Table des matières

Introduction

Le concept d'onde gravitationnelle est né du travail d'Albert Einstein. Sa théorie de la Relativité Générale prédit que toute masse courbe la géométrie de l'espace temps et que cette courbure peut se propager comme une onde de façon similaire aux ondes électromagnétiques. L'extrême faiblesse de l'effet produit par les ondes gravitationnelles a conduit pendant des années à considérer la détection de ces ondes comme impossible. Dans les années soixante, Joseph Weber suggéra la possibilité de détecter les ondes gravitationnelles grâce à leur l'effet sur une barre résonnante. Si la fréquence de l'onde gravitationnelle se trouve dans la bande passante de la barre, l'effet de résonance permet de mesurer les variations de longueur induites par l'onde gravitationnelle. Depuis la première barre construite par J. Weber, ce genre de détecteur a considérablement évolué. Aujourd'hui plusieurs détecteurs à barres sont en fonction aux Etats-Unis (Louisiane), en Europe (Rome en Italie), en Australie (Perth) ou au Japon (Tokyo). Mais à l'heure actuelle, ces détecteurs n'ont encore rien mis en évidence de façon concluante.

L'espoir des physiciens de mesurer les ondes gravitationnelles se tourne à présent vers un autre style de détecteurs impliquant de grands interféromètres de Michelson. Ces détecteurs permettront d'atteindre à la fois une meilleure sensibilité et une bande de fréquence plus large (quelques centaines de hertz au lieu de quelques dizaines de hertz pour les barres).

Aujourd'hui, des prototypes de détecteur interférométrique existent aux Etats-Unis (Caltech; L = 40 m), en Allemagne (Munich; L = 30 m), en Grande-Bretagne (Glasgow; L = 10 m) ayant une sensibilité similaire à celles des barres. Ces prototypes ont conduit à l'élaboration de projets interférométriques de grande échelle dont plusieurs sont en phase de construction : GEO (Allemagne-Angleterre; L = 600 m), TAMA (Japon; L = 300 m) et LIGO (Etats-Unis; L = 4 km). La collaboration franco-italienne VIRGO vient de poser la première pierre de la construction d'un interféromètre ayant des bras de 3 km près de Pise (Italie). La partie centrale de l'interféromètre sera installée et opérationnelle dès 1998. L'interféromètre sera complété par la suite et les premières prises de données auront lieu en l'an 2000. Le travail de cette thèse a été fait dans le cadre de l'expérience VIRGO.

L'effet d'une onde gravitationnelle sur un interféromètre est de modifier la longueur respective de ses bras : l'un est raccourci pendant que l'autre s'allonge. Ceci provoque une variation du chemin optique parcouru par la lumière dans chacun des bras et produit ainsi une variation de puissance à la sortie de l'interféromètre.

L'ensemble des éléments nécessaires à la détection du signal en sortie de l'interféromètre constitue le banc de détection. Si les photodétecteurs destinés à collecter la lumière en sont une pièce essentielle, le rôle de ce banc ne se réduit pas pour autant à la simple réception du signal. Il a également comme fonction importante de filtrer le faisceau issu de l'interféromètre afin d'en améliorer le contraste et en conséquence d'augmenter la sensibilité de la mesure. L'élément permettant de réaliser ce filtrage est une cavité optique résonnante qui est accordée sur le mode fondamental du laser grâce à un contrôle actif de sa longueur. Le banc comprend également l'optique nécessaire à l'alignement et l'adaptation du faisceau.

Ce travail porte sur l'étude et la conception des différents éléments du banc de détection, l'objectif étant de définir une configuration possible (appropriée et réalisable) de l'ensemble, dont la réalisation devra être achevée (construction et tests) fin 1997 afin d'être opérationnelle pour la phase dite de VIRGO 98. Ce mémoire est structuré en huit chapitres.

Dans un premier temps, nous exposerons brièvement le concept d'onde gravitationnelle issu de la théorie de la relativité générale. Nous nous attacherons plus particulièrement à mettre en évidence l'effet que ces ondes produisent sur l'espace temps puisque c'est cet effet que l'on cherchera à détecter. Cette partie théorique abordera également les différentes sources pouvant engendrer de telles ondes.

Dans un deuxième temps, nous expliquerons le principe de détection interférométrique et montrerons comment la sensibilité d'un interféromètre de Michelson peut être améliorée en ajoutant des cavités Fabry-Perot dans chacun des bras et en utilisant la technique de recyclage de la lumière. Les sources de bruit limitant la sensibilité d'un tel dispositif seront passées en revue.

Au cours du troisième chapitre, nous exposerons les solutions envisagées par l'expérience VIRGO pour s'affranchir au mieux de ces bruits et atteindre une sensibilité exprimée en unité d'onde gravitationnelle h de $10^{-21}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ à 10 Hz et de $3 \times 10^{-23}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ à 100 Hz. Le signal mesuré en sortie de l'interféromètre dépend du principe de détection et en particulier de quelques paramètres importants tels que l'asymétrie des bras, la profondeur de modulation ou encore le contraste. L'analyse du faisceau en sortie de l'interféromètre en fonction de ces paramètres va permettre de concevoir le système de détection de l'expérience VIRGO.

L'ensemble des fonctions que doit remplir le système de détection en sortie de l'interféromètre est exposé dans le chapitre 4. Le chapitre 5 est consacré à la conception et à l'étude de la cavité de filtrage destinée à améliorer le contraste du faisceau à détecter. Un prototype de cette cavité a été réalisé. Ses principales caractéristiques optiques ont été vérifiées expérimentalement et le principe d'asservissement pour le contrôle de la longueur a été testé. Ces résultats expérimentaux sont présentés dans le chapitre 6.

Les conditions de fonctionnement des photodétecteurs étaient a priori hors des spécifications de toutes les photodiodes disponibles sur le marché. Une campagne de tests a tout de même été engagée pour les tester et savoir s'ils pouvaient convenir malgré tout afin d'éviter d'entreprendre un développement spécial. Les résultats des tests effectués sur les différents photodétecteurs sont présentés dans le chapitre 7 ainsi que les tests supplémentaires menés sur la photodiode sélectionnée.

Enfin, l'optique nécessaire pour l'adaptation du faisceau aux différents éléments du banc de détection est étudiée dans le chapitre 8. Les études faites sur ces différents éléments permettent de définir une configuration globale du banc de détection et de déterminer la précision avec laquelle son alignement doit être maintenu.

Chapitre 1

Les ondes gravitationnelles

1.1 La théorie de la relativité générale

Les ondes gravitationnelles ont été prévues il y a maintenant plus de 80 ans par A. Einstein dans sa théorie de la Relativité Générale [1]. Cette théorie inclut une notion nouvelle de la description de l'espace : celle de la modification de la géométrie de l'espace par un objet quelconque d'une certaine masse. D'après la théorie d'Einstein, un objet en chute libre[1] se déplace uniformément le long d'une ligne, appelée géodésique. Si cet objet se rapproche d'une masse, il sera dévié de sa trajectoire rectiligne. L'espace n'est alors plus "plat" mais "courbe" sous l'influence d'une masse ou d'une énergie (étant donnée l'équivalence masse-énergie de la relativité restreinte). Le mouvement d'un objet en chute libre n'est alors plus un mouvement rectiligne uniforme.

Une autre conséquence de la théorie d'Einstein concerne les distributions de masse ayant un moment quadrupôlaire variable. De telles distributions vont engendrer une déformation des géodésiques de l'espace où elles se trouvent. Cette déformation va se propager suivant une géodésique de l'espace-temps telle une onde le long d'une corde. Ce sont les ondes gravitationnelles.

Les géodésiques représentent la métrique de l'espace-temps. Cette métrique est décrite par le tenseur métrique $g_{\mu\nu}$. L'élément invariant de distance est donné par :

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \tag{1.1.1}$$

où toutes les informations sur la courbure de l'espace-temps sont chiffrées dans le tenseur $g_{\mu\nu}$. Cette métrique dépend des sources (masses) présentes. La courbure de l'espace

[1] c'est-à-dire un objet soumis à aucune influence d'origine non gravitationnelle.

produite par une distribution de masse-énergie est décrite par l'équation d'Einstein :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\, g_{\mu\nu}\, R^{\lambda}_{\lambda} = \frac{8\pi G}{c^4}\, T_{\mu\nu} \tag{1.1.2}$$

avec $T_{\mu\nu}$ le tenseur énergie-impulsion et $R_{\mu\nu}$ le tenseur de Ricci. Ce tenseur est fonction de $g_{\mu\nu}$ et il est lié à la courbure de l'espace. Le tenseur énergie-impulsion $T_{\mu\nu}$ est la généralisation de la masse (source de l'interaction gravitationnelle) tandis que le tenseur métrique $g_{\mu\nu}$ est l'équivalent du potentiel gravitationnel. Le tenseur $R_{\mu\nu}$ est fonction de $g_{\mu\nu}$.

L'équation (1.1.2) est la version relativiste de l'équation de Poisson :

$$\bigtriangledown^2 \phi = 4\ \pi\ G\ \rho \tag{1.1.3}$$

1.2 Ondes gravitationnelles

Les équations d'Einstein données par (1.1.2) sont non linéaires et du second ordre en $g_{\mu\nu}$. Dans le cas du champ faible, il est possible de les résoudre en les linéarisant. En considérant la perturbation de la métrique produite par les ondes gravitationnelles comme une petite perturbation de l'espace plat (espace de Minkowski), il est possible de transformer les équations d'Einstein en équations linéaires approchées. La métrique $g_{\mu\nu}$ dans cet espace s'exprime alors comme la métrique $\eta_{\mu\nu}$ de l'espace de Minkowski, plus un terme de perturbation $h_{\mu\nu}$ dû à une onde gravitationnelle :

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad \text{avec} \quad |h_{\mu\nu}| \ll 1 \tag{1.2.4}$$

Dans cette approximation de champ faible et en choisissant une jauge adéquate appelée jauge TT (Transverse et de Trace nulle), l'équation d'Einstein peut s'écrire sous la forme d'une équation d'onde :

$$\left(\bigtriangledown^2 - \frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) h_{\mu\nu} = -\ \frac{16\pi G}{c^4}\,\left[T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\,\eta_{\mu\nu}\,T^{\lambda}_{\lambda}\right] \tag{1.2.5}$$

L'équation (1.2.5) est similaire à l'équation de Maxwell en électromagnétisme :

$$\left(\bigtriangledown^2 - \frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) A_{\mu} = 4\pi J_{\mu} \tag{1.2.6}$$

où J_{μ} est la densité de courant. L'équation (1.2.5) sera résolue suivant le même principe utilisé pour résoudre l'équation de Maxwell en tenant compte des seize composantes du tenseur $h_{\mu\nu}$ à la place de quatre pour A_{μ}. En fait, ces seize composantes se réduisent à dix composantes indépendantes car le tenseur $h_{\mu\nu}$ est symétrique. Dans la théorie de l'électromagnétisme, la loi de conservation de la charge ($\partial_\mu J_\mu = 0$) rend les quatre équations de champ non indépendantes. Seules deux composantes restent indépendantes, correspondant aux deux polarisations du champ électrique. De même, on peut réduire les seize composantes du tenseur $h_{\mu\nu}$ à seulement deux composantes indépendantes moyennant l'utilisation de la conservation du tenseur énergie-impulsion ($\partial_\mu T^\mu_\nu = 0$) et un changement de coordonnées infinitésimales. Ces deux composantes correspondent aux solutions physiques décrivant les deux polarisations de l'onde gravitationnelle.

Si l'on considère l'équation d'Einstein (1.2.5) dans le vide ($T_{\mu\nu} = 0$), elle s'écrit sous la forme :

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) h_{\mu\nu} = 0 \tag{1.2.7}$$

La solution de l'équation (1.2.7) est celle d'une onde se propageant à la vitesse de la lumière. En général, la solution peut s'écrire sous la forme d'une superposition d'ondes planes. Dans le cas d'une onde plane se propageant suivant la direction z, la solution s'écrit :

$$h_{\mu\nu} = \varepsilon_{\mu\nu}\, e^{i\, k_\lambda\, x^\lambda} + \varepsilon^*_{\mu\nu}\, e^{-i\, k_\lambda\, x^\lambda} \quad \text{avec} \quad k_\lambda\, k^\lambda = 0 \tag{1.2.8}$$

où $\varepsilon_{\mu\nu}$ est un tenseur symétrique décrivant la polarisation de l'onde :

$$\varepsilon_{\mu\nu} = h_+\, \varepsilon^+_{\mu\nu} + h_\times\, \varepsilon^\times_{\mu\nu} \tag{1.2.9}$$

avec

$$\varepsilon^+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \varepsilon^\times = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Les deux tenseurs ε^+ et $\varepsilon^\times$ (prononcés "ε plus" et "ε croix") montrent que les deux polarisations de l'onde sont orthogonales et qu'elles se déduisent l'une de l'autre par une rotation de $\pi/4$. De plus, si on fait subir à ces tenseurs de polarisation une rotation de 180°, on obtient une perturbation identique de la métrique. Le graviton serait une particule associée à l'onde gravitationnelle de masse nulle et de spin 2.

De plus, les deux tenseurs ε^+ et $\varepsilon^\times$ sont dans une direction transverse par rapport à la direction de l'onde.

En conclusion, les ondes gravitationnelles apparaissent comme une perturbation transverse de la métrique de l'espace temps, se propageant à la vitesse de la lumière.

1.3 Effet des ondes gravitationnelles

Il est maintenant important de comprendre comment l'effet d'une onde gravitationnelle va apparaître dans cet espace. Considérons deux masses en chute libre séparées par une distance[2] ξ_i. L'écart entre les deux géodésiques suivies par les deux masses est régi par l'équation différentielle suivante [1] :

$$\frac{d^2\xi_i}{dt^2} = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 h_{ij}}{\partial t^2}\ \xi_j \tag{1.3.10}$$

où h_{ij} est l'amplitude d'une onde gravitationnelle agissant sur les deux masses.

L'amplitude $|h_{ij}|$ étant petite, la variation de la distance $\delta\xi_i$ est négligeable devant ξ_i et il est possible d'écrire la solution sous la forme :

$$\delta\xi_i = \frac{1}{2}\ h_{ij}\ \bar{\xi}_i \tag{1.3.11}$$

$\bar{\xi}_i$ étant la distance entre les deux masses en l'absence d'onde gravitationnelle.

L'effet d'une onde gravitationnelle sur les deux masses en chute libre va être de modifier la distance entre ces deux masses suivant la direction perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde.

Considérons une onde gravitationnelle se propageant suivant l'axe Oz. Nous venons de voir que l'effet du passage d'une onde gravitationnelle se fait sentir dans le plan perpendiculaire à sa direction de propagation c'est-à-dire ici dans le plan (xy). Afin d'illustrer l'effet produit par une onde gravitationnelle, plaçons un cercle de masses libres dans le plan (x0y). Le tenseur représentant l'amplitude h de l'onde gravitationnelle est égal à :

$$h_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

D'après l'équation (1.3.11) et en considérant la longueur d'onde λ_{og} de l'onde gravitationnelle supérieure à la distance séparant les masses, les variations de distance entre les masses libres suivant les axes x, y et z s'écrivent comme :

$$\delta\xi_x \quad = \quad \frac{1}{2}\ h_+\ \xi_x + \frac{1}{2}\ h_\times\ \xi_y$$

[2] La distance entre deux points dans l'espace de Minkowski est donnée par : $ds^2 = -c^2dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$.

