity curve shown also on figure B.3.8.

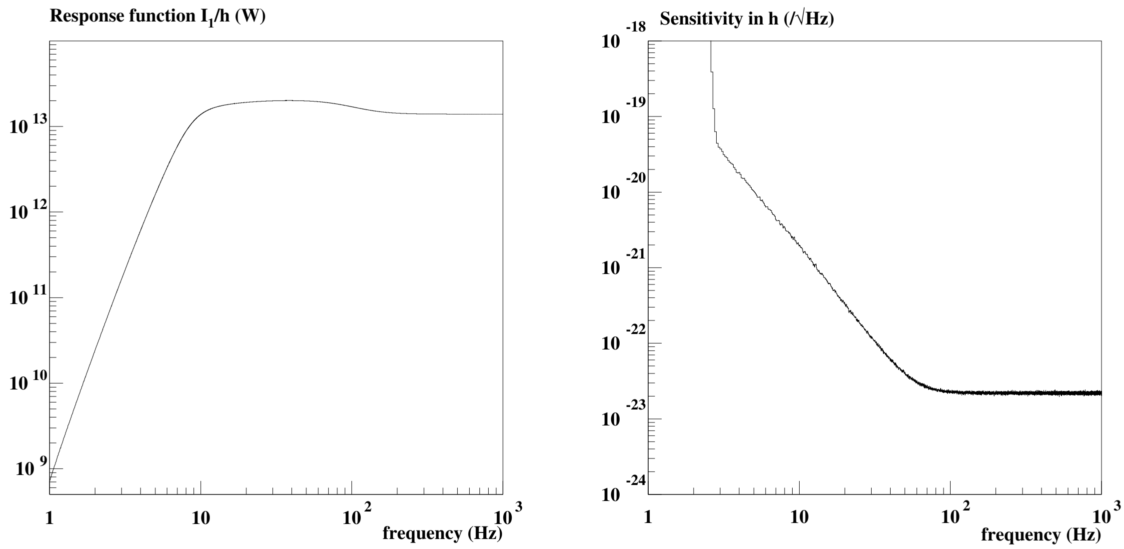


Figure B.3.8: (a) Response of the system as a function of frequency, obtained by applying a white spectrum of calibration forces on the mirrors and measuring the dark fringe signal produced, relatively to the amplitude of the excitation expressed in h. (b) Sensitivity in h of the system, obtained by dividing the spectral density of the closed loop dark fringe signal by the system response function.

The requirement of table B.1 on the residual variation of ΔL was derived assuming a level of $10^{-8}/\sqrt{\text{Hz}}$ for the laser power fluctuations. One can check the system sensitivity to the stabilization level of the laser by simulating random power fluctuations using a simple model of white noise. Figure B.3.9 shows the closed loop spectrum of the dark fringe signal when power fluctuations of relative amplitude $dP/P = 10^{-7}/\sqrt{\text{Hz}}$ have been included in the simulation, as compared to the reference spectrum ($dP/P = 0$). The extra noise contribution is clearly visible. Also shown is the ratio of the degraded spectrum to the reference one both for $dP/P = 10^{-7}/\sqrt{\text{Hz}}$ and for $dP/P = 10^{-8}/\sqrt{\text{Hz}}$. One can check that the sensitivity to the stabilization level of the laser is consistent with the performances achieved by the control.

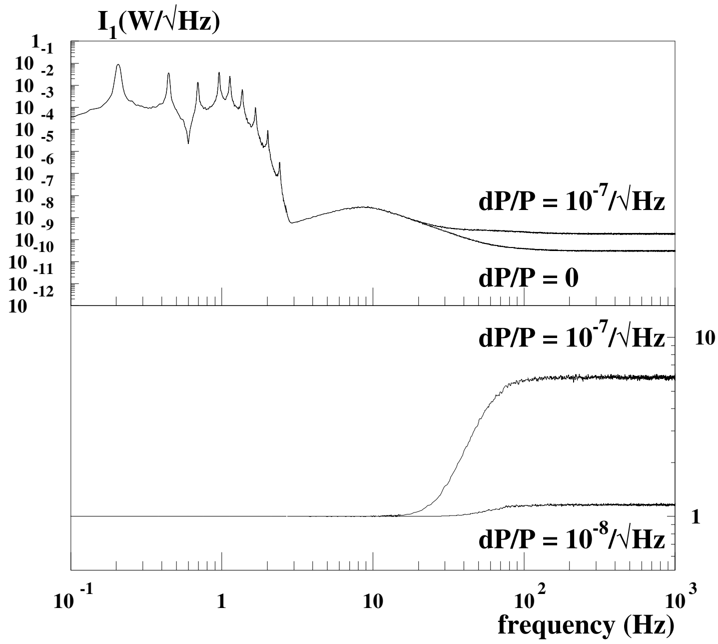


Figure B.3.9: Top: Spectrum of the dark fringe signal with laser power fluctuations, compared to the reference spectrum. Bottom: Ratio of the degraded spectrum to the reference one ($dP/P = 0$) for various levels of laser power stabilization.

B.3.4 Dynamic range of servo-loop signals

In this section we address the issue of the dynamic range of the error signals (photo-diode signals) and of the forces fed back to the mirrors. The problems are slightly different in the two cases. As far as the photo-diode signals are concerned, the range is limited by the ADC's used in the readout system which in this case can be split into two main channels: a channel dedicated to the locking system, and another one dedicated to the signal detection (see figure B.3.10). This configuration allows to spread the range of the signals over the two channels: the "locking channel" does not need to be shot noise sensitive and needs only to have a range compatible with the feedback system whereas on the "detection channel" the very low frequency part of the signal spectrum can be filtered to restrict the range to that of the signal in the detection bandwidth. In the case of the forces fed back to the mirrors, a unique channel (including a DAC and an actuator) has to be able to stand the whole dynamic range.

We first focus on the error signals used by the servo-loops. The needed range is found by simulating the presence in the loops of ADC's of varying precision and looking at the consequences on the signals used for the detection. Figure B.3.11 shows the spectrum of the dark fringe signal when 16 bit or 18 bit ADC's

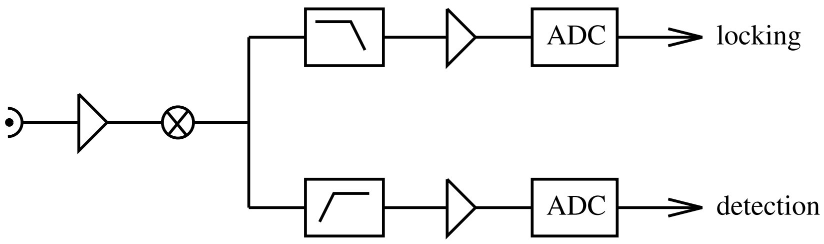


Figure B.3.10: Sketch of a possible configuration for the photo-diode readout.

are used - at 10 kHz - in the servo-loops. It shows also the ratio of the spectrum to the reference one in the case of 18 bit and 20 bit ADC's. The effect of the digitization noise injected in the loops becomes negligible for ranges in excess of 20 bits at 10 kHz, which can hardly be reached by over-sampling an 18 bit ADC. An alternative and promising solution might be to use only one ADC channel and make its precision frequency dependent by using a couple of inverse filters before and after the ADC as sketched in figure B.3.12. The feasibility of such a solution has to be investigated.

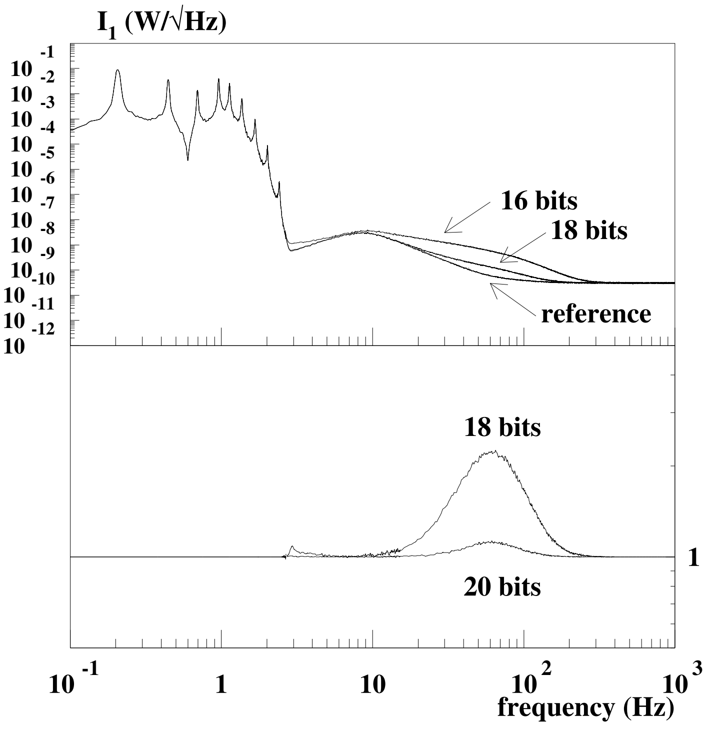


Figure B.3.11: Top: Spectrum of the dark fringe signal when ADC's of various precision are simulated in the servo-loops, compared to the reference spectrum. Bottom: Ratio of the degraded spectrum to the reference one for various levels of digitization precision.

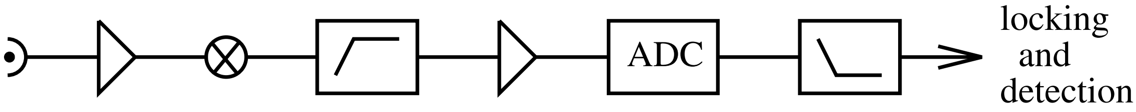


Figure B.3.12: Sketch of an alternative configuration for the photo-diode readout.

The problem is even more serious when one looks at the range of the forces fed back to the mirrors. Similar tests show that the actuating device should be able to deliver forces of $10^{-2}N$ while introducing a noise less than $10^{-13}N/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ at high frequency, which is far beyond the capacities of either the DAC's or coils involved in the actuating chain. A solution to this problem might be to act on the mirror using not only the actuators situated on the reference mass but also using the marionetta, which would allow to reduce the range of the signals to be sent on each of the two channels. Such a solution raises other problems, in particular concerning stability, and its study is beyond the scope of this paper which deals with a feedback configuration using only the reference mass. Clearly dynamic range issues are a severe limitation to such a configuration.

B.3.5 Robustness

The key point of the method discussed in this paper lies in the fact that although the different photo-diode signals used in the control system are coupled, the sensitivity of the dark fringe signal is not affected by the locking procedure - provided the open loop function of the system is well known. In this section we try to evaluate how precise this knowledge has to be for the sensitivity to be effectively preserved.

In the simulation tests described here we have chosen a particular configuration where we decouple the four servo-loops associated to the four controlled mirrors. We address now the issue of the needed precision for the decoupling operation, namely we study the influence of variations of matrix $\mathcal{A}$ elements, resulting in a matrix $\mathcal{A}^{-1}$ not being exactly equal to the matrix $\mathcal{B}$ used in the digital processing to decouple the error signals.