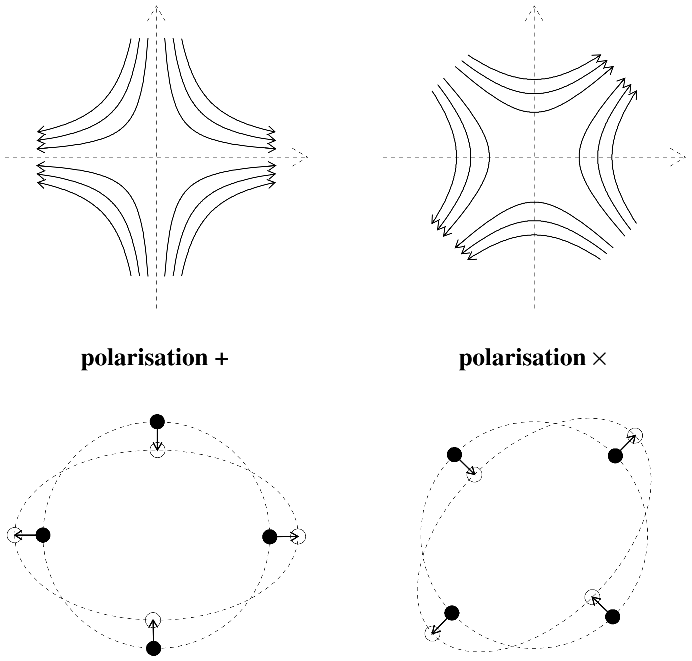

Figure 1.3.1: *Lignes de force d'une onde gravitationnelle correspondant aux deux polarisations (en haut). Déformation d'un sytème de masses disposées sur un cercle par effet d'une onde gravitationnelle (en bas).*

$$\begin{aligned} \delta\xi_y &= \frac{1}{2}\, h_\times\, \xi_x - \frac{1}{2}\, h_+\, \xi_y \\ \delta\xi_z &= 0 \end{aligned}$$

où h_+ et $h_\times$ sont les amplitudes de l'onde selon ses deux polarisations.

Chaque masse libre placée sur le cercle subit un déplacement d'amplitude identique mais suivant des directions différentes. La figure (1.3.1) montre la déformation du cercle de masses libres due à une onde gravitationnelle dans le cas d'une polarisation + et d'une polarisation $\times$.

1.4 Génération des ondes gravitationnelles

La solution générale de l'équation d'Einstein linéarisée (1.2.5) est donnée par :

$$h_{\mu\nu} = \frac{4G}{c^4} \int d^3\vec{x'}\, \frac{[T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\, \eta_{\mu\nu}\, T^\lambda_\lambda]_{t-r/c}}{|\vec{x} - \vec{x'}|} \qquad (1.4.12)$$

où r est la distance à laquelle se trouve la source. Si l'on considère que les dimensions R de la source sont petites par rapport à la distance la séparant de l'observateur et que ces dimensions sont aussi petites par rapport à la longueur d'onde de l'onde gravitationnelle ($R \ll \lambda_{og}$), on peut faire un développement multipôles de l'expression de $h_{\mu\nu}$ (équation 1.4.12). Le premier terme non nul de ce développement est celui du quadrupôle I_{jk} :

$$h_{jk}^{TT} = \frac{2G}{rc^4} \left(\frac{d^2 I_{jk}^{TT}}{dt^2} \right)_{t-r/c} \tag{1.4.13}$$

avec

$$I_{jk} = \int d^3\vec{x}\ \rho\ (x_j x_k - \frac{1}{3}|\vec{x}|^2)$$

A cause du facteur $\frac{G}{c^4}$ de l'équation (1.4.13) très petit (environ 10^{-44} W^{-1}m s^{-2}), le terme $\left(\frac{d^2 I_{jk}^{TT}}{dt^2}\right)$ devra être grand pour que l'effet produit h_{jk} ne soit pas trop faible. Imaginons que l'on parvienne à faire tourner deux masses de une tonne chacune, séparées d'une distance de deux mètres à une fréquence de rotation de un kilohertz. L'amplitude de l'onde gravitationnelle pouvant être émise est alors égale à $h = 2,6 \times 10^{-33}$ m $\times \frac{1}{r}$ avec r la distance où l'on mesure l'onde gravitationnelle. Si l'on se place à $r = 300$ km, on aura comme amplitude $h = 9 \times 10^{-39}$ ce qui est environ seize ordres de grandeur inférieur à la sensibilité qu'espère atteindre une expérience comme VIRGO.

L'équation (1.4.13) montre aussi qu'une masse ayant une distribution de masse à symétrie sphérique ne pourra pas émettre d'onde gravitationnelle.

La puissance rayonnée par le quadrupôle I_{jk} est donnée par la formule :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{5}\ \frac{G}{c^5} < \dddot{I}_{jk}\ \dddot{I}_{jk} > \tag{1.4.14}$$

Si l'on considère un objet de masse M, de dimensions R et dont le moment de quadrupôle varie au cours du temps T, l'expression (1.4.14) donne :

$$\frac{dE}{dt} \sim \frac{1}{5}\ \frac{G}{c^5} \left(\frac{MR^2}{T^6} \right)^2 \sim L_0 \left(\frac{v}{c} \right)^6 \left(\frac{r_{Sch}}{R} \right)^2 \tag{1.4.15}$$

où r_{Sch} est le rayon de Schwarzschild[3] ($r_{Sch} = \frac{GM}{c^2}$) et $L_0 = 3{,}6$ erg s^{-1}.

L'expression (1.4.15) montre que plus la vitesse v sera grande, plus l'émission d'onde gravitationnelle sera grande. De même, plus les dimensions R de la source seront petites, plus l'émission d'onde gravitationnelle sera grande. Donc l'émission d'onde gravitationnelle sera conséquente pour des objets compacts et relativistes.

[3] Le rayon de Schwarzschild correspond au rayon d'un objet dont l'énergie interne ($E = mc^2$) est égale à son énergie gravitationnelle ($E = \frac{GM^2}{R}$)

Les seules sources susceptibles d'émettre avec suffisamment d'énergie des ondes gravitationnelles sont les sources cosmiques (même si les anneaux collisionneurs de particules ont également été proposés comme générateurs d'ondes gravitationnelles [2] car dans ce cas les dimensions R de la source sont très petites). Le paragraphe suivant présente les trois principales sources d'ondes gravitationnelles : l'effondrement gravitationnel d'une étoile massive ou supernova, les pulsars, résidus de cet effondrement et les coalescences binaires.

1.5 Les sources astrophysiques d'ondes gravitationnelles

1.5.1 Les supernovae

Si la masse d'une étoile est suffisamment grande, la combustion thermonucléaire fournissant la lumière de l'étoile peut atteindre le stade avancé de la fusion des éléments légers jusqu'au fer. L'étoile s'effondre alors sur elle-même et explose en supernova. L'effondrement de l'étoile, s'il est asymétrique, conduit à la production d'ondes gravitationnelles. Le signal émis ne dure que quelques millisecondes et se situe alors dans une zone de fréquences élevées, de l'ordre du kHz ou plus.

L'amplitude du rayonnement gravitationnel émis à la fréquence f par l'effondrement d'une étoile située à la distance r de la terre est donnée par [3] :

$$h \sim 2,7 \times 10^{-20} \left(\frac{\Delta E_{og}}{M_\odot c^2}\right) \left(\frac{1 \text{ kHz}}{f}\right)^{1/2} \left(\frac{10 \text{ Mpc}}{r}\right) \tag{1.5.16}$$

où $M_\odot$ est la masse solaire et ΔE_{og} l'énergie émise sous forme de rayonnement gravitationnel[4]. Ainsi une supernova explosant à 10 Mpc (distance de l'amas de la Vierge[5]) pourrait produire des ondes gravitationnelles dont l'amplitude correspondrait au domaine de sensibilité des détecteurs interférométriques.

La fréquence de ces explosions dans notre galaxie a été estimée à une tous les 40 ans [3]. Mais si l'on regarde jusqu'au centre de l'amas de la Vierge (environ 1000 galaxies), cette fréquence devient alors de quelques dizaines d'événements par année. Mais, à l'heure actuelle, cette prédiction reste très incertaine.

[4] Le parsec (pc) est une unité égale à environ 3,26 années-lumière (10 Mpc $\approx 3 \times 10^{20}$ km). La galaxie la plus proche de la notre est située à environ 0,5 Mpc.

[5] c'est ce qui a donné le nom de VIRGO à l'expérience.

1.5.2 Les pulsars

Selon la théorie d'évolution des étoiles, l'explosion en supernova d'une étoile suffisamment massive donne une étoile à neutrons (ou un trou noir si la masse initiale est plus élevée). Ces étoiles à neutrons très denses peuvent être pourvues d'une très grande vitesse de rotation et d'un moment magnétique non parallèle à l'axe de rotation. C'est ce que l'on appelle un pulsar. Ils sont observés depuis les années 60 comme des sources radio-pulsées, d'où leur nom de pulsars. Une asymétrie de la distribution de masse par rapport à l'axe de rotation de l'étoile peut engendrer des ondes gravitationnelles.

L'amplitude du rayonnement gravitationnel émis par un pulsar situé à la distance r de la terre et tournant autour de l'axe z est donnée par [3] :

$$h \sim 8 \times 10^{-24} \left(\frac{I_{zz}}{10^{38}\ \mathrm{kgm}^2}\right) \left(\frac{f}{10\ \mathrm{Hz}}\right)^2 \left(\frac{10\ \mathrm{kpc}}{r}\right) \left(\frac{\varepsilon}{10^{-6}}\right) \tag{1.5.17}$$

où I_{zz} est le moment quadrupolaire d'inertie du pulsar autour de son axe de rotation, f la fréquence de l'onde gravitationnelle émise (qui est égale au double de la fréquence de rotation du pulsar) et ε un facteur décrivant l'asymétrie.

L'asymétrie d'un pulsar est très difficile à estimer et l'amplitude du signal h est, par conséquent, prédite avec une mauvaise précision. Il est tout de même possible de déterminer des limites supérieures en supposant que le ralentissement observé de la vitesse de rotation d'un pulsar est dû à une perte d'énergie uniquement sous forme de rayonnement gravitationnel. Par exemple, pour le pulsar de Vela (f=22Hz, r=500 pc) ou celui de la nébuleuse du Crabe (f=60 Hz, r=2 kpc), la limite supérieure de h est égale respectivement à 3×10^{-24} et 8×10^{-25} [3].

On voit donc que l'amplitude du signal fourni par un pulsar est très faible. Mais l'avantage que présente celui-ci d'émettre un signal périodique et constant nous permet de détecter le signal en intégrant les mesures sur un temps long.

Au cours de la détection du signal du pulsar, le détecteur bouge par rapport à la source à cause de la rotation diurne de la terre et de son mouvement de révolution autour du soleil. Les variations de l'amplitude de h induites ainsi que les variations du signal dû à l'effet Doppler, qui complique fortement la recherche d'un signal, peuvent permettre de remonter à la direction de la source.

Le nombre de pulsars connu aujourd'hui est d'environ 600 [4]. A partir de cette donnée, on estime le nombre total de pulsars dans la galaxie à environ 10^5. Environ 5% de ces pulsars émettent des ondes gravitationnelles à des fréquences correspondantes à la bande de fréquences que couvre un détecteur interférométrique (fréquences comprises entre 10

Hz et quelques centaines de Hz). Donc quelques milliers de pulsars seront potentiellement détectables.

1.5.3 Les coalescences binaires

Environ la moitié des étoiles connues se trouvent dans des systèmes binaires. Lorsque les deux étoiles tournent l'une autour de l'autre, de l'énergie est émise sous forme de rayonnement gravitationnel, provoquant une diminution de la période de rotation et de la distance entre les étoiles. Les deux corps se rapprochent alors en spiralant jusqu'à leur rencontre finale. Si le système est constitué par deux objets compacts (deux étoiles à neutron ou deux trous noirs ou les deux), les deux étoiles peuvent se rapprocher considérablement et la vitesse de rotation devient alors extrêmement élevée. Dans ces conditions, un train d'ondes gravitationnelles d'amplitude non négligeable et de fréquence variable est émis juste avant la coalescence des deux objets.

Le signal auquel on s'attend, contrairement aux autres sources, est très bien connu si l'on suppose valable la formule quadrupolaire (équation 1.4.14) :

$$h \sim 10^{-23} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{2/3} \left(\frac{\mu}{M_\odot}\right) \left(\frac{f}{100\ \mathrm{Hz}}\right)^{2/3} \left(\frac{100\ \mathrm{Mpc}}{r}\right) \qquad (1.5.18)$$

où M est la masse totale du système, μ la masse réduite[6] et f la fréquence de l'onde émise, égale au double de la fréquence orbitale.

Le système binaire PSR1914+16 est l'exemple d'un tel système. Une des étoiles est un pulsar tournant autour d'un compagnon invisible avec une période d'environ huit heures. Les mesures faites par Taylor et Weisberg [5] sur ce système depuis 1974 montrent que le rayon orbital moyen de PSR1913+16 d'environ 2 millions de km décroît de 2 m par an. Cette décroissance correspond quantitativement à ce que l'on attend dans la théorie en supposant que le système produit de l'énergie sous forme d'onde gravitationnelle [6]. Ces mesures sont actuellement considérées comme la preuve indirecte de l'existence des ondes gravitationnelles. La précision et la durée de ces mesures ont permis de remonter à tous les paramètres du système binaire. Récemment deux autres systèmes de ce type ont été détectés [7] [8].

Le nombre de coalescences d'étoiles à neutrons est de l'ordre de 3×10^{-6} par an dans notre galaxie (basé sur les observations actuelles). Si, pour augmenter le nombre d'événements on regarde dans un rayon de 100 Mpc, la proportion atteint quelques coalescences par an (3 pour 200 Mpc^3).

[6]La masse réduite d'un système à deux corps est définie comme $\mu = \frac{m_1 m_2}{m1+m_2}$ avec m_1 et m_2 les masses respectives de chaque objet.

Généralement lorsque l'on cherche à augmenter le nombre d'événements, on augmente la distance d'observation r. Or, dans tous les cas de sources possibles, l'amplitude h que l'on pourra détecter dépend de l'inverse de cette distance $(1/r)$, à énergie égale. Donc, plus on s'éloigne de l'observateur, plus le nombre d'événements augmentent effectivement mais plus la sensibilité du détecteur doit être grande. Dans la logique inverse, selon la sensibilité que l'on pourra atteindre, les sources situées au-delà d'une certaine distance r ne pourront être mesurées par le détecteur.

1.5.4 Autres sources

D'autres sources hypothétiques d'ondes gravitationnelles existent. Par exemple, la naissance d'un trou noir par effondrement gravitationnel, ou la collision de deux trous noirs déjà formés, pourrait être une source conséquente d'ondes gravitationnelles. De même, le fond de rayonnement gravitationnel supposé créé par le Big Bang pourrait également être source d'ondes gravitationnelles.

1.6 Intérêt de l'étude des ondes gravitationnelles

La détection des ondes gravitationnelles a un double intérêt.

D'un côté, leur détection permettrait de relancer l'étude de l'interaction gravitationnelle. Trois siècles après la théorie de Newton et 80 ans après celle d'Einstein, beaucoup d'aspects de cette interaction restent encore méconnus. Les phénomènes se produisant dans le régime non-linéaire sont même pratiquement complètement inconnus (au moins du point de vue expérimental). La détection de h_+ et de $h_\times$ montrerait le caractère quadrupolaire de l'onde et l'hélicité 2 prévue par la théorie de la Relativité Générale. La mesure de la vitesse c de l'onde couplée avec celle de l'hélicité conforterait l'hypothèse d'un graviton de masse nulle et de spin 2 [9].

D'un autre côté, la détection des ondes gravitationnelles permettrait d'ouvrir une nouvelle fenêtre pour observer l'univers. Leur faible interaction avec la matière rend leur détection difficile mais permettra d'explorer des régions de l'univers inaccessibles aux observations électromagnétiques.

Tout le défi est maintenant de pouvoir détecter ces ondes gravitationnelles c'est-à-dire de réussir à construire un détecteur suffisamment sensible pour mesurer la perturbation de l'espace induite par ces ondes.

Le chapitre suivant explique comment l'utilisation des techniques interférométriques peut aujourd'hui permettre d'atteindre les sensibilités requises pour la détection d'ondes gravitationnelles produites par des sources comme celles décrites précédemment.

Chapitre 2

Détection interférométrique des ondes gravitationnelles

L'existence des ondes gravitationnelles sera mise en évidence si la pertubation que celles-ci engendrent sur la métrique de l'espace-temps est mesurée. Cette déformation de l'espace-temps peut être détectée en mesurant la variation de distance entre deux masses libres. Pour pouvoir considérer des masses comme libres, il faut qu'elles soient suspendues comme des pendules. Si l'on se place au-dessus de la fréquence de résonance du pendule, la masse répondra pratiquement comme une masse en chute libre dans le plan transversal.

La variation de distance entre ces masses libres, induite par une onde gravitationnelle, peut être mesurée grâce à un interféromètre de Michelson. Pour que cette technique soit appropriée à cette mesure, il faut que tous les éléments de l'interféromètre (lame séparatrice et miroirs) puissent être considérés comme libres c'est-à-dire il faut qu'ils soient suspendus.

La première partie de ce chapitre explique le principe de détection en considérant les éléments de l'interféromètre comme des masses libres. La seconde partie du chapitre montre les moyens utilisés afin d'obtenir que ces éléments puissent être considérés comme des masses libres.

2.1 Principe de détection

Une onde gravitationnelle incidente sur un tel interféromètre va modifier la distance entre ses miroirs considérés comme des masses libres (Chapitre 1). Considérons une onde se propageant suivant l'axe z perpendiculaire au plan de l'interféromètre et étant polarisée suivant les axes x et y (polarisation +) (figure 2.1.1). L'effet de cette onde sera d'allonger un des bras de l'interféromètre pendant que l'autre se contractera. Un

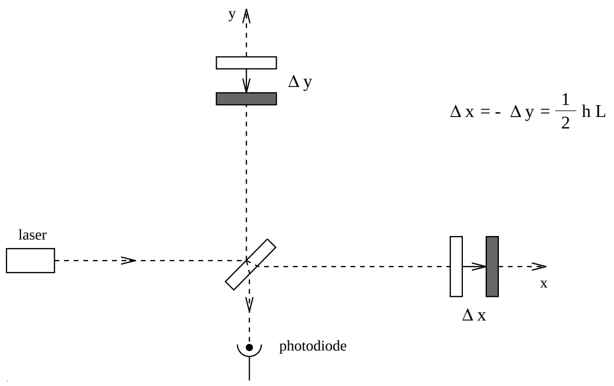

Figure 2.1.1: *Effet d'une onde gravitationnelle se propageant suivant l'axe z sur un interféromètre de Michelson.*

changement dans la position des miroirs de l'interféromètre, résultant de la pertubation induite par une onde gravitationnelle, altère la différence de chemin optique parcouru par les faisceaux laser dans chacun des bras et produit une variation de puissance en sortie de l'interféromètre. C'est sur cette variation que se fonde la détection interférométrique des ondes gravitationnelles.

En effet le faisceau laser, envoyé sur la lame séparatrice et divisé en deux par celle-ci, se propage dans les bras perpendiculaires de l'interféromètre. Les deux faisceaux sont ensuite réfléchis par les miroirs d'extrémités des bras et viennent se recombiner sur la lame séparatrice. La différence de phase entre les deux faisceaux mesurée en sortie de l'interféromètre permet de remonter à la différence de longueur entre les deux bras de l'interféromètre.

L'interféromètre répond à une différence de longueur plutôt qu'à un changement absolu de longueur. La différence de phase en sortie de l'interféromètre induite par cet effet différentiel est donnée par :

$$\Delta\phi(t) = \frac{4\pi}{\lambda}\,(\Delta x(t) - \Delta y(t)) \tag{2.1.1}$$

où λ est la longueur d'onde du faisceau laser et où $\Delta x(t)$ et $\Delta y(t)$ sont les variations de longueur respective des bras dans le cas d'une onde gravitationnelle se propageant selon l'axe z. Ces variations engendrées par une onde gravitationnelle sont telles que : $\Delta x(t) = -\Delta y(t) = \frac{1}{2}\ h\ L$ (h étant l'amplitude de l'onde gravitationnelle). D'où :

$$\Delta\phi(t) = \frac{4\pi}{\lambda}\ h\ L \tag{2.1.2}$$

Si, par exemple, on considère une onde gravitationnelle d'amplitude 10^{-21} arrivant sur un interféromètre ayant des bras de 3 km de long, la différence de phase à la sortie de l'interféromètre sera égale à 4×10^{-11} rad; soit, une différence de longueur produite entre les bras de l'ordre de 3×10^{-18} m ! Ce chiffre donne une idée de la difficulté d'une telle expérience.

La détection interférométrique consiste donc à mesurer la variation de puissance lumineuse à la sortie de l'interféromètre de Michelson à l'aide d'un photodétecteur.

2.2 Détection en continu

Considérons un interféromètre de Michelson simple (figure 2.2.2).

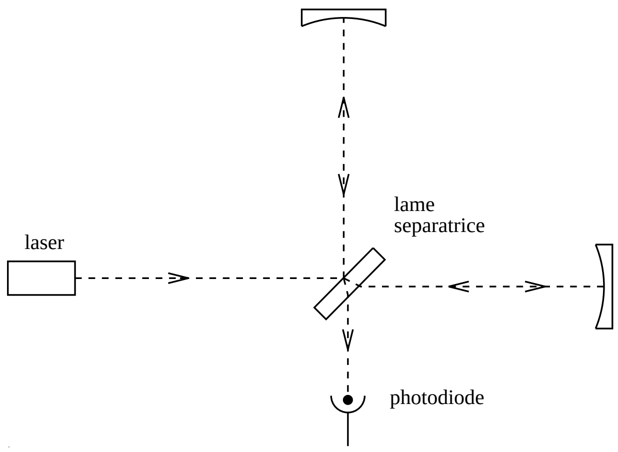

Figure 2.2.2: *Interféromètre de Michelson simple.*

La puissance incidente sur une photodiode placée à la sortie de l'interféromètre dépend de la différence de phase entre les deux faisceaux selon l'expression :

$$P = \frac{P_0}{2}\,(1 + C\cos\Delta\phi) \tag{2.2.3}$$

où P_0 est la puissance incidente sur la lame séparatrice et C le contraste[1] de l'interféromètre. Si $\Delta\phi$ vaut π, la puissance P atteint sa valeur minimum et on dit que l'interféromètre est réglé sur la "frange noire". Au contraire, si $\Delta\phi$ vaut 0 (mod 2 π), P atteint sa valeur maximum et l'interféromètre est réglé sur la "frange blanche". Une variation de phase

[1]Le contraste C d'un interféromètre est défini comme $\frac{P_{max}-P_{min}}{P_{max}+P_{min}}$ et vaut 1 quand l'interféromètre est parfaitement symétrique.

$\delta\phi$, engendrée par une onde gravitationnelle, produit une variation δP de la puissance à la sortie de l'interféromètre :

$$\delta P = \frac{P_0}{2}\, C \;\sin\Delta\phi\; \delta\phi \tag{2.2.4}$$

Ceci donnera lieu à une variation du courant à la sortie du photodétecteur :

$$\delta I_{signal} = \delta\phi\, \frac{P_0}{2}\, C \sin\Delta\phi \times \frac{\eta e}{h\nu} \tag{2.2.5}$$

où η est l'efficacité quantique du photodétecteur, e la charge de l'électron, h la constante de Planck et ν la fréquence du laser.

La mesure d'un tel courant sera limitée par le bruit de grenaille , ou “shot noise” (en anglais), associé au courant moyen $\bar{I}$ circulant dans la photodiode :

$$\delta I_{shot\ noise} = \sqrt{2\; e\; \bar{I}} \tag{2.2.6}$$

Le courant moyen $\bar{I}$ fourni par la photodiode dépend de l'efficacité quantique η et de la puissance moyenne incidente sur la photodiode (puissance donnée par l'équation 2.2.3). On en déduit :

$$\delta I_{shot\ noise} = e\,\sqrt{\frac{\eta P_0}{h\nu}}\;\sqrt{1 + C\cos\Delta\phi} \tag{2.2.7}$$

Pour pouvoir détecter le signal, celui-ci doit être supérieur au bruit : $\delta I_{signal} > \delta I_{shot\ noise}$. Cette condition donne la différence de phase minimale pouvant être détectée :

$$\delta\phi > 2\,\sqrt{\frac{h\nu}{\eta P_0}}\;\frac{\sqrt{1 + C\cos\Delta\phi}}{C\sin\Delta\phi} \tag{2.2.8}$$

Dans le cas idéal où le contraste est maximum (C=1) et où l'on se place sur la frange noire, le terme $\frac{\sqrt{1+C\cos\Delta\phi}}{C\sin\Delta\phi}$ de l'inégalité (2.2.8) tend vers un minimum égal à $\frac{1}{\sqrt{2}}$. La différence de phase minimum que l'on pourra détecter est alors égale à:

$$\delta\phi_{min} = \sqrt{\frac{2h\nu}{\eta P_0}}\;\;\frac{1}{\sqrt{\mathrm{Hz}}} \tag{2.2.9}$$

Dans la réalité le contraste est toujours inférieur à un. Par conséquent, la position $\Delta\phi$ optimale est légèrement décalée par rapport à la frange noire. Le calcul exact [12] montre que dans cette condition, la puissance moyenne incidente sur le photodétecteur est donnée par :

$$P = \frac{P_0}{2}\,\sqrt{2(1 - C)} \tag{2.2.10}$$

Cette équation montre que la puissance à la sortie de l'interféromètre dépend de la puissance P_0 incidente sur la lame séparatrice. Toute fluctuation de P_0 engendre donc une variation de la puissance à la sortie de l'interféromètre et simule un signal d'amplitude δP :

$$\delta P = \frac{\delta P_0}{2}\,\sqrt{2(1-C)} \tag{2.2.11}$$

Pour ne pas dégrader la sensibilité de l'interféromètre, ces fluctuations en puissance doivent rester inférieures au "shot noise". Cette condition donne une limite sur la fluctuation relative de la puissance du laser:

$$\frac{\delta P_0}{P_0} < \sqrt{\frac{2h\nu}{\eta \frac{P_0}{2}}}\,\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2(1-C)}}} \tag{2.2.12}$$

Considérons une puissance incidente sur la lame séparatrice de 1 kW. Pour un défaut de contraste (1-C) de 10^{-2}, la limite supérieure de la fluctuation en puissance du laser est égale à 8×10^{-11} $/\sqrt{\text{Hz}}$. Pour un défaut de contraste meilleur, égal à 10^{-4}, cette limite vaut 2,5 $\times$ 10^{-10} $/\sqrt{\text{Hz}}$. Même en améliorant le contraste, le niveau de stabilité en puissance à atteindre est extrêmement difficile à réaliser avec les lasers actuels.

Se faisant en continu, cette méthode de détection est également limitée par le bruit en 1/f de l'électronique derrière le photodétecteur.

Afin de pouvoir s'affranchir de ce bruit de l'électronique et des fluctuations en puissance du laser (plus élevées à basse fréquence), il est nécessaire de déplacer la mesure à haute fréquence. La solution est d'utiliser une technique de modulation-démodulation synchrone que nous allons expliquer dans le paragraphe suivant.

2.3 Détection synchrone

2.3.1 Principe

Différents schémas possibles de modulation-démodulation synchrone ont été étudiés. Le premier proposé a été la technique de modulation dite interne. Cette technique consiste à placer une cellule de Pockels dans chacun des deux bras de l'interféromètre. Si l'on applique une tension à une cellule de Pockels, elle introduit un déphasage sur la lumière la traversant proportionnel à la tension appliquée. Un signal sinusoïdal à haute fréquence en opposition de phase (figure 2.3.3) est appliqué aux deux cellules de Pockels de chaque bras. On module ainsi la différence de phase entre les deux bras.

La puissance arrivant sur la photodiode en sortie de l'interféromètre est alors donnée par :

$$P_{sortie} = \frac{P_0}{2}\left[1 + C\cos(\Delta\phi + 2m\sin(\Omega t))\right] \tag{2.3.13}$$

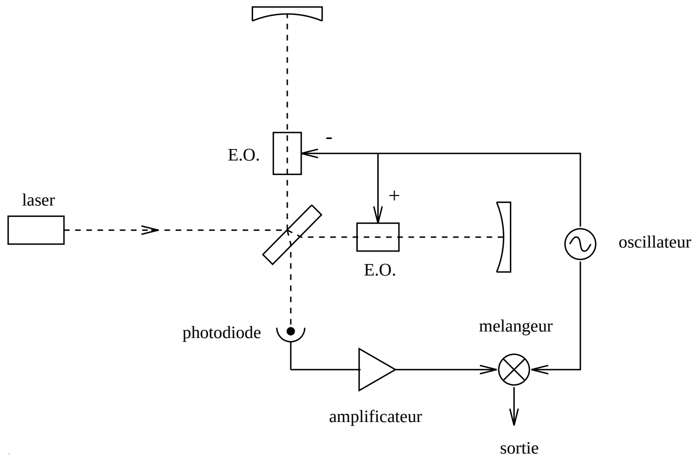

Figure 2.3.3: *Interféromètre de Michelson avec modulation interne.*

où m est la profondeur de modulation et Ω la fréquence de modulation.

En développant cette expression autour de la position correspondant à l'interférence destructive, c'est-à-dire $\Delta\phi \simeq \pi + \delta\phi$ et en négligeant les harmoniques d'ordre supérieur (m petit), la puissance en sortie de l'interféromètre devient :

$$P_{sortie} \simeq \frac{P_0}{2}\ [1 - C\ J_0(2m) + 2\ C\ \delta\phi\ J_1(2m)\ \sin(\Omega t)] \tag{2.3.14}$$

où J_0 et J_1 sont respectivement les fonctions de Bessel d'ordre zéro et un. On trouve ainsi un signal à la fréquence de modulation dont l'amplitude est proportionnelle aux variations $\delta\phi$ que l'on veut détecter.

2.3.2 Rapport signal sur bruit

L'amplitude du signal à la fréquence de modulation en sortie de l'interféromètre est donnée par :

$$I_{signal} = P_0\ C\ \delta\phi\ J_1(2m) \times \frac{\eta e}{h\nu} \tag{2.3.15}$$

Ce signal ne pourra être détecté que s'il est supérieur au "shot noise" donné par[2] :

$$I_{shot\ noise} = \sqrt{2}\ \sqrt{\frac{\eta P_0}{h\nu}\ (1 - C\ J_0(2m))\ e} \tag{2.3.16}$$

[2] Le processus de démodulation produit une addition incohérente du "shot noise" aux fréquences $(\Omega - f)$ et $(\Omega + f)$ à la fréquence f. Ceci explique le facteur $\sqrt{2}$ dans l'expression de $\delta I_{shot\ noise}$ et de $\delta\phi$.