For the sake of the discussion we now give more details about the matrix $\mathcal{A}$ used in this study. $\mathcal{A}$ can be factorized as $\mathcal{A} = \mathcal{A}_o\mathcal{A}_g$ where $\mathcal{A}_g$ is the matrix relating the mirror displacements to the set of canonical distance variations $(\delta(L_1+L_2), \delta(L_1-L_2), \delta(l_0+(l_1+l_2)/2), \delta(l_1-l_2))$ and $\mathcal{A}_o$ the matrix relating the distance variations to the photo-diode signals. The elements of $\mathcal{A}_g$ are fixed by the geometry while those of $\mathcal{A}_o$ represent the optical response of the interferometer and are more likely to fluctuate. Therefore we concentrate on the influence of variations of matrix $\mathcal{A}_o$ elements. Their numerical values are given below. They are of course parameter dependent, but for the presence of zero elements which is related to the nature of the beams seen by the various photo-diodes and is more general. We have:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_{5\ \mathrm{p}} \\ I_{5\ \mathrm{q}} \end{pmatrix}_W = \frac{1}{2\ 10^{-12}} \begin{pmatrix} 0 & 9.3\ 10^{-3} & 0 & 3.813\ 10^{-4} \\ 6.1\ 10^{-4} & 0 & 2.562\ 10^{-5} & 0 \\ 8.7\ 10^{-4} & 8.6989\ 10^{-6} & -1.914\ 10^{-5} & 0 \\ 0 & 1.5184\ 10^{-7} & 0 & 2.871\ 10^{-6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta(L_1+L_2) \\ \delta(L_1-L_2) \\ \delta(l_0+(l_1+l_2)/2) \\ \delta(l_1-l_2) \end{pmatrix}_m$$

As a first test we evaluate the influence of changing the value of each of the non-zero elements individually. Rewriting I_1 as $I_1 = (\mathcal{A}\ S + N - GK\ \mathcal{A}_o\mathcal{B}_o\ I)_1 = (\mathcal{A}\ S)_1 + N_1 - GK\ \sum_{jk} \mathcal{A}_{o_{1j}}\mathcal{B}_{o_{jk}} I_k$, we can notice that if the first line elements of $\mathcal{A}_o$ are such that $\mathcal{A}_{o_{1j}} = \mathcal{B}^{-1}_{o_{jk}}$ then one recovers the simple expression $I_1 = (1+GK)^{-1}[(\mathcal{A}\ S)_1 + N_1]$. Therefore we expect that only variations of the first line elements of $\mathcal{A}_o$ will have an influence on I_1 (either by a change of the noise level due to contributions from the other diodes or by a change of the loop gain). We observe indeed with the simulation that the elements of the second, third and fourth line of the matrix can be changed within a range determined only by the stability of the system. The allowed range is quite different for one element or another. Systematic tests have shown that the elements can be - individually - changed at least within the following ranges:

$\mathcal{A}_{o_{21}}$	$\times 0. \longrightarrow \times 15.$
$\mathcal{A}_{o_{23}}$	$\times 0.2 \longrightarrow \times 5.$

$\mathcal{A}_{o_{31}}$	$\times 0.5 \longrightarrow \times 5.$
$\mathcal{A}_{o_{32}}$	$\times 0. \longrightarrow \times 10^5$
$\mathcal{A}_{o_{33}}$	$\times 0. \longrightarrow \times 20.$
$\mathcal{A}_{o_{42}}$	$\times 0. \longrightarrow \times 100.$
$\mathcal{A}_{o_{44}}$	$\times 0.5 \longrightarrow \times 5.$

Variations of the first line elements are found to have an impact on I_1 as expected. We have to distinguish two effects: the variation of the loop gain, which if slow enough can be corrected for by measuring the response function of the system through a calibration procedure, and the increase of the noise level due to the contamination from the other diodes which affects directly the sensitivity and cannot be corrected for. To determine the allowed variation range for the first line elements we define arbitrarily an upper limit of 1.5 for the increase factor of the noise spectral density on I_1 at any frequency, after performing calibration corrections. We find that both $\mathcal{A}_{o_{12}}$ and $\mathcal{A}_{o_{14}}$ can be varied within $\pm$ 5%.

$\mathcal{A}_{o_{12}}$	$\pm$ 5 %
$\mathcal{A}_{o_{14}}$	$\pm$ 5 %

Variations of matrix $\mathcal{A}_o$ elements from experimental origin are not expected to occur independently on the various elements but on the contrary with some correlations. A systematic study of all possible correlated fluctuations would be difficult and we consider here only a couple of possible cases. As a first example, a fluctuation in the gain of a photo-diode readout channel is expected to result in a scaling factor for a line of $\mathcal{A}_o$. Again, scaling of the second, third or fourth line is allowed within the limit of stability. It is also the case for the first line since a global scaling factor can be completely corrected for by calibration and has no influence on the noise level of I_1. The stability domain has been found to include the following range:

all lines	$\times 0.5 \longrightarrow \times 5.$

In the same spirit and though not directly related to $\mathcal{A}_o$ elements, we can consider the influence of gain fluctuations in the mirrors actuating chains. The recycling mirror actuator is found to have no influence - within the stability domain - whereas the actuators of the other mirrors have to be stable within the following ranges (after calibration corrections and to meet the same criterion as defined above):

Recycling mirror	$\times 0.5 \longrightarrow \times 5.$
End Fabry-Perot mirrors	$\pm$ 10 %
Beam splitter	$\pm$ 5 %

Photo-diode d_5 is particular since one has to use both the signals in phase and in quadrature collected on this photo-diode. An offset in the reference phase used in the demodulation results in a mixing of the third and fourth lines of matrix $\mathcal{A}_o$. The system is found to be quite robust with respect to such an offset since it does not become unstable unless the offset exceeds 40°. In the same way the phase difference between the phase and quadrature components can be increased by as much as 60° before the system becomes unstable.

It is also interesting to evaluate the robustness of the system with respect to delays in the servo-loops. From the value of the system phase margin we expect instability to occur for delays around 10 ms, which has been checked with the simulation. Delays of 5 ms leave the system stable but induce a strong perturbation of the loop transfer function which can be corrected for if the delays are stable enough to allow for calibration. If we consider random delays, then they should be less than 2 ms to meet the already defined criterion.

Let us stress that all the limits given in this section have to be taken separately and are expected to be more severe if several effects are to be considered together.

B.4 Conclusion

We have presented a preliminary study of a possible solution for the locking of the VIRGO interferometer. We have investigated the possibility of using decoupled servo-loops to control the position of the various mirrors. General considerations show that the control might be active in the detector bandwidth without degrading the sensitivity to gravitational wave signals provided a good knowledge of the loop gain and consequently a good knowledge of the interferometer mechanical and optical transfer functions.

Some tests performed through a simulation of the interferometer confirm the expected characteristics of such a solution. The method is found to have some robustness with respect to imperfections in the knowledge of the loop gain and its most severe limitations turn out to be the dynamic range of the signals flowing through the servo-loops, especially the ranges of the forces fed back to the mirrors which exceed the capacities of a single actuator. The possibility of a combined control using two different actuators has to be considered.

The simulation of the optical response of the interferometer uses a strong approximation by considering that the matrix relating the distance variations to the photo-diode signals is independent of frequency. The elements of this matrix are actually frequency dependent, in a way that has to be scrutinized as well as the consequences on the control.

Besides, other strategies can be envisaged and are currently under study inside the collaboration.

Acknowledgments

We would like to thank our VIRGO colleagues for very useful discussions.

References

[1] VIRGO Coll., Final Design, Version 0 (1995)

[2] VIRGO Coll., Final Conceptual Design (1992)

[3] VIRGO Coll., Proposal for the construction of a large interferometric detector of Gravitational Waves (1990)

[4] R.Weiss, Q.Prog. Rep. Lab. Electron. MIT **105** (1972) 54
A.Billing et al., *J. Phys. E* **12** (1979) 1043
R.W.P.Drever, Gravitational Radiation, les Houches 1982, eds N.Deruelle and T.Piran (North-Holland Amsterdam) (1983) 321
C.N.Man, D.Shoemaker, M.Pham-Tu, D.Dewey, *Phys. Lett.* **A148** (1990) 8
L.Schnupp, Workshop on gravitational wave detectors, Munich (1988)
M.W.Regehr, F.J.Raab, S.E.Whitcomb, *Opt. Lett.* **20** (1995) 1507

[5] C.N.Man, VIRGO note PJT 92 033a (1992)

[6] R.Flaminio, H.Heitmann, VIRGO note PJT 93 021 (1993) and forthcoming publication in *Phys. Lett. A*

[7] B.Bourdas, B.Caron, F.Marion, VIRGO note PJT 95 006 (1995)

[8] C.Bradaschia et al., *Phys. Lett.* **A137** (1989) 329

Annexe C

Simulation of the Misalignment Signals in the Central Area Interferometer

Cette annexe reproduit le texte d'une note VIRGO (VIR-NOT-FRA-1390-127, septembre 1998) consacrée à une étude par simulation des signaux d'erreurs exploitables pour l'alignement dans le cas de l'interféromètre central.

SIMULATION OF THE MISALIGNMENT SIGNALS IN THE CENTRAL AREA INTERFEROMETER

D. Babusci, H. Fang, G. Giordano, G. Matone (INFN-Frascati)
F.Cavalier, P.Hello, L.Matone (LAL-Orsay)
F.Marion (LAPP-Annecy)

C.1 Introduction

The central area interferometer (CITF) shown in Fig.C.1.1 consists of a Michelson interferometer with four optical elements: the north and west end terminal mirrors (M_1, M_2) the recycling mirror (M_0) and the beam splitter (BS). As it has been widely discussed in several occasions [1], any misalignment of these elements generates the presence of transverse modes in the light intensity distribution present inside the interferometer and in all the outgoing beams as well.

The presence of these modes can be detected by using a phase-modulated input beam and quadrant photodiodes on the outgoing beams. By demodulating at the modulation frequency the left-right and up-down differences between the quadrants, one obtains signals carrying the information on the horizontal and vertical misalignments present in the interferomter.

A complete simulation of these signals is of primary importance for the understanding of the interferometer behaviour and for the design of the feedback control system that will keep each optical element in its correct angular position.

The mathematical reconstruction of these signals have been analitically calculated by the Frascati group under some simplifying assumptions. A more adequate simulation can be obtained with SIESTA, a multipurpose code developed within the Virgo collaboration [2] that has the flexibility to make simulations with different methods and at different levels of approximation. We will report here a detailed analysis and comparison among the results obtained with some of the SIESTA modular configurations (FMoptic, OPnode, OPtestItf), with an FFT based program [3] and with the simple and analitycal method developed at Frascati. The aim of this work is thus to crosscheck the validity of the different

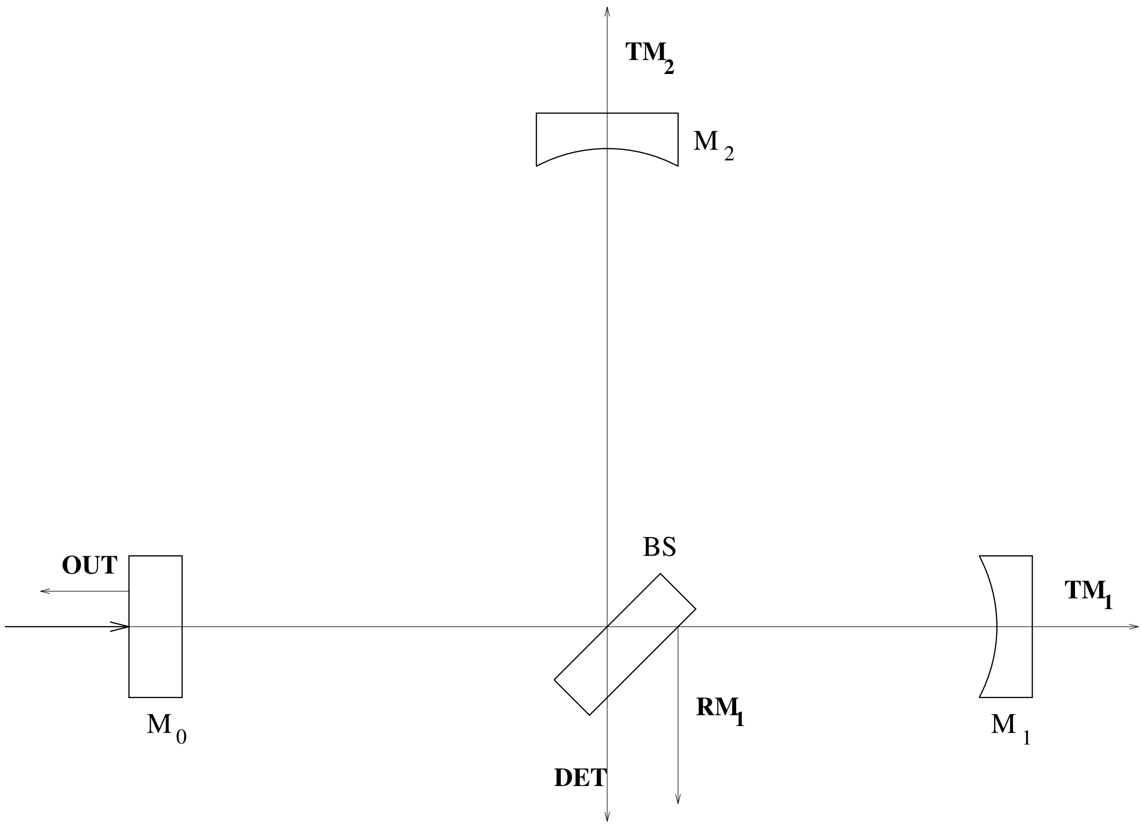


Figure C.1.1: Lay-out of the Central Area Interferometer

models and to point out the effects of the different approximations.

C.2 Modular Configuration Description

Short descriptions of the methods used in the different configurations are given below.