Cette condition ($I_{signal} > I_{shot\ noise}$) crée une limite en dessous de laquelle la différence de phase que l'on cherche à mesurer ne pourra plus être détectée :

$$\delta\phi > \sqrt{2}\,\sqrt{\frac{h\nu}{\eta P_0}}\,\frac{\sqrt{1 - C\ J_0(2m)}}{C\ J_1(2m)} \tag{2.3.17}$$

La différence de phase minimale détectable dépend de la profondeur de modulation m et du contraste C. Pour chaque valeur de contraste, il existe une valeur de m qui rend le rapport signal sur bruit maximum. Dans le cas idéal où $C = 1$, la valeur de m tend vers zéro et en développant les fonctions de Bessel, la différence de phase minimale tend vers :

$$\delta\phi_{shot\ noise} = \sqrt{\frac{2h\nu}{\eta P_0}}\ \frac{1}{\sqrt{\mathrm{Hz}}} \tag{2.3.18}$$

On retrouve la même limite que dans le cas d'une détection en continu.

La sensibilité de l'interféromètre pour détecter une différence de phase est la même dans les deux techniques de détection. Mais par rapport au cas d'une détection continue, la mesure dans la détection synchrone se fait à des fréquences où les fluctuations en fréquence du laser sont moins importantes et où le bruit électronique en 1/f est plus faible.

Pour le cas de la détection synchrone, nous allons étudier, au cours du paragraphe suivant, comment évolue le rapport signal sur bruit en sortie de l'interféromètre en fonction de la profondeur de modulation appliquée et du contraste de l'interféromètre.

2.3.3 Contraste et profondeur de modulation

D'après les équations (2.3.15) et (2.3.16), le rapport signal sur bruit est égal à :

$$\frac{I_{signal}}{I_{shot\ noise}} = \frac{\delta\phi}{\sqrt{\frac{2h\nu}{\eta P_0}}}\ \frac{C J_1(2m)}{\sqrt{1 - C J_0(2m)}} \tag{2.3.19}$$

Le rapport signal sur bruit en sortie de l'interféromètre dépend de la profondeur avec laquelle le faisceau est modulé et du contraste C de l'interféromètre. Ce rapport est représenté sur la figure (2.3.4), dans le cas où $\delta\phi = \delta\phi_{shot\ noise}$ en fonction de m et pour différents défauts de contraste (1-C). On constate tout d'abord que plus le contraste se dégrade, plus le rapport signal sur bruit se dégrade. Cette perte de rapport signal sur bruit peut être rattrapée (dans une certaine limite) en augmentant la profondeur de modulation. Mais si le contraste est trop mauvais, le niveau maximum du rapport signal sur bruit ne pourra être retrouvé.

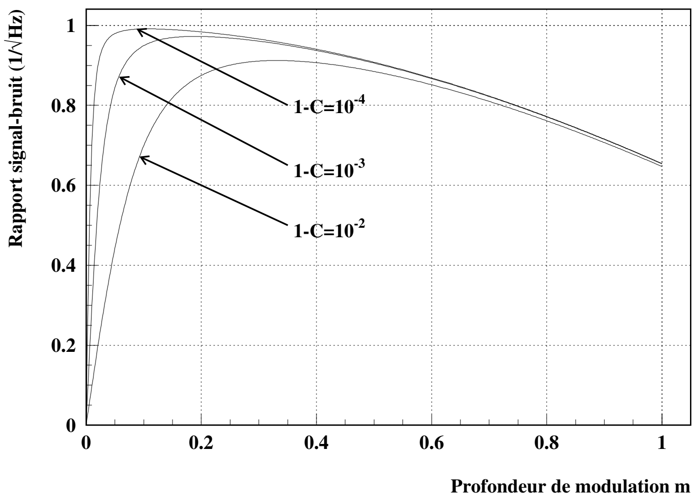

Figure 2.3.4: *Rapport signal sur bruit en fonction de la profondeur de modulation pour différents défauts de contraste (1-C). (Modulation interne)*

Ce graphe montre donc l'importance d'un bon contraste. Car dès que celui-ci se dégrade, le rapport signal sur bruit en sortie de l'interféromètre se dégrade aussi et la compensation apportée par l'augmentation de la profondeur de modulation n'est pas suffisante. (Remarquons qu'en pratique, la valeur de profondeur de modulation m applicable est de plus limitée par les contraintes physiques des éléments électro-optiques).

2.3.4 Limite quantique et "shot noise"

D'après l'équation (2.3.18) il est possible d'abaisser la limite $\delta\phi_{shot\ noise}$ simplement en augmentant la puissance P_0 incidente sur l'interféromètre. En contre partie, une augmentation de la puissance laser P_0 augmente le bruit produit par les fluctuations de la pression de radiation exercée sur les miroirs par les photons. Il existe une certaine puissance P_0 représentant le meilleur compromis entre ces deux effets. A cette puissance optimale, la quantité $\delta\phi$ est minimale et représente la limite quantique [3] :

$$\delta\phi_{\ L.Q.} = \frac{4\pi}{\lambda}\,\frac{1}{\eta^{1/4}}\,\sqrt{\frac{4h}{M\Omega^2}} \qquad (2.3.20)$$

h étant ici l'amplitude de l'onde gravitationnelle, M la masse du miroir et Ω la fréquence à laquelle la mesure est faite.

En pratique, les puissances laser disponibles actuellement sont nettement inférieures à la puissance optimale P_0 demandée pour atteindre la limite quantique. Par conséquent, la limite de sensibilité de l'interféromètre sera représentée par le bruit de photons donné par l'équation (2.3.18).

La différence de phase créée par une onde gravitationnelle incidente sur l'interféromètre doit donc, pour être mesurée, être supérieure à la différence de phase $\delta\phi_{shot\ noise}$ que peut détecter l'interféromètre. Cette condition montre que l'interféromètre ne sera sensible qu'à des ondes gravitationnelles ayant une amplitude supérieure à la limite donnée par :

$$h > \frac{\lambda}{4\pi}\,\frac{1}{L}\,\sqrt{\frac{2h\nu}{\eta P_0}} \tag{2.3.21}$$

De nombreux travaux ont cherché à augmenter cette sensibilité de détection. Les deux paragraphes suivants présentent deux techniques permettant d'améliorer cette sensibilité.

2.4 Cavités Fabry-Perot

L'inégalité (2.3.21) montre qu'une plus grande longueur L de bras augmente la sensibilité de l'interféromètre (la limite de l'amplitude de l'onde gravitationnelle détectable par l'interféromètre est plus petite).

Mais pour des raisons purement matérielles, la longueur des bras de l'interféromètre ne peut pas dépasser quelques kilomètres de long. Il faut donc trouver une méthode augmentant la longueur effective des bras sans pour cela augmenter la longueur physique de ceux-ci.

Cette méthode, proposée par R.W.P. Drever [14], consiste à introduire dans chaque bras de l'interféromètre une cavité optique Fabry-Perot (figure 2.4.5).

Si A_{inc} est l'amplitude du champ incident sur la cavité Fabry-Perot et A_{ref} l'amplitude du champ réfléchi par celle-ci, le calcul complet (voir annexe A) en régime quasi-stationnaire, donne le résultat :

$$A_{ref} = -\, e^{i\,\frac{2}{\pi}\mathcal{F}\,\frac{4\pi}{\lambda}\Delta L}\,A_{inc} \tag{2.4.22}$$

où $\mathcal{F}$ est la finesse de la cavité (définie dans l'annexe A) et ΔL la variation de longueur des cavités Fabry-Perot dans les bras de l'interféromètre.

Rappelons que la différence de phase à la sortie d'un interféromètre simple est égale à (d'après 2.1.2) : $\Delta\phi = \frac{4\pi}{\lambda}\,\Delta L$. La différence de phase, dans le cas d'un interféromètre avec cavités Fabry-Perot, est donc multiplié par un facteur $\left(\frac{2}{\pi}\mathcal{F}\right)$ positif, dépendant de la finesse de la cavité. Les cavités Fabry-Perot permettent ainsi d'augmenter la différence de

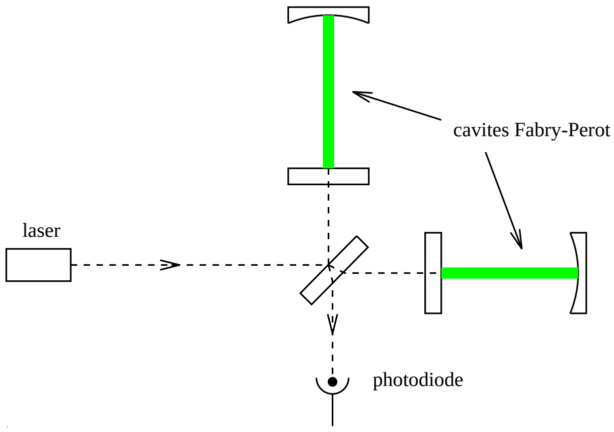

Figure 2.4.5: *Interféromètre avec cavités Fabry-Perot.*

phase entre les deux faisceaux; en d'autres termes, elles permettent d'augmenter la longueur effective des bras et par conséquent, d'augmenter la sensibilité de l'interféromètre.

Prenons par exemple un interféromètre ayant des cavités Fabry-Perot de finesse 50 dans chaque bras. La différence de phase est alors multipliée par environ un facteur 30 par rapport au cas d'un interféromètre simple.

Un photon, entrant dans une telle cavité, fait en moyenne $\left(\frac{2}{\pi}\mathcal{F}\right)$ réflexions avant de ressortir. La cavité stocke la lumière pendant un temps, appelé temps de stockage, proportionnel à sa finesse : $\mathcal{T}_s = \frac{2}{\pi}\ \mathcal{F}\ \frac{L}{c}$ (c étant la vitesse de la lumière). Une variation de longueur ΔL de la cavité va être intégrée sur ce temps de stockage et donc, en quelque sorte, moyennée. La différence de phase provoquée par une variation de longueur ΔL (qui pour une onde gravitationnelle est égale à $\Delta L = h\ L$) est donc modérée par un terme résultant de cette intégration :

$$\Delta\phi = \frac{2}{\pi}\ \mathcal{F}\ \frac{4\pi}{\lambda}\ \Delta L \times \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f \mathcal{T}_s)^2}} \tag{2.4.23}$$

où f est la fréquence à laquelle varie la longueur de la cavité au cours du temps.

Plus cette fréquence est haute, plus les variations sont moyennées. L'interféromètre est donc moins sensible à haute fréquence.

Si l'on reprend le cas d'un interféromètre ayant des bras de 3 km avec des cavités Fabry-Perot de finesse 50, le temps de stockage est égal à 0,3 ms et la fréquence de coupure de l'interféromètre vaut 500 Hz. La sensibilité de l'interféromètre diminue donc pour des fréquences supérieures à 500 Hz.

2.5 Cavité de recyclage

L'inégalité (2.3.21) montre qu'une autre méthode pour améliorer la sensibilité de l'interféromètre consiste à augmenter la puissance incidente P_0.

Lorsque l'interféromètre est maintenu dans la condition d'interférence destructive, pratiquement toute la lumière est réfléchie vers le laser. Cette lumière peut être réutilisée en la renvoyant en phase dans l'interféromètre grâce à un miroir placé devant le laser (figure 2.5.6.a). Cette technique, appelée recyclage de la lumière [14], permet d'augmenter la puissance incidente P_0 sur la lame séparatrice de l'interféromètre.

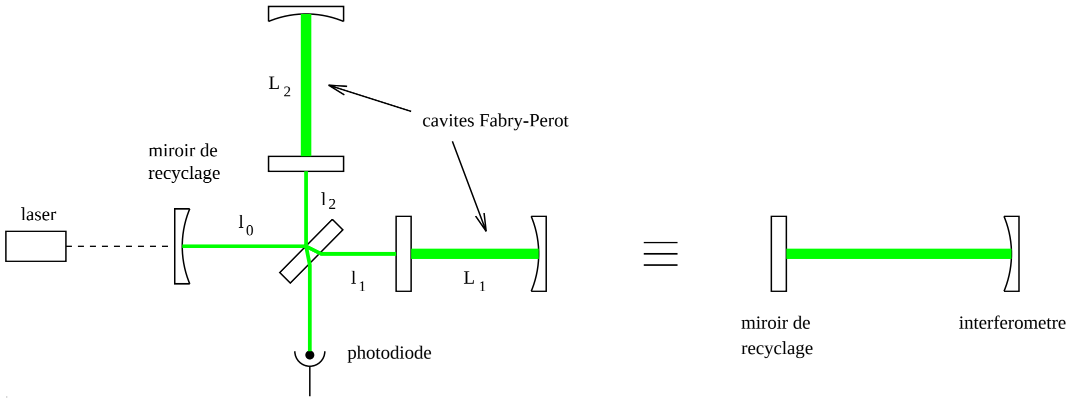

Figure 2.5.6: *Interféromètre avec cavités Fabry-Perot et recyclage de la lumière.*

On a ainsi formé une nouvelle cavité dont le miroir d'entrée est le miroir de recyclage et le miroir d'extrémité, l'interféromètre (figure 2.5.6.b). Le champ à l'intérieur de cette nouvelle cavité est égal, d'après l'annexe A, à :

$$A = \frac{t_r}{1 - r_r r_{ITF}\ e^{i\phi_{ITF}}}\ A_{inc} \tag{2.5.24}$$

où r_r et t_r sont les coefficients de réflexion et de transmission du miroir de recyclage, r_{ITF} est le coefficient de réflexion total de l'interféromètre et ϕ_{ITF} le déphasage subi par la lumière dans tout l'interféromètre. Le coefficient $1 - r_{ITF}^2 = p_{ITF}$ représente les pertes à l'intérieur de l'interféromètre.

A la résonance ($\phi_{ITF} = 2n\pi$), la puissance à l'intérieur de la cavité est maximum et vaut :

$$P = \frac{t_r^2}{(1 - r_r r_{ITF})^2} P_{inc} \tag{2.5.25}$$

Pour que toute cette puissance soit transmise vers l'interféromètre et ne soit pas réfléchie vers le laser d'entrée, il faut que le champ réfléchi par la cavité de recyclage soit nul. Cette condition donne une contrainte sur les différents coefficients de réflectivité :

$$r_r = (r_r^2 + t_r^2)\, r_{ITF} \tag{2.5.26}$$

En termes de pertes du miroir de recyclage p_r et des pertes totales de l'interféromètre p_{ITF}, on obtient la condition suivante pour t_r :

$$t_r^2 = p_r + p_{ITF} \tag{2.5.27}$$

Avec ces conditions, la puissance à l'intérieur de la cavité de recyclage se simplifie comme :

$$P = \frac{P_{inc}}{p_r + p_{ITF}} \tag{2.5.28}$$

Le coefficient de recyclage maximum réalisable ($R = \frac{1}{p_r + p_{ITF}}$) dépend donc des pertes totales à l'intérieur de l'interféromètre. Il est en fait fixé par ces pertes. En général, les pertes du miroir de recyclage sont supposées être inférieures aux pertes de l'interféromètre ($p_r \ll p_{ITF}$). Donc pour obtenir un grand facteur de recyclage, il faudra essayer de limiter le plus possible les pertes de l'interféromètre. Si l'on considère que les pertes de l'interféromètre ne dépasseront pas 2% alors le coefficient de recyclage pourra avoir une valeur optimale d'environ 50.

2.6 Sources de bruit

Nous avons expliqué dans les paragraphes précédents le principe de détection interférométrique. Pour pouvoir détecter l'effet d'une onde gravitationnelle, nous avons vu que les éléments de l'interféromètre devaient pouvoir être considérés comme des masses libres. La méthode pour obtenir des masses libres est d'utiliser des oscillateurs harmoniques (des pendules dans le cas de VIRGO). Mais des sources de bruit peuvent venir perturber la configuration donnant ces objets en chute libre. Ce paragraphe décrit brièvement ces bruits et leurs effets sur l'interféromètre ainsi que les moyens utilisés pour s'en affranchir le plus possible et ainsi ne pas détériorer la configuration de chute libre.

2.6.1 Le bruit sismique

Le bruit sismique est dû aux mouvements aléatoires du sol. Ces vibrations peuvent se transmettre aux miroirs de l'interféromètre produisant ainsi un déplacement $\tilde{x}_{miroir}$ de ceux-ci. Il ne sera alors possible de détecter une onde gravitationnelle d'amplitude h que si:

$$\frac{1}{2}\ h\ L > \tilde{x}_{miroir} \tag{2.6.29}$$

D'après cette expression, il suffirait d'augmenter la longueur des bras de l'interféromètre pour réduire l'effet des vibrations $\tilde{x}_{miroir}$ dues au bruit sismique. Mais, de nouveau, pour des questions de coût, il est difficile de pousser la longueur des bras de l'interféromètre à plus de quelques kilomètres. Il est donc nécessaire d'avoir un système très efficace d'atténuation sismique.

Supposons chaque miroir suspendu à un pendule de fréquence de résonance ω_0. Pour des fréquences ω nettement supérieures à cette fréquence de résonance, la fonction de transfert du pendule se comporte en $(-\frac{\omega_0^2}{\omega^2})$. Les vibrations sont alors atténuées d'un facteur $\frac{\omega_0^2}{\omega^2}$.

Un pendule se comporte comme un filtre passe-bas à deux pôles de même fréquence ω_0. Une méthode pour augmenter l'atténuation des vibrations consiste à mettre plusieurs pendules en cascade [15].

Une solution possible pour s'affranchir du bruit sismique est donc de suspendre chaque miroir de l'interféromètre à un système d'atténuateurs ayant des fréquences de résonance très inférieures aux fréquences des signaux que l'on veut détecter.

2.6.2 Le bruit thermique

Selon le théorème de fluctuation-dissipation [16], dès que dans un système mécanique sont présents des mécanismes de dissipation, il existe une sorte de mouvement brownien du système que l'on appelle "bruit thermique". Le miroir suspendu comme un pendule est en effet un oscillateur harmonique de pulsation $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$ (où g est la constante de gravitation terrestre et l la longueur du pendule) ayant un certain facteur de qualité Q dû à la dissipation de l'énergie à l'intérieur des fils de suspension. En tenant compte du fait que la fréquence de résonance ω_0 est au dessous de la bande de fréquences où l'on cherche à détecter les ondes gravitationnelles ($\omega_0 \ll \omega$), la densité spectrale de puissance du déplacement du miroir dû au bruit thermique est donnée par [17] :

$$\tilde{x}_{thermique}(\omega) = \frac{1}{\omega^2} \sqrt{\frac{4\ k_B\ T\ \omega_0}{mQ}} \tag{2.6.30}$$

où m est la masse du miroir, k_B la constante de Bolztmann et T la température.

Lorsque la pulsation ω augmente, l'effet du bruit thermique diminue. Il y aura alors un problème si l'on cherche à détecter des ondes gravitationnelles à basse fréquence. Le bruit thermique de la suspension est dominant dans cette zone de fréquences fixant ainsi la limite de VIRGO à ces fréquences.

L'effet du bruit thermique diminue aussi lorsque la masse m du miroir augmente ainsi que le facteur de qualité. On aura donc intérêt à travailler avec des miroirs massifs suspendus à des fils ayant un facteur de qualité le plus haut possible.

Il existe d'autres modes d'oscillation comme les modes transverses des fils suspendant le miroir (dits violons), ou les modes internes de vibration des miroirs [17], auxquels sont associés une dissipation et par suite un bruit thermique. Bien que moins important que le bruit thermique associé au pendule, ils peuvent aussi limiter la sensibilité du détecteur.

2.6.3 Fluctuation d'indice et bruit acoustique

Le nombre de molécules du gaz à travers lequel le faisceau laser se propage fluctue selon une loi poissonnienne. Ces fluctuations provoquent des variations d'indice de réfraction et par conséquent des variations de phase de la lumière. Seul un vide poussé sur le trajet du faisceau permettra de rendre négligeable ces fluctuations. Un vide de 10^{-7} à 10^{-8} mbar permet d'abaisser la limite de sensibilité due à ce bruit à un niveau inférieur à celui du bruit de photons.

Les sources de bruit sonore, quelles que soient leurs origines, produisent des ondes acoutisques qui se propagent et peuvent pertuber les composants de l'interféromètre. La solution pour s'en affranchir est également le vide car les ondes sonores ne peuvent alors se propager.

2.7 Conclusion

La réalisation d'un détecteur dont le but est de détecter un effet aussi petit que celui produit par une onde gravitationnelle demande que toutes ces sources de bruit soient étudiées en détail et que des solutions appropriées soient trouvées. Les solutions adoptées par la collaboration VIRGO seront décrites brièvement dans le prochain chapitre.

Chapitre 3

L'expérience VIRGO

Les détecteurs à barres actuellement en fonctionnement n'ayant rien détectés jusqu'à présent, il n'y a qu'une preuve indirecte de l'existence des ondes gravitationnelles grâce à l'observation du système de pulsars double PSR1913+16. La détection directe des ondes gravitationnelles s'avère aujourd'hui possible par méthode interférométrique.

Trois projets kilométrique d'interféromètres de Michelson sont actuellement en cours de construction : deux aux Etats-Unis (LIGO Laser Interferometer Gravitational-waves Observatory [10] [11]) et un en europe (VIRGO).

3.1 Description générale du détecteur VIRGO

L'expérience VIRGO [12] [13] est une collaboration franco-italienne engagée dans la construction d'un détecteur interférométrique ayant des bras de 3 km de long. Le site de ce détecteur est à Cascina, à une quinzaine de kilomètres de Pise (Italie) (figure 3.1.1).

Une des spécificités de VIRGO est sa très bonne isolation sismique qui doit permettre de commencer la bande en fréquence de détection de l'interféromètre dès 10 Hz. Cette bande en fréquence s'étend de 10 Hz à 10 kHz. La sensibilité en $\tilde{h}$[1] escomptée par VIRGO est de l'ordre de 10^{-21} $/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ à 10 Hz et proche de 3×10^{-23} $/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ pour des fréquences autour de 100 Hz.

3.1.1 Configuration optique de l'interféromètre

La figure (3.1.2) décrit schématiquement les principaux éléments de l'expérience.

VIRGO utilisera comme source de lumière un laser NdYAG (λ=1.064 μm), monomode longitudinal et transverse, de polarisation S, de puissance continue 20 W.

[1] $\tilde{h}$ est la densité spectrale du bruit exprimée en unité d'onde gravitationnelle.

Figure 3.1.1: *Image de synthèse du site VIRGO.*

Chaque bras de l'interféromètre sera constitué d'une cavité Fabry-Perot de finesse 50. Ces cavités permettront d'augmenter la longueur du chemin optique de 3 km à environ 100 km.

Un miroir placé entre le laser et la lame séparatrice permettra de former une cavité de recyclage de longueur $l_r = l_0 + \frac{l_1+l_2}{2} = 12$ m, renvoyant la lumière vers l'interféromètre. Avec une puissance incidente de 20 W et une finesse des cavités Fabry-Perot de 50, la sensibilité de l'interféromètre sans cette cavité de recyclage atteindrait à 100 Hz une valeur insuffisante par rapport à la sensibilité voulue : $\tilde{h} = 1,3 \times 10^{-22}\ /\sqrt{\mathrm{Hz}}$. Donc pour obtenir la sensibilité désirée, il sera nécessaire d'augmenter la puissance incidente P_0 jusqu'à une valeur de 1 kW en utilisant la technique du recyclage de la lumière. Pour atteindre 1 kW de puissance incidente sur la lame séparatrice, le facteur de recyclage en puissance devra être égal à 50. Dans cette condition, la puissance stockée dans chaque cavité Fabry-Perot sera d'environ 15 kW.

3.1.2 Les miroirs

Pour pouvoir atteindre un facteur de recyclage de 50, les pertes de l'interféromètre ne devront pas dépasser quelques pourcents. Ces pertes dépendent principalement des

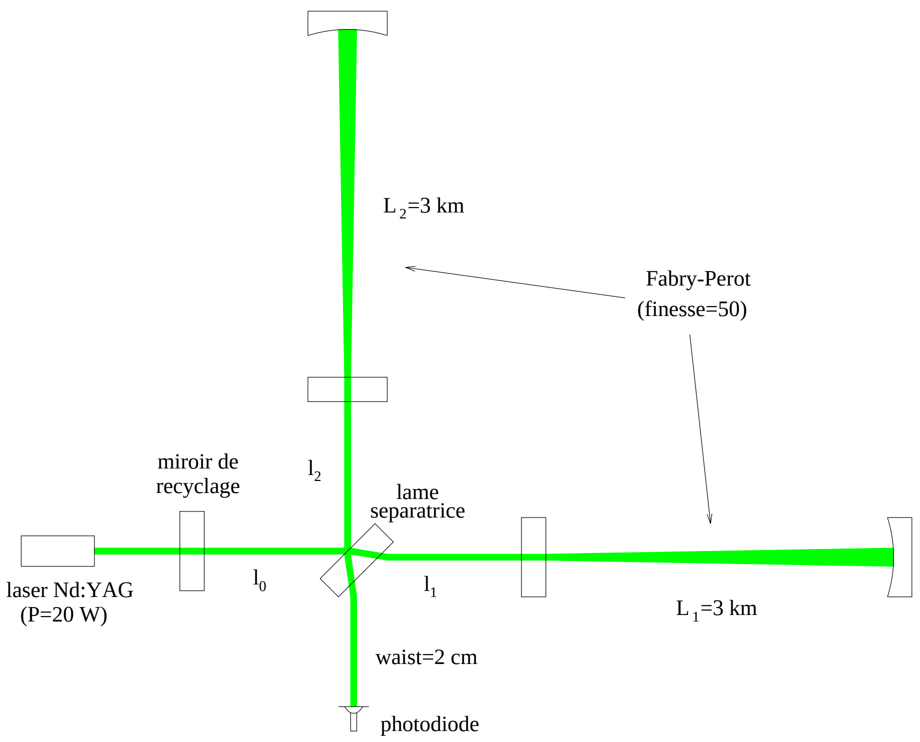

Figure 3.1.2: *Représentation schématique de l'interféromètre VIRGO.*

défauts des éléments optique. Pour essayer de limiter les pertes à quelques pourcents, il est nécessaire que la planéité des miroirs formant les cavités Fabry-Perot soit assurée avec une précision d'environ $\lambda/100$. De plus, il est nécessaire d'avoir un matériau constituant les miroirs de très bonne qualité optique. En effet, le faisceau incident sur chacune des cavités doit traverser le miroir d'entrée. Un matériau de qualité moyenne risque de provoquer une déformation du front d'onde du faisceau et d'absorber de la lumière. Cette absorption, pouvant échauffer le miroir, peut être la cause d'une déformation thermique de celui-ci, et donner également lieu à des déformations du front d'onde. Ces déformations peuvent avoir comme conséquence de diminuer le contraste. Pour cette raison, tous les miroirs de VIRGO seront fait de silice très homogène et peu absorbante [17]. Pour la même raison, des traitements de surface très performants ont été développés pour limiter les pertes par absorption et par diffusion à quelques ppm.

3.1.3 Profil du faisceau

Le faisceau traverse plusieurs miroirs dans la partie centrale de l'interféromètre (miroir de recyclage, miroirs d'entrée des cavités Fabry-Perot et lame séparatrice). Il est important de maintenir le diamètre du faisceau petit dans cette région afin de simplifier les optiques. Pour cette raison, on utilise des cavités Fabry-Perot plan-concave [20] ayant ainsi le waist[2] au niveau des miroirs d'entrées. Les miroirs de sortie auront un rayon de courbure de 3450 m de façon à limiter les dimensions du faisceau sur ces miroirs et à éviter la dégénérescence des cavités Fabry-Perot. Dans ces conditions, le faisceau a un waist de 2 cm et son rayon au niveau des miroirs de sortie est de 5 cm.

3.1.4 Isolation sismique

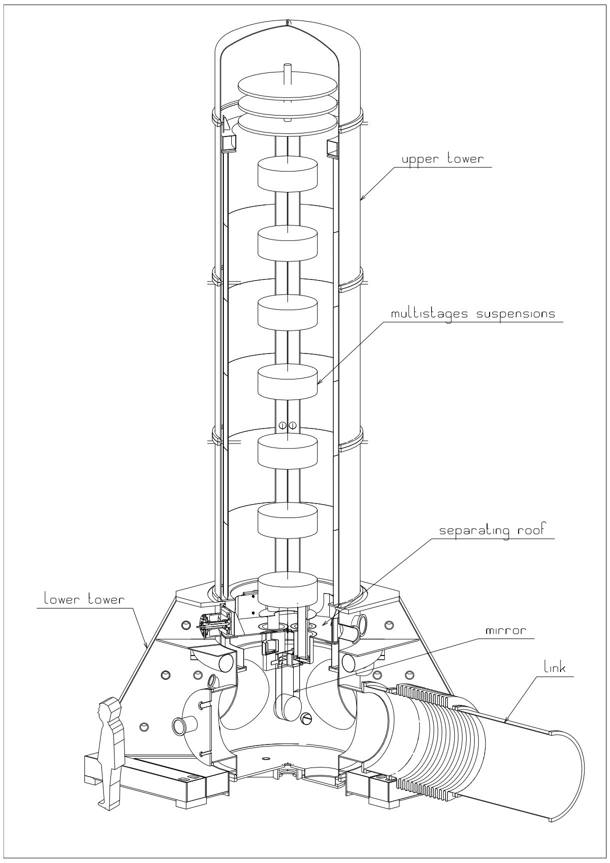

Figure 3.1.3: *Système d'isolation sismique des miroirs de l'interféromètre constitué de sept atténuateurs.*

Chaque miroir de VIRGO sera suspendu à une cascade de sept atténuateurs (voir figure 3.1.3) tels que les fluctuations sismiques pouvant être transmises aux miroirs soient

[2]Le waist ou col d'un faisceau est égal au rayon de celui-ci lorsqu'il a sa plus petite taille.

réduites d'un facteur supérieur à 10^9 à 10 Hz. Dans ces conditions, le bruit sismique devient négligeable à partir de quelques hertz.

3.1.5 Bruit thermique

Pour diminuer l'effet du bruit thermique, les miroirs doivent être massifs. Tous les miroirs de chaque cavité Fabry-Perot auront un diamètre de 35 cm. L'épaisseur des miroirs d'extrémité sera de 20 cm pour une masse totale d'environ 40 kg alors que l'épaisseur des miroirs d'entrée sera limité à cause de l'absorption de la lumière à environ 10 cm (m = 20 kg). Tous les miroirs sont suspendus. Le système de suspension c'est-à-dire les fils eux-mêmes ainsi que les différents points d'ancrage devront garder un grand facteur de qualité pour ne pas augmenter l'effet du bruit thermique pendulaire.