C.2.1 The Frascati method (GG)

This is an analytical method that finds the power equilibrium condition by closing the ricirculation loop inside the cavities (static model) under the simplifying assumption that only one transverse mode ($TEM_{10,01}$) is excited, either in the horizontal or vertical direction. All the beams are expressed on the base associated to the incoming laser beam. No mismatches are considered. The cavity lengths are tuned at resonance and on the dark fringe condition for the TEM_{00} at the carrier frequency.

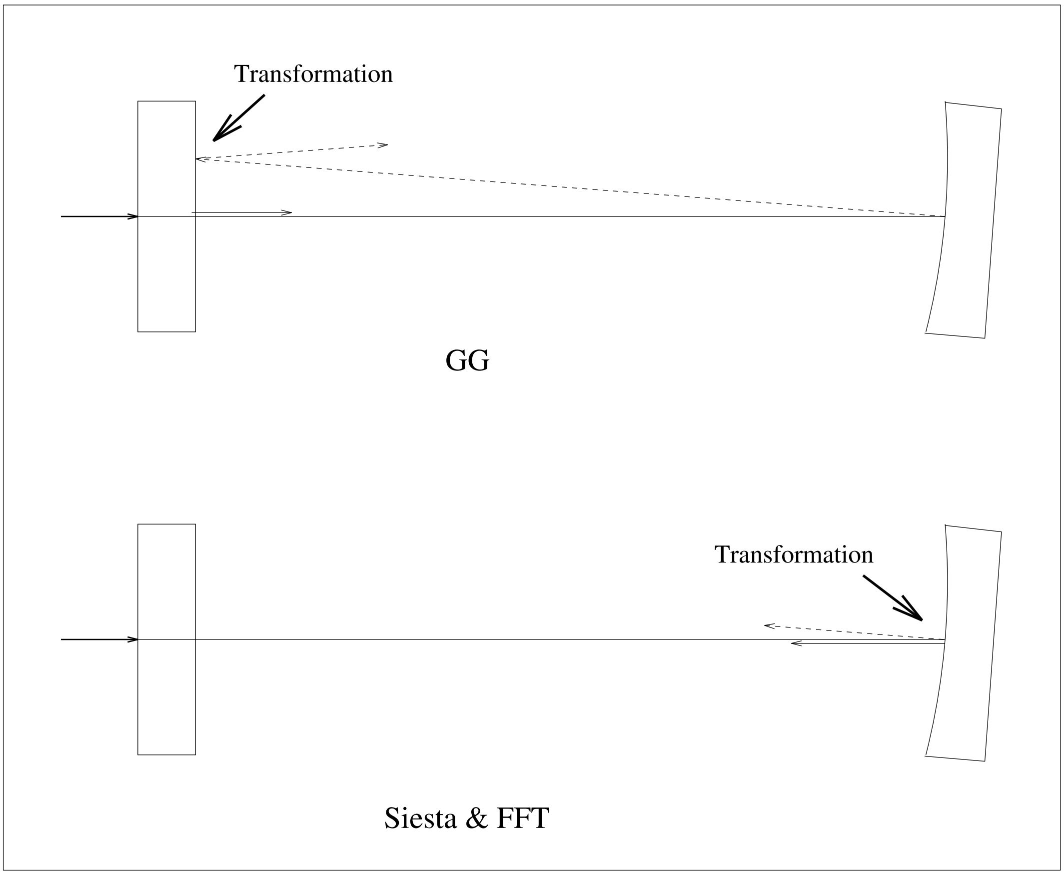


Figure C.2.2: Locations where the angular transformations are performed.

A difference between this module and all the others consists in the way the misalignments of the end mirrors are treated: here the beam reflected by the tilted mirror (see fig.C.2.2) is propagated up to the recycling mirror, where a rotational and a translational transformation is applied, while in the other modules, the tilted beam is transformed in the incoming beam base directly at the curved mirror location.

C.2.2 FMoptic

This module, originally created for the full VIRGO interferometer, has been recently modified by F.Cavalier and L.Matone to describe the CITF configuration. In analogy to the Frascati case, FMoptic finds the analytical solution of the problem and performs the calculation including the second order terms in the misalignment angles, using the transformation matrices of ref.[4]. However no-mismatches are considered and the order of the modal expansion is limited by the condition that $(n + m) \leq 2$.

C.2.3 OPtestItf

This module, expecially designed for the CITF case, finds the analytical solution as the previous modules do, but in addition takes into account the mismatches that can derive from the reflection of a beam off a curved mirror having a radius of curvature different from the beam's one. This is achieved by handling the reflection on curved mirrors in the following way: right in front of M_1, M_2 the beam is sampled on a plane grid of (128x128) points and the reflected beam is calculated point by point by dephasing the amplitude of each point by twice the optical path that separate that point from its actual reflecting spot on the mirror. The reflected beam is sampled on the same plane grid and then expanded on the the base of the incoming beam. The order of the modal expansion is unlimited and has to be specified by the user in the IOlaser card. The cavity lengths can be automatically tuned so as to initialize them at resonance and on the dark fringe condition for the TEM_{00} at the carrier frequency.

C.2.4 OPnode

This module allows the user to simulate any optical configuration, by defining a sequence of mirrors linked by a beam propagating from one to the other. The results presented in this work were obtained running OPnode in the modal representation (TEMs based), while it's possible to use it also in the "grid mode", with the beam being represented as a set of amplitudes on a grid of points. Both misalignments and mismatches are calculated with the use of transformation matrices [4], with the mode number limited to $(n + m) \leq 2$. In the CITF case, the conditions of resonance and dark-fringe are obtained by fine-tuning the lengths between the mirrors.

C.2.5 FFT

This is a program written by P.Hello [3], based on a bidimensional Fourier transform propagation model, that has been modified and run for the CITF by L.Matone. Since this program does not use the TEM's representation of the beams, the limitation present in other modules $((n + m) \leq N)$ does not apply here. Misalignments and mismatches are both taken into account at the reflection of the beam off a mirror, with the same technique described in C.2.3.

C.3 Analysis of the results

All the calculations have been done with the following values for the CITF optical and geometrical characteristics (see fig.C.1.1):

- $L_0 = 6\ m, \qquad L_1 = 5.6\ m, \qquad L_2 = 6.4\ m$
- curvature radius of the end mirrors = 93 m (except for OPnode and FFT matched)
- transmittivities: $M_0 = 4 \cdot 10^{-2}$; end mirrors = $5.0 \cdot 10^{-5}$
- modulation frequency = $(c/2 < L >) = 12.491354 MHz$
- percentage of power in each sideband = 1%

Unless otherwise specified, the numerical simulations were performed with misalignment angles of $1 \cdot 10^{-5} \div 1 \cdot 10^{-6}$ times θ_∞ ($\theta_\infty = 0.104\ mrad$).

The beam names used throughout the analysis are given as follows:

- $TM_{1,2}$: beams transmitted by the end mirrors
- OUT: beam reflected by the recycling mirror
- DET: beam on the detection plane
- RM_1: beam reflected by the second surface of the beam splitter

We define as asymmetries the up-down and left-rigth differences, demodulated at the phase-modulation frequency (pH and qH from OPquad), normalized to the average power of the beam. Since the asymmetries are linear function of the misalignment angles (at least for very small values of these angles), we report in the following tables the proportionality constants that relate the asymmetries to the misalignment angles expressed in unit of the far field angular divergence (θ_∞).

C.3.1 Without Mismatches

Two of the model used (GG and FMoptic) neglect the mismatches due, for example, to a mirror curvature not matched with that of the beam impinging upon it. We compare the results of these two models with those obtained by two models (OPnode and FFT) that do take into account the mismatches, but

beam		$\theta(M_0)$	$\theta(M_1)$	$\theta(M_2)$	model
TM_1	pha	$1.195 \cdot 10^{-2}$	$-8.734 \cdot 10^{-3}$	$-5.466 \cdot 10^{-3}$	a
		$1.195 \cdot 10^{-2}$	$-8.734 \cdot 10^{-3}$	$-5.466 \cdot 10^{-3}$	b
		$1.195 \cdot 10^{-2}$	$-8.734 \cdot 10^{-3}$	$-5.463 \cdot 10^{-3}$	c
		$1.195 \cdot 10^{-2}$	$-8.749 \cdot 10^{-3}$	$-5.456 \cdot 10^{-3}$	d
	qua	$5.867 \cdot 10^{-4}$	$1.372 \cdot 10^{-2}$	$-1.467 \cdot 10^{-2}$	a
		$5.869 \cdot 10^{-4}$	$1.372 \cdot 10^{-2}$	$-1.467 \cdot 10^{-2}$	b
		$5.870 \cdot 10^{-4}$	$1.372 \cdot 10^{-2}$	$-1.467 \cdot 10^{-2}$	c
		$5.869 \cdot 10^{-4}$	$1.374 \cdot 10^{-2}$	$-1.465 \cdot 10^{-2}$	d
OUT	pha	$-3.817 \cdot 10^{-1}$	$3.229 \cdot 10^{-2}$	$2.102 \cdot 10^{-2}$	a
		$-3.817 \cdot 10^{-1}$	$3.229 \cdot 10^{-2}$	$2.102 \cdot 10^{-2}$	b
		$-3.817 \cdot 10^{-1}$	$3.229 \cdot 10^{-2}$	$2.102 \cdot 10^{-2}$	c
		$-3.817 \cdot 10^{-1}$	$3.234 \cdot 10^{-2}$	$2.098 \cdot 10^{-2}$	d
	qua	$-6.190 \cdot 10^{-4}$	$5.796 \cdot 10^{-3}$	$-5.166 \cdot 10^{-3}$	a
		$-6.241 \cdot 10^{-4}$	$5.797 \cdot 10^{-3}$	$-5.166 \cdot 10^{-3}$	b
		$-6.244 \cdot 10^{-4}$	$5.797 \cdot 10^{-3}$	$-5.166 \cdot 10^{-3}$	c
		$-6.242 \cdot 10^{-4}$	$5.807 \cdot 10^{-3}$	$-5.156 \cdot 10^{-3}$	d

Tableau C.1: Comparison of results without mismatch (see par. 3.1). Models: a = GG, b = OPnode matched, c = FFT matched, d = FMoptic.

running them for a "matched" ITF configuration, that is with the curvature of the two end mirrors matched with the curvature of the beam ($\simeq$ 90 m and $\simeq$ 95 m). Table C.1 shows this comparison for some of the beams.

Since the sign conventions are not always the same, some of these values have opposite sign for different models, but, for the sake of clarity, we reported all of them with the same sign. The agreement among all these results is extremely good.

C.3.2 With Mismatches

Since the modules that take into account the mismatches operate in different ways, it's important to compare their results, obtained in the same mismatched configuration. We choose the configuration where the two end mirror have curvature radii both equal to R=93 m. Since the two arm lengths are different, the curvature radii of the beams impinging upon them can not be equal and the configuration is clearly mismatched. As shown in Table C.2, the results otained

beam		$\theta(M_0)$	$\theta(M_1)$	$\theta(M_2)$	model
TM_1	pha	$1.186 \cdot 10^{-2}$	-$8.558 \cdot 10^{-3}$	$-5.541 \cdot 10^{-3}$	a
		$1.184 \cdot 10^{-2}$	$-8.554 \cdot 10^{-3}$	$-5.538 \cdot 10^{-3}$	b
		$1.176 \cdot 10^{-2}$	$-8.513 \cdot 10^{-3}$	$-5.495 \cdot 10^{-3}$	c
	qua	$1.024 \cdot 10^{-3}$	$1.350 \cdot 10^{-2}$	$-1.499 \cdot 10^{-2}$	a
		$1.136 \cdot 10^{-3}$	$1.347 \cdot 10^{-2}$	$-1.502 \cdot 10^{-2}$	b
		$1.108 \cdot 10^{-3}$	$1.349 \cdot 10^{-2}$	$-1.501 \cdot 10^{-2}$	c
TM_2	pha	$1.194 \cdot 10^{-2}$	$-5.472 \cdot 10^{-3}$	$-8.654 \cdot 10^{-3}$	a
		$1.194 \cdot 10^{-2}$	$-5.474 \cdot 10^{-3}$	$-8.652 \cdot 10^{-3}$	b
		$1.186 \cdot 10^{-2}$	$-5.431 \cdot 10^{-3}$	$-8.613 \cdot 10^{-3}$	c
	qua	$-1.491 \cdot 10^{-3}$	$1.601 \cdot 10^{-2}$	$-1.453 \cdot 10^{-2}$	a
		$-1.376 \cdot 10^{-3}$	$1.598 \cdot 10^{-2}$	$-1.456 \cdot 10^{-2}$	b
		$-1.386 \cdot 10^{-3}$	$1.599 \cdot 10^{-2}$	$-1.456 \cdot 10^{-2}$	c
OUT	pha	$-3.834 \cdot 10^{-1}$	$2.738 \cdot 10^{-2}$	$2.585 \cdot 10^{-2}$	a
		$-3.834 \cdot 10^{-1}$	$2.734 \cdot 10^{-2}$	$2.590 \cdot 10^{-2}$	b
		$-3.833 \cdot 10^{-1}$	$2.730 \cdot 10^{-2}$	$2.586 \cdot 10^{-2}$	c
	qua	$-7.718 \cdot 10^{-4}$	$5.605 \cdot 10^{-3}$	$-5.308 \cdot 10^{-3}$	a
		$-7.441 \cdot 10^{-4}$	$5.588 \cdot 10^{-3}$	$-5.329 \cdot 10^{-3}$	b
		$-6.890 \cdot 10^{-4}$	$5.527 \cdot 10^{-3}$	$-5.332 \cdot 10^{-3}$	c

Tableau C.2: Comparison of results with mismatch (see par.3.2). Models: a = FFT, b = OPtestItf (2), c = OPnode tuned.

in this case by the three modules (OPtestItf, OPnode, and FFT) are very close to each other an thus the comparison is certainly satisfactory.