En ce qui concerne le bruit thermique interne au miroir, l'utilisation de la silice fondue garantit un facteur de qualité de l'ordre de 10^6 ce qui permet d'atteindre la sensibilité requise pour VIRGO.

3.1.6 Bruit en fréquence du laser

Le temps de stockage dans chacune des cavités Fabry-Perot des deux bras de l'interféromètre n'est jamais exactement le même. Cette différence rend la sortie de l'interféromètre sensible aux fluctuations en fréquence du laser. Pour que la différence de phase induite par une onde gravitationnelle reste supérieure à la différence de phase provoquée par l'asymétrie des temps de stockage dans les cavités, il est nécessaire d'avoir une stabilisation en fréquence de l'ordre de 10^{-6} Hz/$\sqrt{\text{Hz}}$ dans la bande de fréquences où l'on cherche à détecter les ondes gravitationnelles (on a supposé un degré d'asymétrie entre les temps de stockage $\frac{\Delta T_s}{T_s}$ de 1 %).

3.1.7 Système à vide

Les autres bruits tels que les fluctuations d'indice, le bruit acoustique ou même la diffusion de la lumière par l'air peuvent créér des fluctuations du faisceau. Pour que ces perturbations ne risquent pas de limiter la sensibilité de VIRGO, l'ensemble de l'interféromètre sera maintenu dans un vide poussé de 10^{-8} mbar à l'intérieur de longs tubes d'acier de 1,20 m de diamètre et de tours (voir figure 3.1.4).

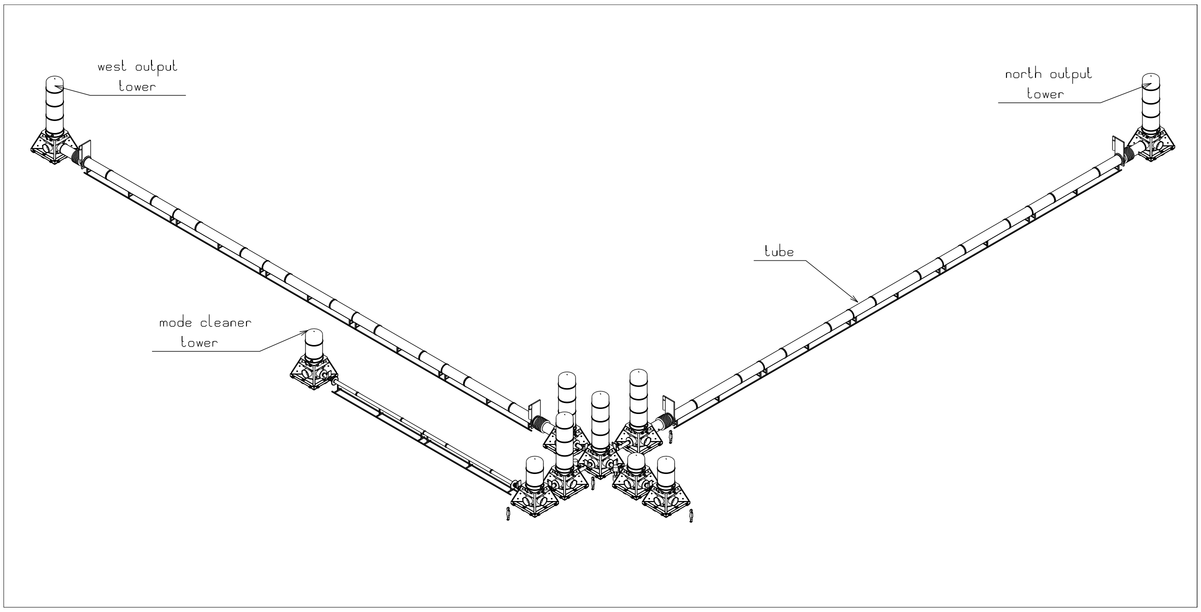

Figure 3.1.4: *Système d'enceintes à vide de l'expérience VIRGO.*

3.1.8 Sensibilité

Les contributions prévisibles des différents bruits à la sensibilité de VIRGO sont reportées sur la figure (3.1.5) en fonction de la fréquence.

A basse fréquence et jusqu'à environ 100 Hz, la sensibilité de l'interféromètre est limitée par le bruit thermique de la suspension. Dans la région de 100 à 200 Hz, c'est le bruit thermique du miroir lui-même qui limite la sensibilité. Puis, au-dessus de quelques centaines de hertz, la sensibilité de VIRGO sera limitée par le "shot noise". L'allure croissante de la limitation donnée par le "shot noise" n'est pas due à une augmentation de ce bruit (qui est un bruit "blanc") mais à une diminution de la sensibilité de l'interféromètre (car les fréquences sont alors comparables au temps de stockage du signal).

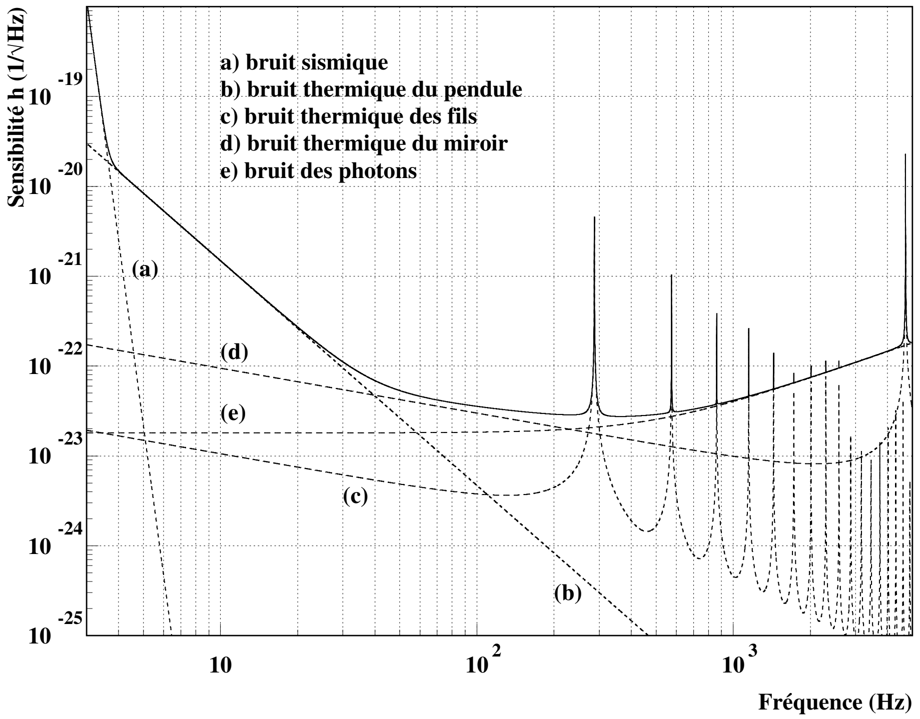

Figure 3.1.5: *Sensibilité de l'expérience VIRGO.*

3.2 Principe de détection du signal

Le principe de détection envisagé pour VIRGO utilise la technique de modulation-démodulation synchrone. Avec cette technique, le faisceau sortant de l'interféromètre est modulé en phase à la fréquence de modulation qui, pour VIRGO est de l'ordre de quelques megahertz. Le photodétecteur devant mesurer ce faisceau devra donc être capable de fonctionner à de telles fréquences.

La technique de modulation interne expliquée dans le deuxième chapitre présente différents problèmes dans le cas de l'expérience VIRGO. Les modulateurs placés dans les bras de l'interféromètre seraient soumis à une puissance égale à 500 W. Il est très difficile de réaliser de tels modulateurs sans introduire de déformations du front d'onde provoquant alors une baisse du contraste en sortie de l'interféromètre. Enfin l'absorption inévitable de lumière par les modulateurs diminue également la puissance réfléchie par l'interféromètre et par suite celle recyclée par le miroir de recyclage.

A cause de ces différents inconvénients, la collaboration VIRGO a adopté un autre schéma de modulation proposé par L. Schupp [18]: celui d'une modulation frontale.

3.2.1 Modulation frontale

La modulation frontale consiste à placer un élément électro-optique (cellule de Pockels) avant le miroir de recyclage modulant en phase le faisceau incident et d'introduire une asymétrie dans la longueur des bras. La différence de phase induite par une onde gravitationnelle sera détectée à la sortie de l'interféromètre par le signal démodulé à la fréquence de modulation.

Etudions dans un premier temps, le cas d'un interféromètre simple sans cavités Fabry-Perot dans ses bras, ni cavité de recyclage (figure 3.2.6).

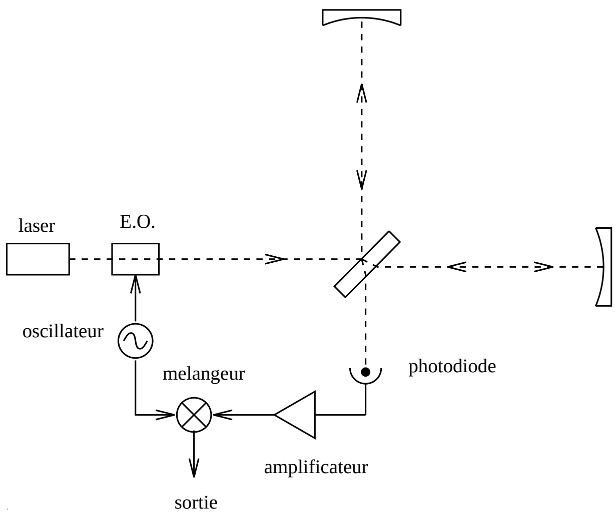

Figure 3.2.6: *Interféromètre de Michelson avec modulation frontale.*

Si le champ à l'entrée de l'interféromètre s'exprime comme $A_0 e^{i\omega_0 t}$, le champ en sortie de l'interféromètre a l'expression suivante:

$$A_{sortie} = A_0 e^{i\omega_0 t} t_s r_s r \times \left[e^{i\phi_1} \; e^{im\sin(\Omega(t-T_1))} + e^{i\phi_2} \; e^{im\sin(\Omega(t-T_2))} \right] \tag{3.2.1}$$

où t_s et r_s sont les coefficients de transmission et de réflexion de la lame séparatrice (en amplitude) et r le coefficient de réflexion des miroirs (supposés identiques). ϕ_1 et ϕ_2 sont les déphasages subis par la lumière dans chacun des bras. m et $\frac{\Omega}{2\pi}$ sont respectivement la profondeur et la fréquence de modulation. T_1 et T_2 sont les temps respectifs que met la lumière à parcourir les bras 1 et 2 de l'interféromètre, du modulateur jusqu'à la photodiode. Si la lumière met exactement le même temps pour parcourir le bras 1 et le bras 2, on aura une puissance continue à la sortie de l'interféromètre, pas de signal à la fréquence de modulation et, par conséquent, pas de signal d'onde gravitationnelle à Ω. Il faut que les longueurs des deux bras soient différentes pour que la technique de modulation dans cette configuration donne un signal à la fréquence de modulation en sortie de l'interféromètre. Si la longueur des bras n'est pas symétrique, la puissance arrivant sur la photodiode est donnée par:

$$P_{sortie} = \frac{P_0}{2} \left[1 + C \cos \left(\Delta\phi + 2\, m \sin\left(\frac{\Omega\ \Delta T}{2}\right) \sin(\Omega t - \varphi)\right]\right. \qquad (3.2.2)$$

avec $\Delta T = T_1 - T_2$ et φ une phase non influente (dépendant de la distance exacte entre le modulateur et le photodétecteur).

L'expression de cette puissance de sortie devient équivalente à la puissance de sortie de l'interféromètre dans le cas d'une modulation interne lorsque l'asymétrie entre les bras vérifie :

$$\Omega\ \Delta T = (2n+1)\ \pi \quad \text{ou} \quad \Delta d = \frac{\lambda_{mod}}{4} \qquad (3.2.3)$$

λ_{mod} étant la longueur d'onde du signal de modulation. La modulation frontale nécessite donc une asymétrie entre la longueur des bras de l'interféromètre de Δd.

Cette méthode peut être considérée d'une autre manière. Lorsque l'on module la lumière en phase, on génère une série infinie de bandes latérales aux fréquences $\omega_0 \pm \Omega$, $\omega_0 \pm 2\Omega$, $\omega_0 \pm 3\Omega$ ... L'amplitude de ces bandes est fonction, par l'intermédiaire des fonctions de Bessel, de la profondeur de modulation m. Pour m petit, on peut se limiter à ne considérer que la porteuse ω_0 et les deux premières bandes latérales $\omega_0 \pm \Omega$:

$$A_0\ e^{i\omega_0 t}\ e^{im\sin(\Omega t)} \approx A_0\ [J_0(m)e^{i\omega_0 t} + J_1(m)e^{i(\omega_0+\Omega)t} - J_1(m)e^{i(\omega_0-\Omega)t}] \qquad (3.2.4)$$

Lorsque l'interféromètre est en position d'interférence destructive, il est sur la frange noire pour la porteuse. Supposons que les bandes latérales le soient aussi. Si une onde gravitationnelle arrive sur un tel interféromètre, elle créé un déphasage et une partie de la porteuse et des bandes latérales est alors transmise vers la photodiode de détection. Mais, la porteuse et les bandes latérales ayant subi le même déphasage, on ne pourra tirer de leur interférence le signal reflétant l'effet de l'onde gravitationnelle. Il ne faut donc pas que les bandes latérales soient sur la frange noire lorsque la porteuse l'est. Pour cela, il suffit de modifier la symétrie de longueur des bras.

D'après 3.2.3, la transmission des bandes latérales en sortie de l'interféromètre est maximum quand $\Delta d = \frac{\lambda_{mod}}{4}$. Une modulation à une fréquence de 10 MHz implique, dans la configuration d'un interféromètre simple, une asymétrie de longueur entre les bras de 7,5 m. Ce résultat n'est pas le même si on considère le cas d'un interféromètre avec recyclage, comme nous allons le voir dans la section suivante.

3.2.2 Modulation frontale dans le cas de VIRGO

Replaçons nous maintenant dans le cas de l'interféromètre VIRGO (avec miroir de recyclage et cavités Fabry-Perot dans les bras). La porteuse, maintenue en résonance dans les cavités Fabry-Perot des deux bras, est maintenue en interférence destructive à la sortie de l'interféromètre. Elle est alors renvoyée vers le laser et recyclée par le miroir de recyclage.

Les bandes latérales, quant à elles, ne doivent pas, pour la même raison que dans le cas d'un interféromètre simple, être résonnantes dans les cavités Fabry-Perot. Afin qu'elles parviennent à la sortie de l'interféromètre, il est nécessaire qu'elles soient transmises par la cavité de recyclage, autrement dit, qu'elles soient résonnantes dans cette cavité. La fréquence de modulation devra donc être choisie telle que cette condition soit vérifiée.