C.3.3 With/Without Mismatches

Here we compare directly two modules: one that does take into account the mismatches (OPtestItf) and another (GG) that does not. The results are shown in Table C.3. For the beams RM_1 and DET only the DC powers are compared, because the two models compute the demodulated signals at two different locations, and so at two different values of the Guoy phase.
We note from the table that the differences in the demodulated signals and in the DC powers are only relevant for the DET beam that is the most sensitive to the presence of higher order modes.

beam		$\theta(M_0)$	$\theta(M_1)$	$\theta(M_2)$	model
TM_1	DC	$0.2406 \cdot 10^{-2}$ (a)		$0.2396 \cdot 10^{-2}$ (b)	
	pha	$0.1195 \cdot 10^{-1}$	$-0.8734 \cdot 10^{-2}$	$-0.5466 \cdot 10^{-2}$	a
		$0.1184 \cdot 10^{-1}$	$-0.8554 \cdot 10^{-2}$	$-0.5538 \cdot 10^{-2}$	b
	qua	$0.5867 \cdot 10^{-3}$	$0.1372 \cdot 10^{-1}$	$-0.1467 \cdot 10^{-1}$	a
		$0.1136 \cdot 10^{-2}$	$0.1347 \cdot 10^{-1}$	$-0.1502 \cdot 10^{-1}$	b
TM_2	DC	$0.2406 \cdot 10^{-2}$ (a)		$0.2396 \cdot 10^{-2}$ (b)	
	pha	$0.1193 \cdot 10^{-1}$	$-0.5601 \cdot 10^{-2}$	$-0.8508 \cdot 10^{-2}$	a
		$0.1195 \cdot 10^{-1}$	$-0.5474 \cdot 10^{-2}$	$-0.8658 \cdot 10^{-2}$	b
	qua	$-0.1982 \cdot 10^{-2}$	$0.1629 \cdot 10^{-1}$	$-0.1421 \cdot 10^{-1}$	a
		$-0.1376 \cdot 10^{-2}$	$0.1598 \cdot 10^{-1}$	$-0.1456 \cdot 10^{-1}$	b
OUT	DC	0.9792 (a)		0.9665 (b)	
	pha	-0.3817	$0.3229 \cdot 10^{-1}$	$0.2102 \cdot 10^{-1}$	a
		-0.3834	$0.2734 \cdot 10^{-1}$	$0.2590 \cdot 10^{-1}$	b
	qua	$-0.6190 \cdot 10^{-3}$	$0.5796 \cdot 10^{-2}$	$-0.5166 \cdot 10^{-2}$	a
		$-0.7441 \cdot 10^{-3}$	$0.5588 \cdot 10^{-2}$	$-0.5329 \cdot 10^{-2}$	b
RM_1	DC	$0.4813 \cdot 10^{2}$ (a)		$0.4791 \cdot 10^{2}$ (b)	
DET	DC	$0.1994 \cdot 10^{-1}$ (a)		$0.2997 \cdot 10^{-1}$ (b)	

Tableau C.3: Comparison of results with/without mismatch (see par. 3.3). Models: a = GG, b = OPtestItf (2) YES

C.3.4 Effect of Lengths Tuning

Whenever a mirror is tilted, there is a change in the optical length of the interferometer. Thus, the longitudinal positions of one or more mirrors must be re-adjusted in order to get again the conditions of resonance and dark-fringe for the TEM_{00} of the carrier. We used OPtestItf, that has the option of an automatic tuning, to produce Table C.4 where, in the case "adjust = YES", the tuning was performed with the misalignment already being present, while in the case "adjust = NO", no tuning at all was performed. We can see from Table C.4 how important it is to perform this tuning. This also means that, if we want the coefficients relating the misalignments to the quadrant photodiodes signals to remain constant, the longitudinal locking must be able to keep the lengths constant and very close to their optimal values. In order to learn the required stability of the lengths, we can express the signals from the quadrant photodiodes as a function of lengths variations, as:

$$S(\delta L) = S(0)\ (1 + \epsilon * \delta L)$$

with the signals at $S(0)$ being the ones of Table C.4 with "adjust = YES". The coefficients ϵ for variations of the lengths L_0, $(L_1 - L_2)$, $L1$ and L_2 are given in Table C.5. The linear dependence of $S(\delta L)$ is found to be valid up to $\delta L \simeq 1 \cdot 10^{-10}\ m$. The longitudinal locking system should be able to keep the various lengths constant within $1 \cdot 10^{-10}\ m$, since the width of the resonance peak, with the finesse being $\simeq 150$, is $\simeq 3 \cdot 10^{-9}\ m$. Except for the DET signals, the larger values of ϵ are of the order of $\cdot 10^{6}\ m^{-1}$, meaning that we can expect very small variations in the coefficients of the alignment signals.

beam		$\theta(M_0)$	$\theta(M_1)$	$\theta(M_2)$	adjust
TM_1	pha	$0.1184 \cdot 10^{-1}$ $0.1726 \cdot 10^{-1}$	$-0.8554 \cdot 10^{-2}$ $-0.1334 \cdot 10^{-1}$	$-0.5538 \cdot 10^{-2}$ $-0.6221 \cdot 10^{-2}$	YES NO
	qua	$0.1136 \cdot 10^{-2}$ $-0.3886 \cdot 10^{-1}$	$0.1347 \cdot 10^{-1}$ $0.3329 \cdot 10^{-1}$	$-0.1502 \cdot 10^{-1}$ $0.5533 \cdot 10^{-2}$	YES NO
TM_2	pha	$0.1195 \cdot 10^{-1}$ $0.8934 \cdot 10^{-2}$	$-0.5474 \cdot 10^{-2}$ $-0.6026 \cdot 10^{-2}$	$-0.8658 \cdot 10^{-2}$ $-0.5084 \cdot 10^{-2}$	YES NO
	qua	$-0.1376 \cdot 10^{-2}$ $-0.4163 \cdot 10^{-2}$	$0.1598 \cdot 10^{-1}$ $0.3620 \cdot 10^{-1}$	$-0.1456 \cdot 10^{-1}$ $0.5520 \cdot 10^{-2}$	YES NO
OUT	pha	-0.3834 -0.3856	$0.2734 \cdot 10^{-1}$ $0.2769 \cdot 10^{-1}$	$0.2590 \cdot 10^{-1}$ $0.2680 \cdot 10^{-1}$	YES NO
	qua	$-0.7441 \cdot 10^{-3}$ $0.1147 \cdot 10^{-3}$	$0.5588 \cdot 10^{-2}$ $-0.6049 \cdot 10^{-1}$	$-0.5329 \cdot 10^{-2}$ $-0.7277 \cdot 10^{-1}$	YES NO
RM_1	pha	$0.1185 \cdot 10^{-1}$ $0.1727 \cdot 10^{-1}$	$-0.8573 \cdot 10^{-2}$ $-0.1336 \cdot 10^{-1}$	$-0.5528 \cdot 10^{-2}$ $-0.6210 \cdot 10^{-2}$	YES NO
	qua	$-0.1143 \cdot 10^{-2}$ $-0.3885 \cdot 10^{-1}$	$0.1364 \cdot 10^{-1}$ $0.3351 \cdot 10^{-1}$	$-0.1512 \cdot 10^{-1}$ $0.5417 \cdot 10^{-2}$	YES NO
DET	pha	$-0.1579 \cdot 10^{1}$ $0.2382 \cdot 10^{1}$	$0.1097 \cdot 10^{3}$ $0.6671 \cdot 10^{2}$	$-0.1091 \cdot 10^{3}$ $-0.7000 \cdot 10^{2}$	YES NO
	qua	$0.1047 \cdot 10^{-1}$ $0.6436 \cdot 10^{-3}$	-0.3252 0.1892	0.3169 -0.1852	YES NO

Tableau C.4: Effects of length tuning, with OPtestItf $(n + m \leq 2)$

beam		$\theta(M_0)$	$\theta(M_1)$	$\theta(M_2)$	δ
TM_1	pha	$-.253557 \cdot 10^7$	$.127442 \cdot 10^7$	$.131153 \cdot 10^7$	L_0
	qua	$-.268223 \cdot 10^6$	$.272499 \cdot 10^6$	$.100408 \cdot 10^3$	
TM_2	pha	$-.253823 \cdot 10^7$	$.129349 \cdot 10^7$	$.127309 \cdot 10^7$	
	qua	$.265080 \cdot 10^6$	$.169966 \cdot 10^4$	$-.270701 \cdot 10^6$	
OUT	pha	$.204500 \cdot 10^7$	$-.124250 \cdot 10^7$	$-.125870 \cdot 10^7$	
	qua	$.134300 \cdot 10^5$	$-.867940 \cdot 10^6$	$.860010 \cdot 10^6$	
RM_1	pha	$-.253568 \cdot 10^7$	$.127448 \cdot 10^7$	$.131159 \cdot 10^7$	
	qua	$-.268234 \cdot 10^6$	$.272399 \cdot 10^6$	$.989530 \cdot 10^2$	
DET	pha	$-.145007 \cdot 10^7$	$.580072 \cdot 10^8$	$-.579953 \cdot 10^8$	
	qua	$.156720 \cdot 10^6$	$.230940 \cdot 10^8$	$-.234810 \cdot 10^8$	
TM_1	pha	$-.525004 \cdot 10^5$	$.519802 \cdot 10^5$	$.820000 \cdot 10^3$	$L_1 - L_2$
	qua	$.496790 \cdot 10^6$	$-.247400 \cdot 10^6$	$-.254100 \cdot 10^6$	
TM_2	pha	$.518994 \cdot 10^5$	$-.619912 \cdot 10^3$	$-.515603 \cdot 10^5$	
	qua	$.497008 \cdot 10^6$	$-.250801 \cdot 10^6$	$-.246600 \cdot 10^6$	
OUT	pha	$-.100117 \cdot 10^4$	$.420259 \cdot 10^4$	$-.279979 \cdot 10^4$	
	qua	$-.142474 \cdot 10^7$	$.820450 \cdot 10^6$	$.826740 \cdot 10^6$	
RM_1	pha	$-.524997 \cdot 10^5$	$.519896 \cdot 10^5$	$.830187 \cdot 10^3$	
	qua	$.496810 \cdot 10^6$	$-.247500 \cdot 10^6$	$-.254101 \cdot 10^6$	
DET	pha	$-.745300 \cdot 10^8$	$.452006 \cdot 10^9$	$-.374997 \cdot 10^9$	
	qua	$.175560 \cdot 10^6$	$-.925199 \cdot 10^7$	$.914200 \cdot 10^7$	
TM_1	pha	$-.129400 \cdot 10^7$	$.663180 \cdot 10^6$	$..656130 \cdot 10^6$	L_1
	qua	$.114300 \cdot 10^6$	$.125001 \cdot 10^5$	$-.127000 \cdot 10^6$	
TM_2	pha	$-.124310 \cdot 10^7$	$.646400 \cdot 10^6$	$.610710 \cdot 10^6$	
	qua	$.381050 \cdot 10^6$	$-.124601 \cdot 10^6$	$-.258700 \cdot 10^6$	
OUT	pha	$.101700 \cdot 10^7$	$-.618800 \cdot 10^6$	$-.630401 \cdot 10^6$	
	qua	$-.705949 \cdot 10^6$	$-.236399 \cdot 10^5$	$.843310 \cdot 10^6$	
RM_1	pha	$-.129400 \cdot 10^7$	$.663209 \cdot 10^6$	$.656160 \cdot 10^6$	
	qua	$.114310 \cdot 10^6$	$.123997 \cdot 10^5$	$-.127000 \cdot 10^6$	
DET	pha	$-.379501 \cdot 10^8$	$.256002 \cdot 10^9$	$-.217998 \cdot 10^9$	
	qua	$.168050 \cdot 10^6$	$.685700 \cdot 10^7$	$-.710699 \cdot 10^7$	
TM_1	pha	$.124140 \cdot 10^7$	$-.611120 \cdot 10^6$	$-.655210 \cdot 10^6$	L_2
	qua	$.382470 \cdot 10^6$	$-.259800 \cdot 10^6$	$-.127200 \cdot 10^6$	
TM_2	pha	$.129490 \cdot 10^7$	$-.646930 \cdot 10^6$	$-.662200 \cdot 10^6$	
	qua	$.115980 \cdot 10^6$	$-.126101 \cdot 10^6$	$.119006 \cdot 10^5$	
OUT	pha	$-.100599 \cdot 10^7$	$.622202 \cdot 10^6$	$.626899 \cdot 10^6$	
	qua	$-.718769 \cdot 10^6$	$.843900 \cdot 10^6$	$-.164000 \cdot 10^5$	
RM_1	pha	$.124140 \cdot 10^7$	$-.611140 \cdot 10^6$	$-.655240 \cdot 10^6$	
	qua	$.382500 \cdot 10^6$	$-.259900 \cdot 10^6$	$-.127201 \cdot 10^6$	
DET	pha	$-.364801 \cdot 10^8$	$.197005 \cdot 10^9$	$-.159001 \cdot 10^9$	
	qua	$.772998 \cdot 10^4$	$-.160980 \cdot 10^8$	$.162370 \cdot 10^8$	