L'amplitude du champ de chacune des deux bandes latérales dans la cavité de recyclage est donnée, d'après l'expression (2.5.24) du chapitre 2 par :

$$A_{rec}(\omega_0 \pm \Omega) = \frac{t_r}{1 - r_r r_{ITF}(\omega_0 \pm \Omega)\ e^{i\phi_{ITF}(\omega_0 \pm \Omega)}}\ A_{inc}(\omega_0 \pm \Omega) \tag{3.2.5}$$

Le déphasage que subissent les bandes latérales lors de leur propagation dans l'interféromètre est égal à :

$$\phi_{ITF}(\omega_0 \pm \Omega) = \phi_{FP}(\omega_0 \pm \Omega) + 2\ \frac{(\omega_0 \pm \Omega)}{c}\ l_r + \pi \tag{3.2.6}$$

où $\phi_{FP}(\omega_0 \pm \Omega)$ est le déphasage des bandes latérales donné par les cavités Fabry-Perot et l_r la longueur de la cavité de recyclage $\left(l_r = l_0 + \frac{l_1+l_2}{2}\right)$.

La porteuse étant résonnante dans la cavité de recyclage, on a : $2\ \frac{\omega_0}{c}\ l_r = 2n\pi$ (n entier). L'expression du déphasage des bandes latérales se simplifie donc :

$$\phi_{ITF}(\omega_0 \pm \Omega) = \phi_{FP}(\omega_0 \pm \Omega) + 2\ \frac{\Omega}{c}\ l_r + \pi \pmod{2\pi} \tag{3.2.7}$$

Les bandes latérales sont en résonance dans la cavité de recyclage lorsqu'elles reviennent en phase avec elles-mêmes après un aller retour c'est-à-dire : $\phi_{ITF}(\omega_0 \pm \Omega) = 2n\pi$. On a alors l'égalité suivante :

$$\phi_{FP}(\omega_0 \pm \Omega) + 2\ \frac{\Omega}{c}\ l_r = \pi \pmod{2\pi} \tag{3.2.8}$$

Il existe des fréquences solutions de cette équation tous les 50 kHz. En effet, l'intervalle spectral libre des cavités Fabry-Perot étant égal à 50 kHz, lorsque la fréquence $\Omega/2\pi$ varie de 50 kHz, la fonction $\phi_{FP}(\omega_0 \pm \Omega)$ varie de 2π . Par conséquent, il existe une fréquence tous les 50 kHz pour laquelle les bandes latérales sont résonnantes dans la cavité de recyclage.

Parmi toutes ces solutions, il y a des fréquences pour lesquelles les bandes latérales sont également résonnantes dans les cavités Fabry-Perot. Mais si on pose la condition que les bandes latérales ne doivent pas être résonnantes dans ces cavités alors le nombre de solutions de (3.2.8) se limite aux résonances autour des fréquences 6,25 MHz, 18,5 MHz ou 31,25 MHz etc... La fréquence de modulation que peut choisir l'expérience VIRGO se limite donc à des valeurs bien définies.

3.2.3 Asymétrie des bras

Le terme $r_{ITF}(\omega_0 \pm \Omega)$ dans l'expression (3.2.5) représente la réflectivité de l'interféromètre pour les bandes latérales. Cette réflectivité est la fraction de bandes latérales renvoyée en direction du laser. Elle dépend du cosinus du déphasage entre les bras et de la réflectivité des cavités Fabry-Perot[3] :

$$r_{ITF}(\omega_0 \pm \Omega) = r_{FP}(\omega_0 \pm \Omega) \times \cos\left(\frac{\Omega\ \Delta d}{c}\right) \tag{3.2.9}$$

Dans le cas où la fréquence vérifie la relation (3.2.8) (les bandes latérales sont en résonance dans la cavité de recyclage), l'amplitude des bandes latérales à l'intérieur de la cavité de recyclage s'écrit comme :

$$A_{rec}(\omega_0 \pm \Omega) = \frac{t_r}{1 - r_r r_{FP}(\omega_0 \pm \Omega)\ \cos\left(\frac{\Omega\ \Delta d}{c}\right)}\ A_{inc}(\omega_0 \pm \Omega) \tag{3.2.10}$$

à un facteur de phase près (ce facteur n'est pas influent).

L'amplitude des bandes latérales transmise à la sortie de l'interféromètre est donnée par :

$$A_t(\omega_0 \pm \Omega) = r_{FP}(\omega_0 \pm \Omega)\ \sin\left(\frac{\Omega \Delta d}{c}\right)\ A_{rec}(\omega_0 \pm \Omega) \tag{3.2.11}$$

L'amplitude transmise devient donc :

$$A_t(\omega_0 \pm \Omega) = \frac{t_r\ r_{FP}(\omega_0 \pm \Omega)\ \sin\left(\frac{\Omega\Delta d}{c}\right)}{1 - r_r r_{FP}(\omega_0 \pm \Omega)\ \cos\left(\frac{\Omega\Delta d}{c}\right)}\ A_{inc}(\omega_0 \pm \Omega) \tag{3.2.12}$$

[3]On néglige ici les pertes sur la lame séparatrice ainsi que les éventuelles asymétries de réflectivité des cavités Fabry-Perot entre les bras.

L'amplitude transmise des bandes latérales à la sortie de l'interféromètre dépend de la différence de longueur Δd entre les bras de l'interféromètre. Pour une fréquence de modulation Ω donnée, il existe une valeur Δd qui maximise la transmission des bandes latérales à la sortie de l'interféromètre telle que:

$$\cos\left(\frac{\Omega\ \Delta d}{c}\right) = r_r\ r_{FP}(\omega_0 \pm \Omega) \tag{3.2.13}$$

La différence de longueur Δd optimale dépend des réflectivités $r_{FP}(\omega_0 \pm \Omega)$ et r_r.

Si d'un côté, on s'attend à ce que $r_{FP}(\omega_0 \pm \Omega)$ soit très proche de 1 (les bandes latérales ne résonnent pas dans les cavités Fabry-Perot), la valeur exacte de r_r est actuellement inconnue. Dans le chapitre précédent nous avons vu que la valeur de réflectivité optimale r_r dépendait des pertes de l'interféromètre. Mais ces pertes ne sont pas connues aujourd'hui car elles dépendent des qualités de miroirs qui pourront être obtenues.

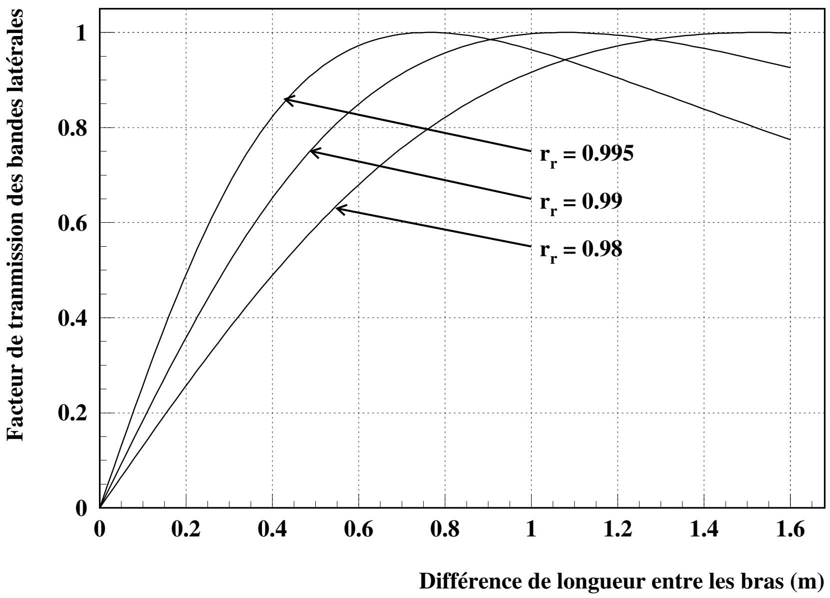

Figure 3.2.7: *Facteur de transmission des bandes latérales à la sortie de l'interféromètre en fonction de l'asymétrie des bras* $\Delta l = l_1 - l_2$ *pour différentes valeurs de la réflectivité* r_r *c'est-à-dire pour différentes valeurs de pertes.*

Sur la figure (3.2.7) est représentée l'amplitude des bandes latérales transmises en sortie en fonction de l'asymétrie des bras pour différentes valeurs de pertes et donc différentes valeurs de réflectivité r_r. On voit que la dépendance n'est pas très forte. L'asymétrie actuellement prévue pour VIRGO peut varier de 0 à 1.6 m. Dans ces conditions, une transmission de 90 % peut être assurée quelles que soient les pertes envisageables aujourd'hui.

3.2.4 Contraste et rapport signal sur bruit

Lorsque l'interféromètre est maintenu sur la frange noire, le signal à la fréquence de modulation (c'est-à-dire le signal porteur de l'effet d'une onde gravitationnelle) à la sortie de l'interféromètre est donné par l'expression suivante (voir annexe B) :

$$S = 2\ |A_{rec}|\ A_{\pm}\ \Delta\phi \tag{3.2.14}$$

où A_+ (et A_-) sont les amplitudes complexes des deux bandes latérales transmises à la sortie de l'interféromètre, A_{rec} l'amplitude de la porteuse à l'intérieur de la cavité de recyclage et $\Delta\phi$ la différence de phase induite par une onde gravitationnelle ($\Delta\phi = \frac{2\mathcal{F}}{\pi}\ \frac{4\pi}{\lambda}\ \Delta L$).

Un déplacement ΔL des miroirs créé un signal à la fréquence de modulation que l'on peut exprimer en terme de variation de puissance par déplacement de miroirs comme la fonction de réponse :

$$F_{réponse} = 2\ P_{laser} \times \sqrt{R}\ J_0(m) \times \sqrt{T}\ J_1(m) \times \frac{2\mathcal{F}}{\pi}\ \frac{4\pi}{\lambda} \quad \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}} \tag{3.2.15}$$

où R est le facteur de recyclage et T le coefficient de transmission des bandes latérales (donné pour les deux, en puissance).

Pour un coefficient de recyclage de 50 et un coefficient de transmission des bandes latérales de 0,9 en puissance, le graphe (3.2.8) montre la fonction de réponse de l'interféromètre en W/m en fonction de la profondeur de modulation m. Par exemple, pour $m = 0.3$, un déplacement des miroirs de $\Delta L = 10^{-12}$ produira une variation de puissance à la fréquence de modulation en sortie de l'interféromètre de 14 mW.

La grandeur de cette fonction de réponse dépend de la profondeur de modulation utilisée. Mais cette valeur reste encore à définir. Comme dans la modulation interne (paragraphe 2.3), il existe une profondeur de modulation m rendant maximal le rapport signal sur bruit (le bruit étant le shot noise). Cette valeur optimisée varie en fonction du contraste estimé à la sortie de l'interféromètre. La figure (3.2.9) donne le rapport signal sur bruit en sortie de l'interféromètre en fonction de m pour différentes valeurs du défaut de contraste (avec R=50 et T=0.9).

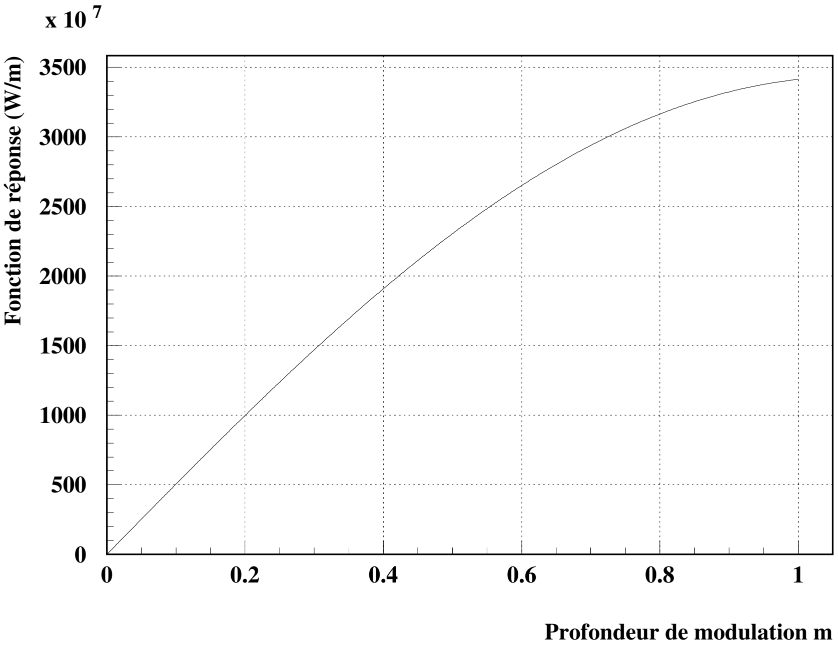

Figure 3.2.8: *Fonction de réponse de l'interféromètre en fonction de la profondeur de modulation. La fonction de réponse représente la variation de puissance du signal démodulé en sortie de l'interféromètre lorsque la position des miroirs varie de ΔL.*

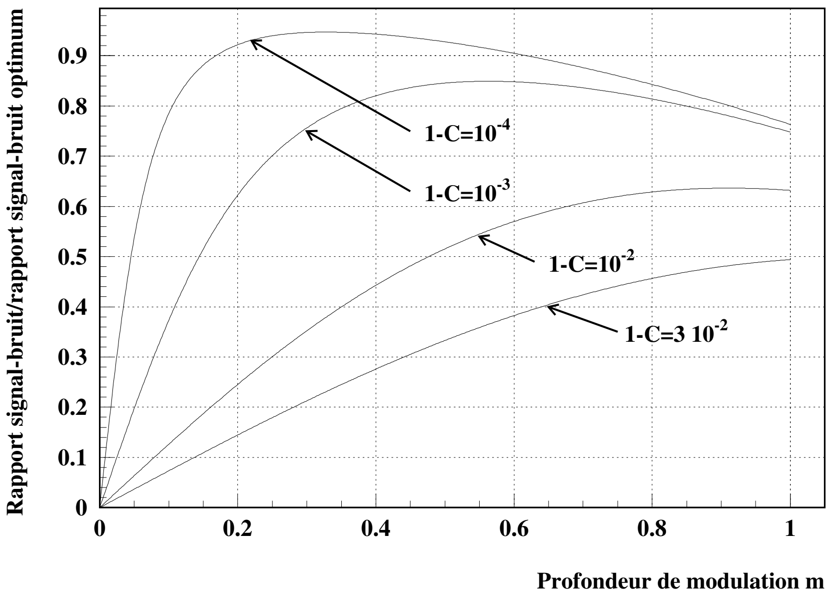

Figure 3.2.9: *Rapport signal sur bruit à la sortie de l'interféromètre en fonction de la profondeur de modulation m et pour différents défauts de contraste (1-C). (Modulation frontale)*

On constate que plus le contraste se dégrade, plus la valeur de m doit être élevée pour optimiser le rapport signal sur bruit. Par exemple, pour un défaut de contraste de 10^{-4}, un profondeur de modulation égale à 0.3 suffit pour atteindre le maximum de rapport signal sur bruit alors que, pour un défaut de contraste de 10^{-2}, il faut une valeur de m au moins égale à 1.

De plus, le rapport signal sur bruit baisse au fur et à mesure que le contraste diminue. Même si l'on augmente la profondeur de modulation pour essayer de contre-balancer cette baisse, le maximum du rapport signal sur bruit ne pourra atteindre qu'une valeur optimum fixée par le contraste. On voit sur le graphe (3.2.9) que même si on se place à la profondeur de modulation optimale, on a une perte du rapport signal sur bruit lorsque le contraste se dégrade. On constate ici l'importance d'un bon contraste pour la détection du signal à la sortie de l'interféromètre.

La dégradation du contraste s'accompagne d'un autre phénomène. Celui de l'augmentation de la puissance à la sortie de l'interféromètre.