Tableau C.5: Coefficients ϵ (m^{-1}) for the dependence of the alignment signals on lengths variations.

C.3.5 Maximum Mode Number

The maximum mode number (n+m) that can be used with OPtestItf is not limited to 2, as with the other modules (FMoptic,OPnode), but can be increased. The effect of including higher order modes up to order 2,4,6 is presented in Table C.6. We note that generally (i.e. in all beams except DET) there are some variations beween "2" and "4", while the results do not change anymore going from "4" to "6".

beam		$\theta(M_0)$	$\theta(M_1)$	$\theta(M_2)$	n+m
TM_1	pha	$0.1184 \cdot 10^{-1}$	$-0.8554 \cdot 10^{-2}$	$-0.5538 \cdot 10^{-2}$	2
		$0.1186 \cdot 10^{-1}$	$-0.8580 \cdot 10^{-2}$	$-0.5530 \cdot 10^{-2}$	4
		$0.1186 \cdot 10^{-1}$	$-0.8581 \cdot 10^{-2}$	$-0.5530 \cdot 10^{-2}$	6
	qua	$0.1136 \cdot 10^{-2}$	$0.1347 \cdot 10^{-1}$	$-0.1502 \cdot 10^{-1}$	2
		$0.1054 \cdot 10^{-2}$	$0.1353 \cdot 10^{-1}$	$-0.1496 \cdot 10^{-1}$	4
		$0.1054 \cdot 10^{-2}$	$0.1353 \cdot 10^{-1}$	$-0.1496 \cdot 10^{-1}$	6
OUT	pha	-0.3834	$0.2734 \cdot 10^{-1}$	$0.2590 \cdot 10^{-1}$	2
		-0.3834	$0.2734 \cdot 10^{-1}$	$0.2548 \cdot 10^{-1}$	4
		-0.3835	$0.2780 \cdot 10^{-1}$	$0.2548 \cdot 10^{-1}$	6
	qua	$-0.7441 \cdot 10^{-3}$	$0.5588 \cdot 10^{-2}$	$-0.5329 \cdot 10^{-2}$	2
		$-0.6602 \cdot 10^{-3}$	$0.5603 \cdot 10^{-2}$	$-0.5328 \cdot 10^{-2}$	4
		$-0.6603 \cdot 10^{-3}$	$0.5604 \cdot 10^{-2}$	$-0.5325 \cdot 10^{-2}$	6
RM_1	pha	$0.1185 \cdot 10^{-1}$	$-0.8573 \cdot 10^{-2}$	$-0.5528 \cdot 10^{-2}$	2
		$0.1186 \cdot 10^{-1}$	$-0.8581 \cdot 10^{-2}$	$-0.5530 \cdot 10^{-2}$	4
		$0.1186 \cdot 10^{-1}$	$-0.8580 \cdot 10^{-2}$	$-0.5530 \cdot 10^{-2}$	6
	qua	$0.1143 \cdot 10^{-2}$	$0.1364 \cdot 10^{-1}$	$-0.1512 \cdot 10^{-1}$	2
		$0.1056 \cdot 10^{-2}$	$0.1354 \cdot 10^{-1}$	$-0.1496 \cdot 10^{-1}$	4
		$0.1057 \cdot 10^{-2}$	$0.1353 \cdot 10^{-1}$	$-0.1496 \cdot 10^{-1}$	6
DET	pha	$-0.1579 \cdot 10^{1}$	$0.1097 \cdot 10^{3}$	$-0.1091 \cdot 10^{3}$	2
		$-0.2099 \cdot 10^{1}$	$0.1097 \cdot 10^{3}$	$-0.1091 \cdot 10^{3}$	4
		$-0.2100 \cdot 10^{1}$	$0.1101 \cdot 10^{3}$	$-0.1088 \cdot 10^{3}$	6
	qua	$0.1047 \cdot 10^{-1}$	-0.3252	0.3160	2
		$-0.1669 \cdot 10^{-2}$	-0.3252	0.3160	4
		$-0.1672 \cdot 10^{-2}$	-0.3185	0.3226	6

Tableau C.6: Dependence on the maximum mode number (n+m) with OPtestItf.

C.3.6 Linearity Ranges

In Table C.7 we present the alignment signals at increasing values of the misalignment angles. These results were obtained with OPtestItf and $(n+m) \leq 4$.

As one can see, the signals are linear (we remember that in the tables the signals are normalized to the angle and to the DC power) up to $\theta = 1 \cdot 10^{-6}\ rad$, that is up to 1% of θ_∞. An example of the beahviour of the DC powers is reported in figs.C.3.3 and C.3.4.

beam		$\theta(M_0)$	$\theta(M_1)$	$\theta(M_2)$	$\theta(rad)$
TM_1	pha	$0.1186 \cdot 10^{-1}$	$-0.8580 \cdot 10^{-2}$	$-0.5530 \cdot 10^{-2}$	$1. \cdot 10^{-10}$
	pha	$0.1186 \cdot 10^{-1}$	$-0.8579 \cdot 10^{-2}$	$-0.5529 \cdot 10^{-2}$	$1. \cdot 10^{-7}$
	pha	$0.1183 \cdot 10^{-1}$	$-0.8463 \cdot 10^{-2}$	$-0.5472 \cdot 10^{-2}$	$1. \cdot 10^{-6}$
	pha	$0.9164 \cdot 10^{-2}$	$0.3005 \cdot 10^{-2}$	$0.2243 \cdot 10^{-3}$	$1. \cdot 10^{-5}$
	qua	$0.1054 \cdot 10^{-2}$	$0.1353 \cdot 10^{-1}$	$-0.1496 \cdot 10^{-1}$	$1. \cdot 10^{-10}$
	qua	$0.1054 \cdot 10^{-2}$	$0.1353 \cdot 10^{-1}$	$-0.1495 \cdot 10^{-1}$	$1. \cdot 10^{-7}$
	qua	$0.1075 \cdot 10^{-2}$	$0.1326 \cdot 10^{-1}$	$-0.1466 \cdot 10^{-1}$	$1. \cdot 10^{-6}$
	qua	$0.3002 \cdot 10^{-2}$	$-0.1312 \cdot 10^{-1}$	$0.1370 \cdot 10^{-1}$	$1. \cdot 10^{-5}$
OUT	pha	-0.3835	$0.2780 \cdot 10^{-1}$	$0.2548 \cdot 10^{-1}$	$1. \cdot 10^{-10}$
	pha	-0.3835	$0.2780 \cdot 10^{-1}$	$0.2548 \cdot 10^{-1}$	$1. \cdot 10^{-7}$
	pha	-0.3827	$0.2770 \cdot 10^{-1}$	$0.2537 \cdot 10^{-1}$	$1. \cdot 10^{-6}$
	pha	-0.3195	$0.1472 \cdot 10^{-1}$	$0.1015 \cdot 10^{-1}$	$1. \cdot 10^{-5}$
	qua	$-0.6602 \cdot 10^{-3}$	$0.5603 \cdot 10^{-2}$	$-0.5323 \cdot 10^{-2}$	$1. \cdot 10^{-10}$
	qua	$-0.6609 \cdot 10^{-3}$	$0.5613 \cdot 10^{-2}$	$-0.5333 \cdot 10^{-2}$	$1. \cdot 10^{-7}$
	qua	$-0.7266 \cdot 10^{-3}$	$0.6575 \cdot 10^{-2}$	$-0.6302 \cdot 10^{-2}$	$1. \cdot 10^{-6}$
	qua	$-0.6128 \cdot 10^{-3}$	0.1516	-0.1521	$1. \cdot 10^{-5}$
RM_1	pha	$0.1186 \cdot 10^{-1}$	$-0.8581 \cdot 10^{-2}$	$-0.5530 \cdot 10^{-2}$	$1. \cdot 10^{-10}$
	pha	$0.1186 \cdot 10^{-1}$	$-0.8580 \cdot 10^{-2}$	$-0.5529 \cdot 10^{-2}$	$1. \cdot 10^{-7}$
	pha	$0.1183 \cdot 10^{-1}$	$-0.8464 \cdot 10^{-2}$	$-0.5472 \cdot 10^{-2}$	$1. \cdot 10^{-6}$
	pha	$0.9163 \cdot 10^{-2}$	$0.3044 \cdot 10^{-2}$	$0.2243 \cdot 10^{-3}$	$1. \cdot 10^{-5}$
	qua	$0.1056 \cdot 10^{-2}$	$0.1354 \cdot 10^{-1}$	$-0.1496 \cdot 10^{-1}$	$1. \cdot 10^{-10}$
	qua	$0.1056 \cdot 10^{-2}$	$0.1353 \cdot 10^{-1}$	$-0.1496 \cdot 10^{-1}$	$1. \cdot 10^{-7}$
	qua	$0.1077 \cdot 10^{-2}$	$0.1327 \cdot 10^{-1}$	$-0.1467 \cdot 10^{-1}$	$1. \cdot 10^{-6}$
	qua	$0.3005 \cdot 10^{-2}$	$-0.4121 \cdot 10^{-1}$	$0.1371 \cdot 10^{-1}$	$1. \cdot 10^{-5}$
DET	pha	$-0.2099 \cdot 10^{1}$	$0.1101 \cdot 10^{3}$	$-0.1088 \cdot 10^{3}$	$1. \cdot 10^{-10}$
	pha	$-0.2099 \cdot 10^{1}$	$0.1097 \cdot 10^{3}$	$-0.1084 \cdot 10^{3}$	$1. \cdot 10^{-7}$
	pha	$-0.2099 \cdot 10^{1}$	$0.8268 \cdot 10^{2}$	$-0.8089 \cdot 10^{2}$	$1. \cdot 10^{-6}$
	pha	$-0.2039 \cdot 10^{1}$	$0.3459 \cdot 10^{1}$	$-0.3265 \cdot 10^{1}$	$1. \cdot 10^{-5}$
	qua	$-0.1669 \cdot 10^{-2}$	-0.3185	0.3226	$1. \cdot 10^{-10}$
	qua	$-0.1669 \cdot 10^{-2}$	-0.3176	0.3214	$1. \cdot 10^{-7}$
	qua	$-0.1652 \cdot 10^{-2}$	$-0.2454 \cdot 10^{-1}$	0.2322	$1. \cdot 10^{-6}$
	qua	$-0.2336 \cdot 10^{-2}$	$-0.4153 \cdot 10^{-1}$	$-0.2645 \cdot 10^{-1}$	$1. \cdot 10^{-5}$

Tableau C.7: Signals at different values of the misalignments.

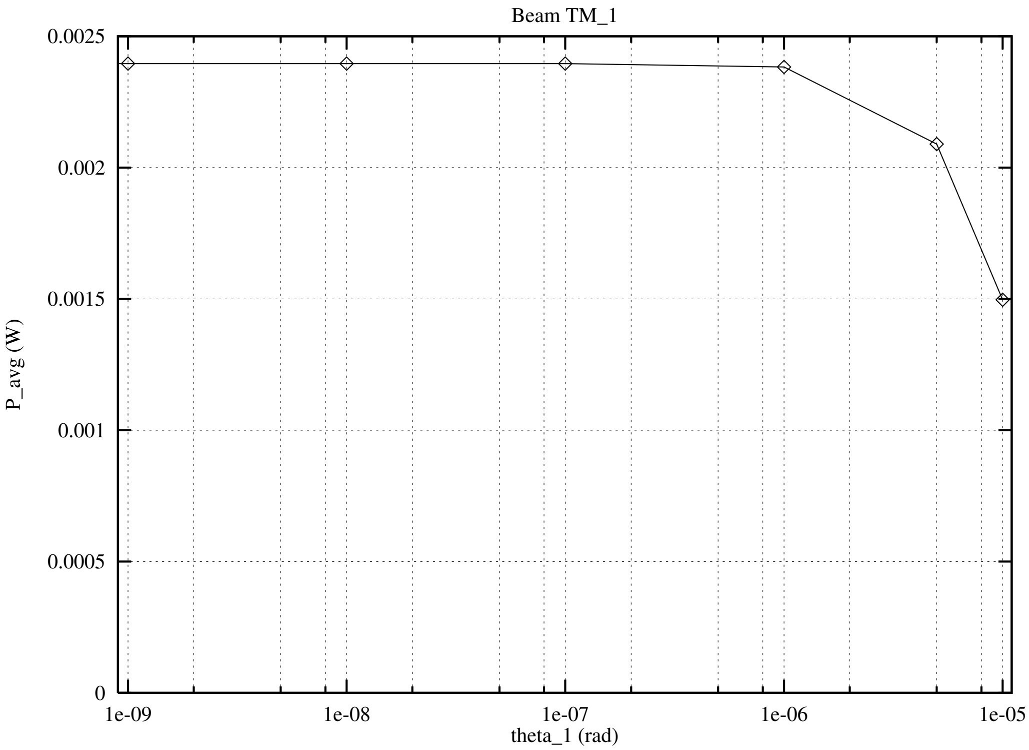


Figure C.3.3: DC power transmitted by M_1 as a function of θ_1.

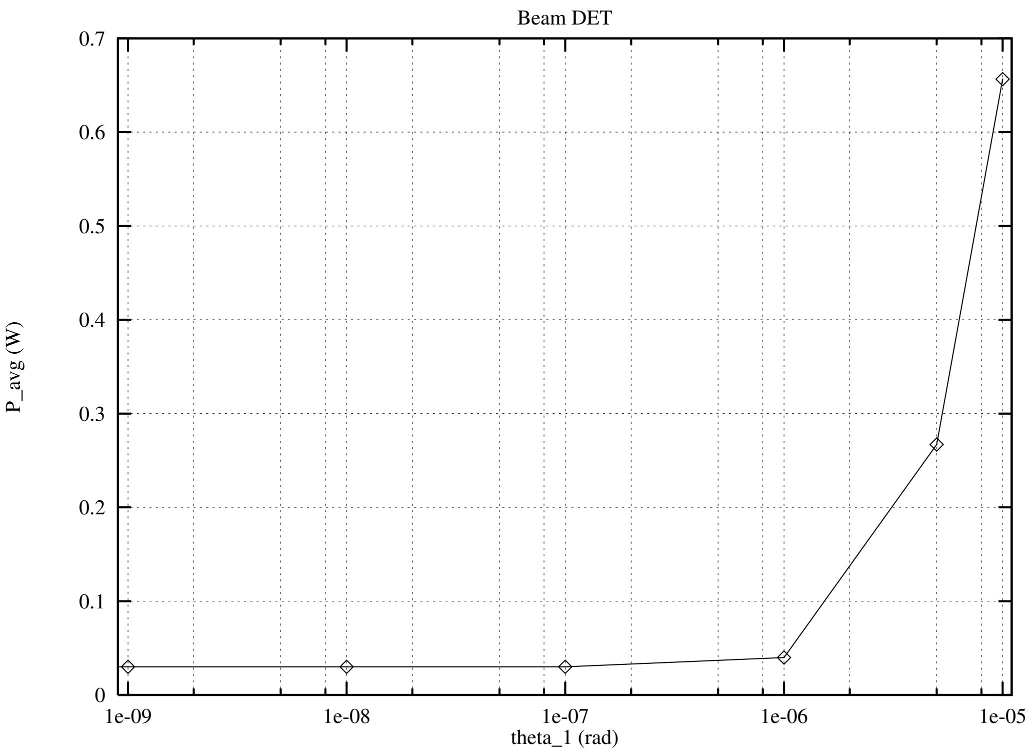


Figure C.3.4: DC power of the fringe beam as a function of θ_1.

C.4 Conclusions

We can summarize the results of this study as follows:

- there is a substantial agreement between models supposed to have the same level of approximations (that is, mismatches included or not); in most cases, taking into account the mismatches does not change substantially the signals.

- maximum mode number: going from 2 to 4, there are small changes in all the beams, except on the fringe beam, where these changes are very large. Going from 4 to 6, the changes are small also on the fringe beam, so we can say that, for the ITF configuration we studied (see sec.3) and for small misalignments, it is sufficient to use $(n + m) \leq 4$.

- linearity of signals with increasing misalignments: good linearity up to 10^{-7} rad ($=0.001 \cdot \theta_\infty$) for all beams, at 10^{-6} rad sizeable departures from linearity only on the fringe beam, definetely non-linear behaviour everywhere for 10^{-5} rad ($=0.1 \cdot \theta_\infty$).

- lengths stabilization: the level of stabilization ($\leq 1 \cdot 10^{-9}\ m$) required to operate the ITF close to its resonance, it's sufficient to ensure very small variations of the proportionality between the misalignment angles and the signals of the quadrant photodiodes.

References

[1] D.Z.Anderson, Applied Optics **23** (1984), 2944;
N.M.Sampas and D.Z.Anderson, Applied Optics **29** (1990), 394;
D.Babusci et al., *Automatic Alignment System for a Michelson Interferometer*, LNF-94/027;
D.Babusci et al., *Alignment Procedure for the VIRGO Interferometer: Experimental Results from the Frascati Prototype*, Phys. Let. A **226** (1997), 31.

[2] F.Marion, with contributions from: F.Cavalier, R.Flaminio, B.Mours ,A.Vicere', *SIESTA User's Guide*, VIR-MAN-LAP-5700-XXX

[3] P.Hello, *Couplings in Interferometric Gravitational-Wave Detectors*, Memoire d'habilitation a diriger des recherches, L.A.L. 96-93

[4] J.Y.Vinet, Virgo Note PJT94-12 (1994)

Annexe D

Calibration accuracy in relation to the detection of coalescing binaries

Cette annexe reproduit le texte d'une note VIRGO (VIR-NOT-LAP-1390-144, février 2000) consacrée à une étude de la précision nécessaire lors de l'opération d'étalonnage, vis à vis de la détection des coalescences de binaires.

D.1 Introduction

In this note we address the issue of the needed accuracy in the determination of the interféromètre response function through the calibration process, in relation with the detection of coalescing binaries.

Though coalescing binaries are only a test-bench, the reason to use this type of signals to assess the calibration accuracy is the following: the search for such events is based on matched filtering and therefore relies both on a close correspondence between the expected and measured signal waveforms and on an estimation of the noise. Both aspects may be partially damaged by errors in the response function used to reconstruct the signal collected at the interféromètre output. Moreover, a coalescence signal spans most of the detector bandwidth and should be affected by errors in the response function that are not uniform over the frequency band.

In practice however, in spite of the required correspondence between expected and measured waveforms, the sensitivity of the matched filter to errors in the response function is not expected to be large. The reason is that the matched filter results from a minimization problem, therefore variations in the SNR due to errors in the filter – especially in the response function entering the filter – should be of second order.

Formally, it has been shown by B.Allen [1] that SNR degradation is indeed second order with respect to errors both in the modulus and in the phase of the interféromètre response function.

In the work presented here, a Monte-Carlo study has been performed to check on simulated data this second order relationship and to evaluate the coupling coefficients in order to derive requirements on the calibration process from an acceptable loss of SNR (or, equivalently, of detection efficiency).

The study also addresses a complementary issue, namely the impact of errors in the response function on the accuracy with which the signal arrival time can be determined. This accuracy matters as it is related to the angular resolution on the source position that may be obtained through a time of flight measurement between different detectors.

D.2 Test Principle

D.2.1 Simulated Data

The tests performed make use of simulated data containing some noise featuring the VIRGO sensitivity in a simplified form, as well as some signals from coalescing binaries. The data were generated with SIESTA v3r75. The Newtonian approximation was used for the generation of the signal emitted by a $1.4M_{\odot} - 1.4M_{\odot}$ optimally oriented binary system at a distance of 30 Mpc. The minimum frequency was set to 50 Hz and the sampling frequency to 16384 Hz. The SIESTA card file used for the data generation is given in appendix .2.

The spectral density of the simulated noise is shown in figure D.2.1.

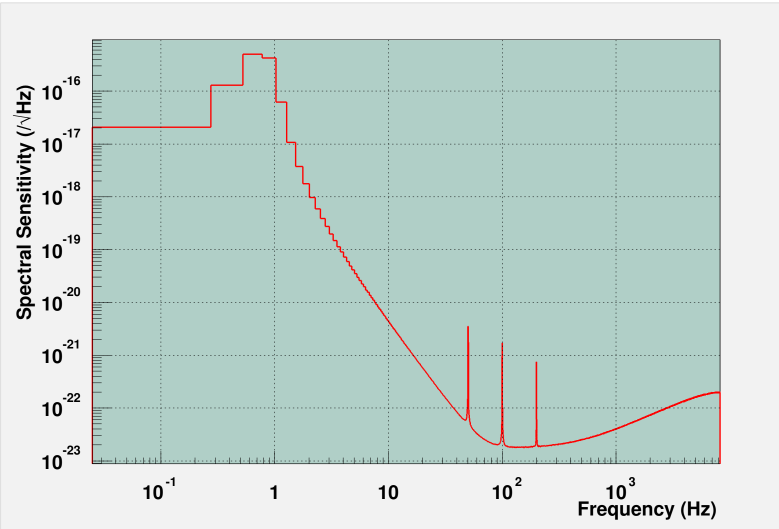


Figure D.2.1: Amplitude spectral density of generated noise.

D.2.2 Search Algorithm

The algorithm used to search for binary signals is based on classical matched filtering. It was originally implemented [2] in the SIESTA framework, and was later on adapted for the Vega environment [3].

- The matched filtering is done in the frequency domain and relies on the use of fast Fourier transforms.

- To avoid trouble due to the large dynamic range of the noise spectrum, data are high-pass filtered before processing. A third order filter with cutoff frequency at 100 Hz is used. This crude "whitening" is also applied on the templates used for correlation.

- The size of the chunk of data processed at a time in one FFT (a compromise between memory constraints and computing efficiency) is set to 32 s (524288 samples). As a comparison, the duration of the signal considered is 13.7 s.
- To remove the uncertainty on the initial phase of the signal, two templates in quadrature are used, and the quadratic sum of both outputs is considered the output of the algorithm.

D.2.3 Algorithm Output

As a reference, the output of the algorithm in the ideal case (no calibration errors) is shown here.

With a lower cutoff of 50 Hz, and given the noise spectrum used, the distance of a system - such as those mentioned in section D.2.1 - giving a SNR of 1 is 363 Mpc. Signal events at 30 Mpc are therefore expected to yield an average SNR of 12.1. Figure D.2.2 shows the distribution of the maximal value of the filter output on each data chunk, when the filter is applied on data with noise and signal events.

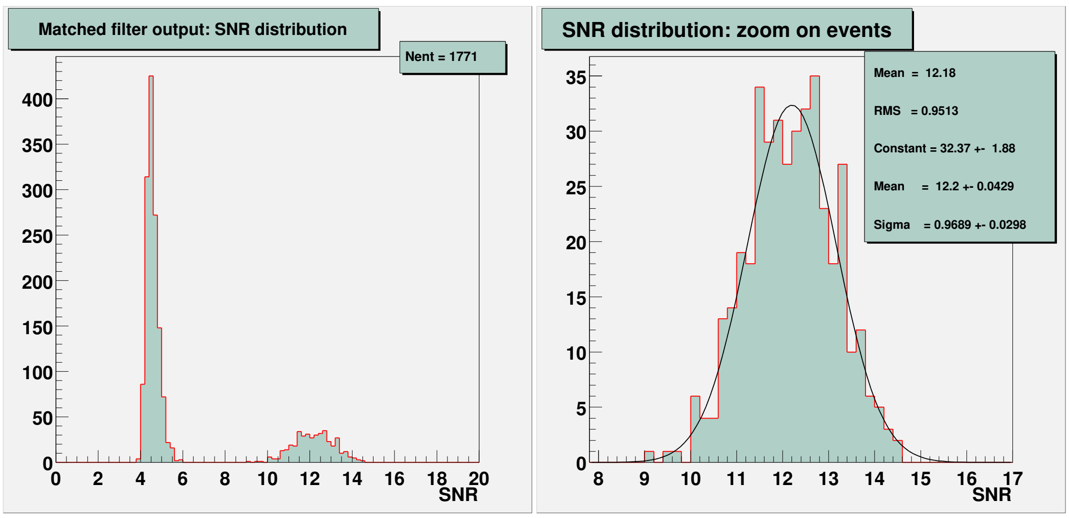


Figure D.2.2: Distribution of algorithm output (measured as maximal value of filter output on each data chunk) for pure noise and noisy events (left) and for noisy events only (right).

The matched filter output as a function of time (for either template and for quadratic sum) for a typical event is shown in figure D.2.3 in two cases: filter applied on pure signal channel, and filter applied on noisy channel (same event).

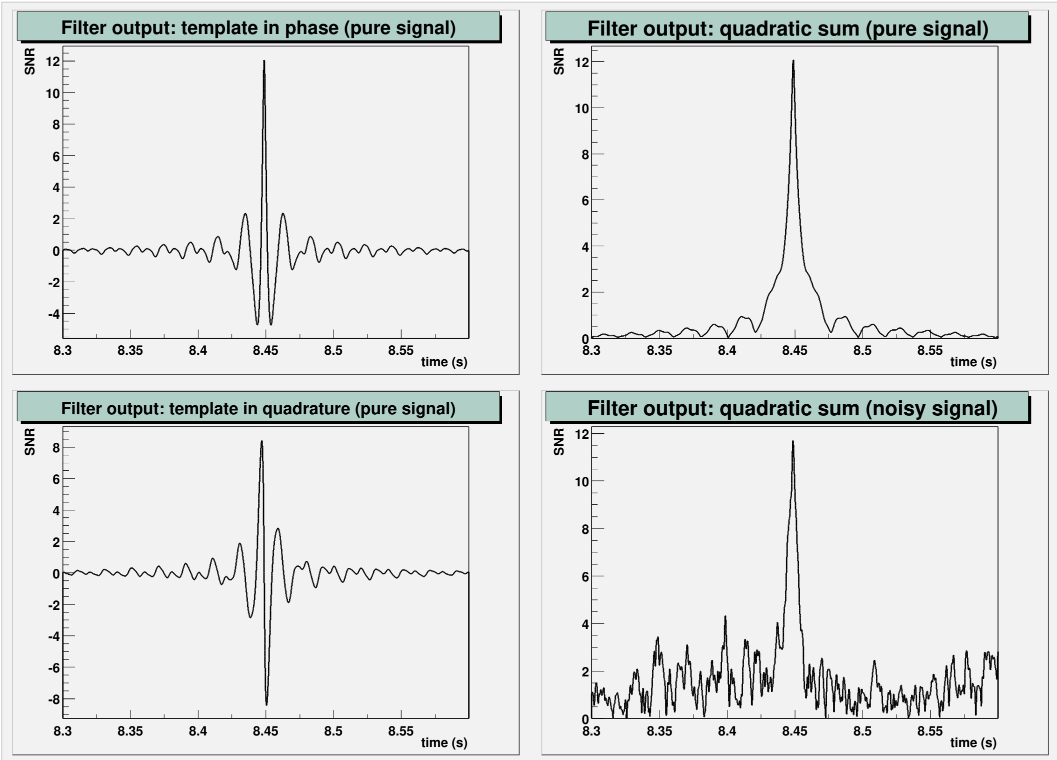


Figure D.2.3: Typical filtered event.

D.2.4 Modeling of errors in TF

SIESTA generates data that are already "reconstructed" in the sense that they have the dimension of a strain. No convolution/deconvolution of the data with the detector response function is performed explicitly. To reproduce the effect of errors in the detector response, the data are therefore convolved *a posteriori* (in the frequency domain), with a function which is the ratio between the true response function and the estimated one:

$$\tilde{h}'(f) = \frac{\mathcal{T}(f)}{\mathcal{T}'(f)}\ \tilde{h}(f)$$

where $\mathcal{T}$ is the transfer function between the physical signal h and the raw signal s measured at the output of the detector:

$$\tilde{s}(f) = \mathcal{T}(f)\ \tilde{h}(f)$$

Two kinds of errors in the detector response have been considered.

- Random errors - uncorrelated from one frequency point to another - either on the modulus or on the phase of $\mathcal{T}$:

$$\text{with } \mathcal{T} = r \cdot e^{i\phi},\ \mathcal{T}' = r' \cdot e^{i\phi'},\ r' = r + \delta r,\ \phi' = \phi + \delta\phi,$$

$$\mathcal{T}/\mathcal{T}' = \frac{1}{1 + \delta r/r} e^{-i\delta\phi}$$

  Each $\delta r/r(f)$ and $\delta\phi(f)$ are random Gaussian variables with a given RMS. (With the sampling frequency and the data chunk size we have used, two adjacent frequency points are distant $\sim$ 31 mHz.)
  Though considering such errors is not really realistic, it is an easy way to check for the sensitivity of the algorithm to using an inaccurate transfer function.

- Systematic trends, induced for instance by the misevaluation of the frequency of a pole in $\mathcal{T}$. We have shifted from its true value the cutoff frequency of a first-order low-pass filter that was assumed to be present in $\mathcal{T}$: the filter could for example represent the Fabry-Perot cavities, though we have considered other frequencies than the natural cutoff of the cavities:

$$\frac{\mathcal{T}}{\mathcal{T}'} = \frac{1 + if/f_c}{1 + if/f'_c}$$

  Various locations of f_c in the bandwidth and various values for the ratio f'_c/f_c have been considered.

D.3 Effect on SNR

In this section we consider the SNR loss due to errors in the transfer function. Note that we do not perform a multi-template analysis and that we always use the template corresponding exactly to the parameters of the generated events. The SNR loss we measure is therefore an upper limit since it could be that in the case we are using an erroneous transfer function, the template giving the highest SNR is a slightly mismatched one.

D.3.1 Random errors

The observed SNR - normalized to the maximum SNR - is plotted in figure D.3.4 as a function of the RMS of either the relative modulus error or the phase error considered in the transfer function.

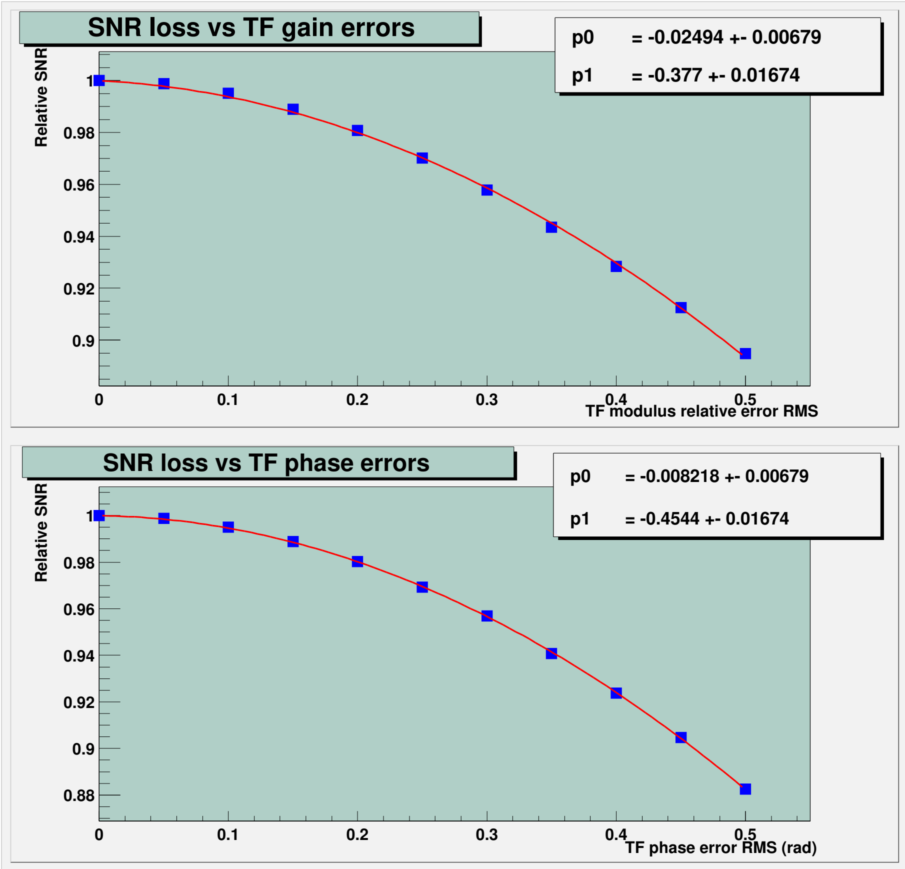


Figure D.3.4: Observed SNR reduction as a function of the amplitude of the errors considered in the transfer function.

Both functions show indeed a quadratic evolution:

$$\frac{SNR}{SNR_{max}} \sim 1 - 0.38 \cdot \left(\frac{\delta r}{r}\right)^2_{RMS} \tag{D.3.1}$$

$$\frac{SNR}{SNR_{max}} \sim 1 - 0.45 \cdot \left(\frac{\delta \phi}{1\ rad}\right)^2_{RMS} \tag{D.3.2}$$

A requirement of a SNR at least 99% of the maximum SNR allows a relative modulus error RMS of 15% and a phase error RMS of 0.15 rad $\sim 8.5°$.

D.3.2 Systematic errors

The observed SNR - normalized to the maximum SNR - is plotted in figure D.3.5 as a function of the considered cutoff for an overestimation of 30%

of the cutoff, and as a function of the ratio between the estimated and the true cutoffs for a cutoff of 100 Hz. The observed effects are very small.

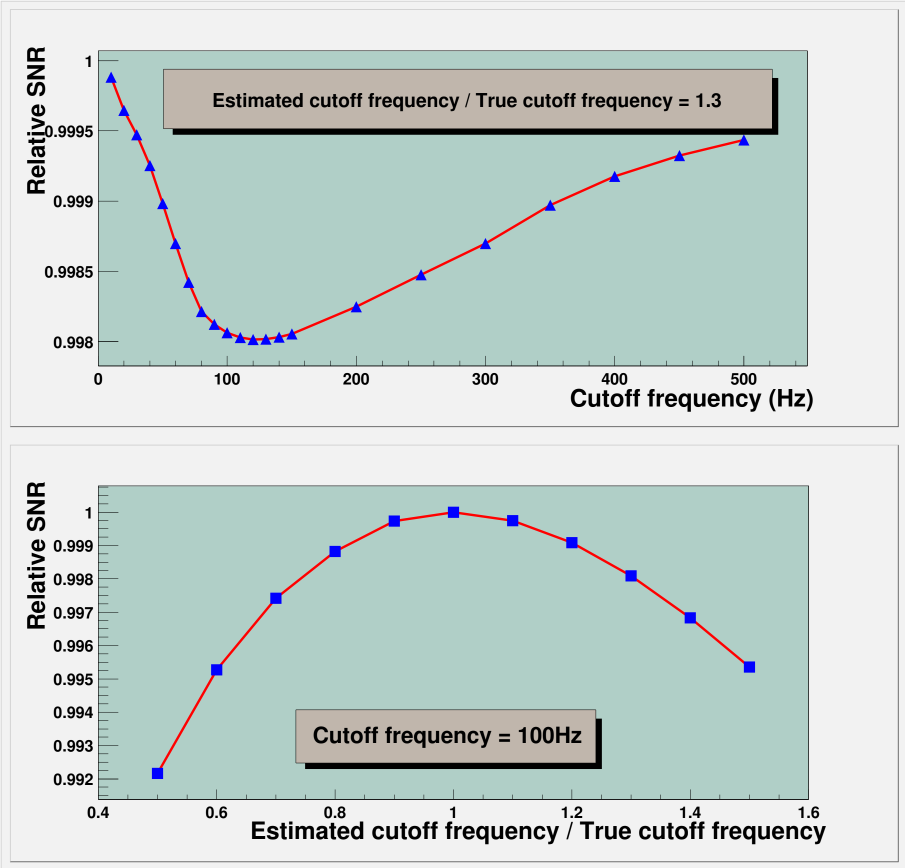


Figure D.3.5: Observed SNR reduction when systematic errors are introduced in the transfer function (see text).

N.B.: We benefit in this case from the fact that we use two templates in quadrature: this is able to compensate partially for the phase error introduced by the systematic error considered here. Using a single template, the SNR loss would indeed be larger than that observed with two templates.

D.4 Effect on arrival time estimation

In this section we address the complementary issue of how much the event arrival time resolution is degraded by using a distorted transfer function.

D.4.1 Intrinsic time resolution

We do not address here the question of defining an absolute arrival time which would be independent of the search lower frequency bound (for instance by defining it at the frequency giving the largest contribution to the SNR) and as insensitive as possible to slight template mismatches. The arrival time is defined here as the time when the matched filter output reaches a maximum when using the right template, and we consider the jitter on this arrival time due to the detector noise. This uncertainty - in the absence of distortions in the response function - is measured in the following way.

- The true arrival time is measured as the time when the filter output is maximal when the algorithm is run on a channel containing pure signal (the noise information being still used to provide the proper normalization in the matched filter).
- The estimated arrival time is measured as the time when the filter output is maximal when run on a channel containing signal and noise.
- The distribution of the difference between the estimated and true arrival times (in units of the sampling period) is drawn and is shown in figure D.4.6.

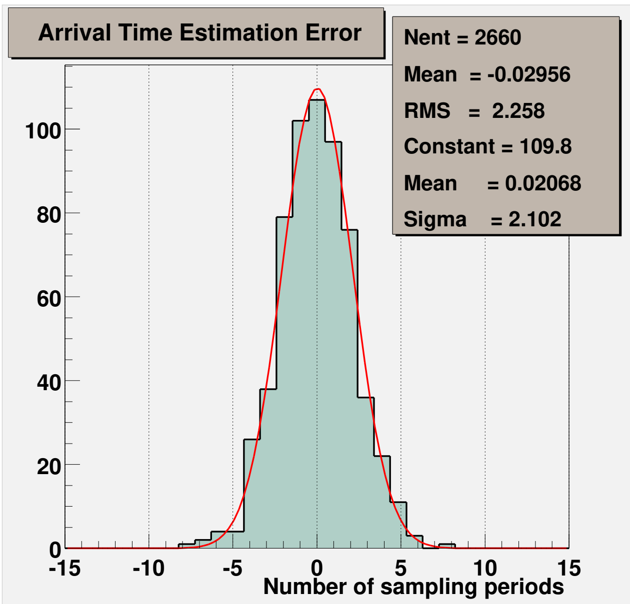


Figure D.4.6: Distribution of the arrival time estimation error for events yielding an average SNR of 12. No errors in the transfer function have been considered to produce this distribution. The sampling period being 61 μs, the RMS of the distribution corresponds to an arrival time uncertainty slightly below 130 μs.

The standard deviation of the distribution shown in figure D.4.6 gives the time resolution for the kind of events considered here (yielding an average SNR of 12). The observed RMS corresponds to an arrival time uncertainty slightly below 130 μs. If a time of flight measurement between VIRGO and another detector 8000 km away with similar time resolution was to be made, this would correspond to an angular resolution around 7 mrad in the best case, and around 120 mrad in the worst case.

The observed time resolution is in reasonable agreement with the expected resolution quoted by B.F.Schutz in [4], which for a lower frequency of 50 Hz and a SNR of 12, is estimated to 140 μs. Appendix .1 illustrates how the noise of the detector can distort the output of the matched filter and cause significant arrival time errors.

This time resolution is in fact an under-estimation of the true value, since we have not considered the additional jitter introduced by using a slightly mismatched template.

D.4.2 Arrival time accuracy

We consider here the bias that can be introduced in the arrival time estimation due to errors in the transfer function. This bias should be compared to the intrinsic time resolution of the detector for a given SNR.

The bias is measured as the difference between the two arrival times defined in the following way:

- maximum of the filter output when run on a pure signal channel and using a perfect transfer function
- maximum of the filter output when run on a pure signal channel and using an erroneous transfer function both on the signal and on the noise used to provide the normalization in the matched filter

In both cases, the arrival time is measured using a pure signal channel, therefore the distribution of figure D.4.6 reduces to a zero-RMS distribution, and we consider here only shifts in its mean value.

No bias is observed when random errors are applied on the transfer function, considering RMS errors up to 50% on the modulus or up to 0.5 rad on the phase. This can be interpreted as due to the fact that the various phase shifts introduced compensate to an overall zero time shift because of the uncorrelation of the phase errors from one frequency point to another.

The bias observed when systematic errors are applied on the transfer function is shown in figure D.4.7.

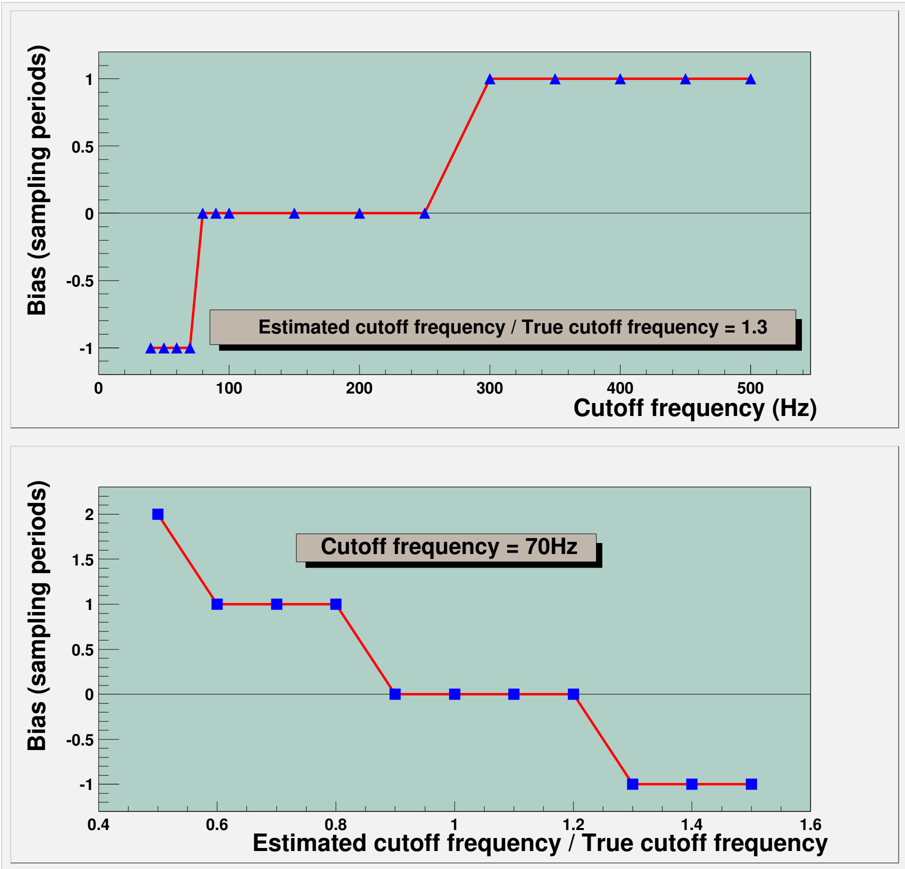


Figure D.4.7: Bias in the arrival time estimation observed when systematic errors are introduced in the transfer function.

The observed bias observed with the systematic deviations in the transfer function considered here is always less than the intrinsic time resolution for a SNR of 12. The conclusion is therefore that for events giving a SNR of 12 or less, errors in the transfer function such as those considered here should not degrade significantly the quality of the time estimation.

However, the bias introduced by a wrong transfer function is independent of the SNR, whereas the intrinsic resolution improves linearly with the SNR. For large values of the SNR then, this bias could dominate the error on the arrival time and should be a concern. In the large SNR case however, internal checks are likely to be able to show evidence for inconsistencies in the transfer function if any (TBC).

D.5 Conclusion

We have considered the influence of using an erroneous transfer function of the instrument on the search for coalescing binaries events.

The effect is quite small as far as the signal to noise ratio is concerned: random errors up to 15% RMS on the modulus and up to 150 mrad on the phase of the transfer function could be tolerated without losing more than 1% of the SNR. Hardly any effect is observed with the systematic errors in the transfer function we have considered.

The effect on the accuracy of the event arrival time estimation is more serious, especially when systematic errors in the transfer function are considered. Though the bias introduced should not affect significantly the time estimate for signal to noise ratios around 10, it could be a problem for events with much larger SNR. Though this is difficult to turn into a requirement on the systematic errors that can be tolerated in the transfer function, attention should be payed to this point.

References

[1] B.Allen, *LIGO calibration accuracy*, LIGO-T960189-00-E (1996)

[2] L.Derome, *Le système de détection de l'expérience VIRGO dédiée à la recherche d'ondes gravitationnelles*, Thèse de l'Université de Savoie (1999)

[3] See `http: //wwwlapp.in2p3.fr/virgo/vega`

[4] B.F.Schutz, in The detection of gravitational waves, Edited by D.G.Blair (1991)

.1 Intrinsic time resolution

Figure .1.8 is shown to illustrate how the noise of the detector can distort the output of the matched filter and lead to significant errors in the arrival time.

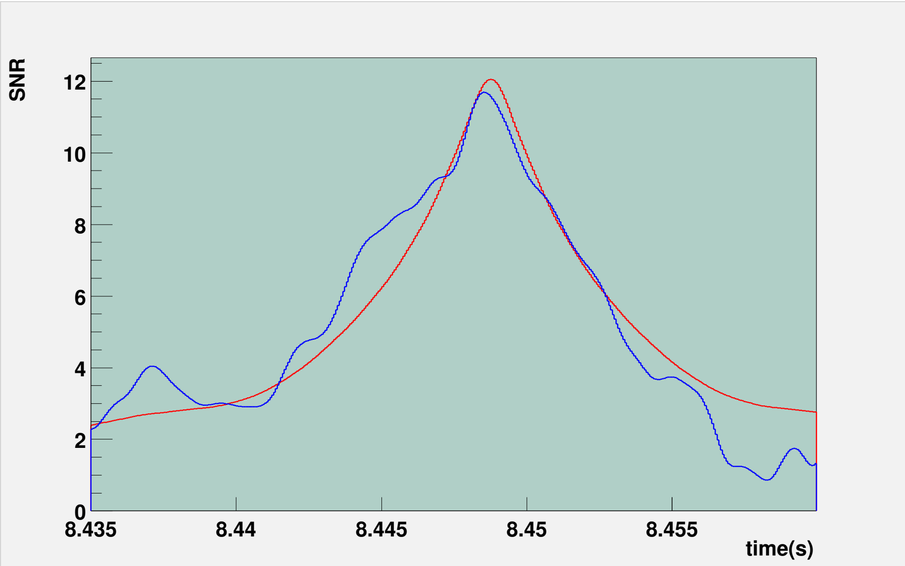


Figure .1.8: Time evolution of the matched filter output when run on a pure signal channel (smooth curve) and when run on a noisy channel (distorted curve).

.2 Data generation card file

```
UJclock masterClocks  983040000  3 16384 16384 1

MEtric metric  0 0 .1  .5  0. YES
MEcoales mycoal metric
1.4  1.4  0.  30.  50.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  NO  60. NO

Thermal Th11 0 1 28. 0.5955 1.e6
Thermal res0 0 1 1.e9 100. 1.e4
Thermal res1 0 1 1.e9 50. 1.e4
Thermal res2 0 1 1.e9 200. 1.e4
USadder thermalTot 0 4
Th11.out.s2 res0.out.s2 res1.out.s2 res2.out.s2
2.0 1.0 1.0 1.0

MEfastDS fastDS 0 metric 1000. 1.06e-6 3000. 50.thermalTot.out
USadder noise 0 2 fastDS.h fastDS.s 1. -1.

UJdelay 1 163840000
UJdelay 2 10000
UFrBuilder FBuilder 2 0 0 4000 0 0
UFrLRdout 1 generated_h fastDS.h 1. -32 NO
UFrLRdout 1 signal fastDS.s  1. -32 NO
UFrLRdout 1 noise noise.out  1. -32 NO
UFrOFile -2 30Mpc_50Hz_16384Hz.dat NO FBuilder.frameH  10000
```

Table des matières