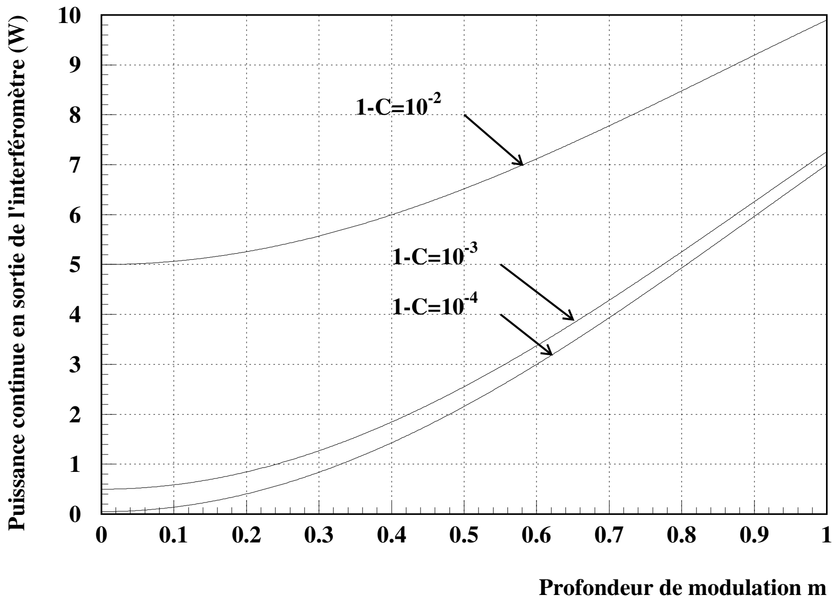

Figure 3.2.10: *Puissance continue en sortie de l'interféromètre en fonction de m pour différentes valeurs du défaut de contraste et pour une puissance incidente de 20 W.*

Sur la figure (3.2.10) est représentée la puissance continue en sortie de l'interféromètre en fonction de la profondeur de modulation pour différentes valeurs du défaut de contraste.

Si on prend l'exemple où le signal n'est pas modulé ($m = 0$), la puissance continue passe d'une très faible valeur (50 mW) dans le cas d'un défaut de contraste de 10^{-4} à une valeur conséquente (5 W) dans le cas d'un défaut de contraste de 10^{-2}. L'autre importance d'avoir un bon contraste est de diminuer la puissance de la lumière arrivant sur le système de détection.

Ce chapitre a permis d'étudier l'évolution de la puissance en sortie de l'interféromètre et du rapport signal sur bruit en fonction de différents paramètres tels que l'asymétrie des bras, la profondeur de modulation ou le contraste. Ces divers comportements vont permettre à présent de concevoir la partie détection de l'expérience VIRGO, appelée communément "le banc de détection". La détection du signal doit être faite sans dégrader le rapport signal sur bruit. Cette détection doit, au contraire, essayer d'améliorer ce rapport.

Les principales caractéristiques du banc de détection sont récapitulées dans le prochain chapitre.

Chapitre 4

Le banc de détection

Le banc de détection est le système composé par l'optique, les photodétecteurs et l'électronique nécessaire pour la détection du signal à la sortie de l'interféromètre. Comme tous les autres éléments de l'interféromètre, le banc de détection est suspendu et maintenu sous vide de façon à protéger les éléments les plus sensibles des vibrations sismiques et acoustiques. La fonction principale du banc de détection est de mesurer la quantité de lumière à la sortie de l'interféromètre et de convertir cette information en un signal électronique. Cela doit être fait en essayant de maximiser le rapport signal sur bruit. Le banc de détection aura donc trois fonctions principales :

- améliorer le contraste (rôle du mode cleaner)
- détecter le signal (rôle des photodiodes)
- adapter le faisceau aux optiques (rôle du télescope)

Ce chapitre récapitule les diverses fonctions du banc en expliquant les buts qu'elles doivent atteindre et les contraintes auxquelles elle doivent obéir.

4.1 Amélioration du contraste

Dans le chapitre précédent, nous avons vu qu'une amélioration du contraste et donc une diminution de la puissance transmise vers la sortie de l'interféromètre, augmente le rapport signal sur bruit.

Lorsque l'interféromètre est en interférence destructive, la puissance transmise à la sortie de l'interféromètre est donnée par :

$$P_t = P_{rec} \frac{(1 - C)}{2} \tag{4.1.1}$$

où P_{rec} est la puissance incidente sur la lame séparatrice (P_{rec}= 1 kW).

Pour un défaut de contraste de 10^{-2}, la puissance transmise en sortie de l'interféromètre atteint 5 W. Il suffit d'un contraste un peu plus mauvais (1-C $\sim 3 \times 10^{-2}$) pour que cette puissance atteigne 15 W, puissance pratiquement égale à celle fournie par le laser. Dans ce cas, le rapport signal sur bruit baisse d'environ 50% par rapport au cas d'un contraste parfait.

Etant donné que les miroirs de VIRGO n'ont pas encore été construits, il est impossible de prévoir aujourd'hui la valeur exacte du contraste et donc la valeur de la puissance transmise. On ne peut que donner des estimations.

Qualitativement, on suppose que, à cause des défauts des surfaces réfléchissantes, une partie de la lumière est diffusée sur des modes d'ordre supérieur par les miroirs des cavités. La lumière diffusée par un bras se recombine avec celle provenant de l'autre bras sur la lame séparatrice et une partie est transmise vers la sortie. De plus, même la partie transmise vers le miroir de recyclage sera réfléchie par celui-ci vers l'interféromètre. Il est tout à fait vraisemblable de prévoir que petit à petit toute cette lumière sera transmise à la sortie de l'interféromètre. Si on appelle p_{diff} le pourcentage de lumière réfléchi par les cavités Fabry-Perot sur d'autres modes, on aura alors :

$$P_{sortie} = p_{diff} \times P_{rec} \tag{4.1.2}$$

Or la puissance P_{rec} stockée à l'intérieur de l'interféromètre dépend des pertes totales p_{ITF} dans l'interféromètre $\left(P_{rec} = \frac{P_{laser}}{p_{ITF}}\right)$. Celles-ci sont la somme de la lumière perdue par absorption dans les miroirs (P_{abs}), de la lumière transmise par les cavités Fabry-Perot (P_{trans}) et de celle diffusée (P_{diff}) sur d'autres modes et donc ensuite transmise vers la sortie de l'interféromètre.

Dans le cas de VIRGO, on suppose les pertes par absorption P_{abs} et par transmission P_{trans} derrière les cavités Fabry-Perot négligeables par rapport aux autres pertes. On obtient donc :

$$P_{sortie} = \frac{p_{diff}}{p_{diff} + p_{ref}}\, P_{laser} \tag{4.1.3}$$

où p_{ref} représente les pertes du signal réfléchi vers le laser.

La puissance transmise vers la sortie dépend aussi de p_{ref} c'est-à-dire finalement de la précision avec laquelle la réflectivité du miroir de recyclage a été optimisée. Dans le cas où le recyclage est bien optimisé ($p_{ref} = 0$), on trouve :

$$P_{sortie} \approx P_{laser} \tag{4.1.4}$$

Cette dernière égalité montre que la plus grande partie de la lumière incidente se retrouve à la sortie de l'interféromètre répartie sur des modes d'ordre supérieur. Des simulations optiques faites dans ces conditions confirment ces résultats [21].

La possibilité de filtrer optiquement le faisceau est envisagé afin d'éliminer les modes d'ordre supérieur et de ne garder que le mode fondamental (celui qui nous intéresse). Le contraste est ainsi amélioré en sortie de l'interféromètre. Ce filtrage se fera à l'aide d'une cavité optique appelée "mode cleaner" dont l'étude, la conception et les tests constituent le sujet des chapitres 5 et 6. Remarquons qu'une telle cavité offre des possibilités de filtrage bien supérieures à ce que permet un simple diaphragme [19].

4.2 Détection du signal

La fonction principale du banc de détection est, comme son nom l'indique, de détecter le signal à la sortie de l'interféromètre.

Nous avons vu dans le chapitre précédent que les fréquences de modulation possibles pour la modulation frontale utilisée dans VIRGO sont de l'ordre de la dizaine de megahertz. Le photodétecteur doit donc avoir une bande passante supérieure à quelques dizaines de megahertz pour accepter au moins la première fréquence de modulation possible.

Afin de perdre le moins possible de signal, le photodétecteur devra avoir une grande efficacité quantique à la longueur d'onde employée (1,064 μm).

Enfin, l'ensemble du système de photodétection doit être capable de gérer une puissance de l'ordre de 1 W (puissance attendue si $1 - C \sim 10^{-4}$ en tenant compte du filtrage du mode cleaner).

Différents tests et études ont été faits à ce propos durant ces dernières années afin de choisir le photodétecteur le plus adapté. La sélection d'un photodétecteur et les caractéristiques de celui choisi sont le sujet du chapitre 7.

4.3 Adaptation du faisceau

Le faisceau arrivant sur le banc de détection a un rayon de 2 cm.

Ce faisceau va parcourir le banc traversant de nombreuses optiques. Afin de pouvoir utiliser des éléments optiques (lentilles, miroirs) de dimensions raisonnables (1 à 2 pouces[1] de diamètre), il est préférable de diminuer la taille du faisceau. Mais plus un faisceau a un diamètre petit, plus il diverge rapidement. Il faut donc faire un compromis. Un rayon de 1 mm semble être raisonnable car le faisceau reste quasiment parallèle par rapport aux dimensions du banc. Le rayon du faisceau est donc réduit de 2 cm à 1 mm grâce à un télescope à l'entrée du banc de détection.

[1] 1 pouce = 2,54 cm

Le faisceau arrivant sur le banc de détection est en fait composé de deux faisceaux pratiquement superposés : l'un venant de la recombinaison sur la lame séparatrice des faisceaux des deux bras de l'interféromètre et l'autre venant de la réflexion sur la deuxième face de la lame séparatrice.

Ce faisceau réfléchi est utilisé dans l'asservissement global de l'interféromètre afin de maintenir les cavités en résonance et rester sur la frange noire à la sortie de l'interféromètre [22]. Il est aussi utilisé plus localement pour maintenir le banc de détection aligné.

Le second rôle du télescope est donc de permettre la séparation de ces deux faisceaux arrivant sur le banc de détection.

La configuration globale du banc ainsi que la précision de son alignement sont discutées dans le chapitre 8.

Chapitre 5

Cavité optique en sortie de VIRGO : “mode cleaner”

5.1 Rôle de la cavité optique

Placée sur le banc de détection, cette cavité optique a pour but d'améliorer le contraste du faisceau à la sortie de l'interféromètre avant que celui-ci ne soit détecté par les photodiodes. Comme la frange noire est égale à la différence des deux faisceaux des deux bras, les défauts de contraste (1-C) vont provenir de l'asymétrie de l'interféromètre. Deux phénomènes peuvent être à l'origine d'un défaut de contraste :

- l'asymétrie des pertes du mode fondamental dans chacun des bras de l'interféromètre
- les déformations asymétriques du front d'onde dues aux imperfections des composants optiques

Le deuxième type de défauts sont les défauts dominants que l'on pourra corriger jusqu'à retomber sur la limite du premier type de défauts.

Ce deuxième défaut va se traduire par l'apparition de modes d'ordre supérieur. Afin de rendre ces modes négligeables devant le mode fondamental, il est prévu d'utiliser ce que l'on appelle un “mode cleaner”. Le mode cleaner est une cavité Fabry-Perot triangulaire, accordée sur le mode fondamental. Il se comporte comme un filtre spatial, transmettant le mode résonnant et réfléchissant tous les autres modes.

Le champ électromagnétique à la sortie de l'interféromètre est composé de trois fréquences: la porteuse de fréquence $f = \nu_0$ (ν_0 est la fréquence d'émission du laser) et deux bandes latérales $f = \nu_0 \pm \nu$. Le champ de chacune de ces trois fréquences peut se décomposer en une superposition de plusieurs modes produits par les imperfections des substrats et des surfaces réfléchissantes des miroirs. Il peut s'écrire sous la forme générale :

$$\psi(f) = \sum_{m,n} a_{mn}(f)\ \psi_{mn}(f)$$

où les termes ψ_{mn} représentent les modes d'Hermite-Gauss d'ordre (m,n). Ces modes transverses produisent une augmentation de la puissance sur les photodiodes sans pour autant donner plus de signal car ils ne sont pas résonnants dans les cavités Fabry-Perot des deux bras de l'interféromètre.

Le rôle du mode cleaner est donc de filtrer ces modes transverses tout en transmettant correctement la composante fondamentale de la porteuse et des bandes latérales.

5.2 Faisceaux gaussiens

Les modes d'Hermite-Gauss forment une base complète des solutions de l'équation d'onde paraxiale [20] :

$$(\nabla^2 + k^2)\ \psi(x,y,z) = 0 \tag{5.2.1}$$

où k est le vecteur d'onde.

Un faisceau lumineux peut donc toujours être décrit en terme de superposition de modes d'Hermite-Gauss.

5.2.1 Mode gaussien fondamental

Le mode fondamental d'un faisceau se propageant suivant l'axe Oz s'écrit sous la forme [23] :

$$\psi_{00}(x,y,z) = N\ e^{-\frac{x^2+y^2}{\mathrm{w}^2(z)}}\ e^{-i\ \frac{k}{2R(z)}\ (x^2+y^2)}\ e^{-i\ (kz-\varphi(z))} \tag{5.2.2}$$

où N est un facteur de normalisation.

L'amplitude du champ ψ_{00} varie de façon gaussienne suivant la position (x,y) dans le plan transverse. Le terme $\mathrm{w}(z)$ (égal à la distance par rapport à l'axe z pour laquelle l'amplitude a diminué de 1/e) donne une mesure de la taille du faisceau (figure 5.2.1).

Cette taille varie lorsque le faisceau se propage le long de l'axe z. Le faisceau se "contracte" et, en un certain plan de l'axe de propagation, il passe par un minimum appelé waist ($\mathrm{w}=\mathrm{w}_0$). Si on choisit la position de ce plan comme origine (z=0), la relation donnant l'évolution de w est décrite en fonction de w_0 et de la distance z par :

$$\mathrm{w}^2(z) = \mathrm{w}_0^2\ \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi \mathrm{w}_0^2}\right)^2\right] \tag{5.2.3}$$

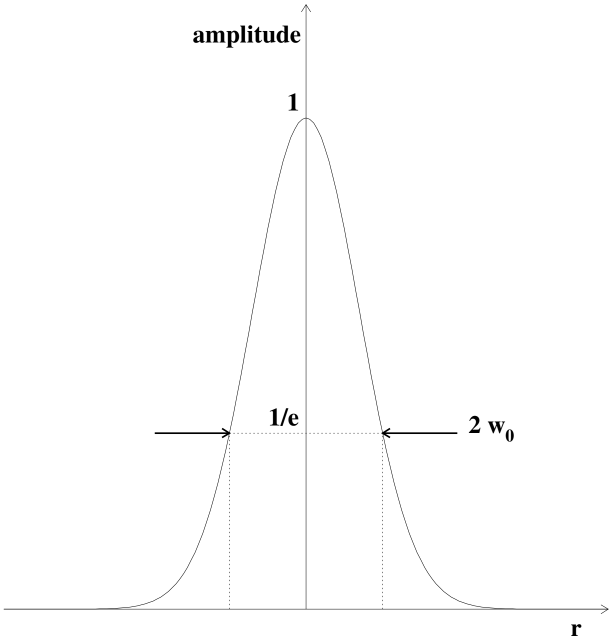

Figure 5.2.1: *Distribution d'amplitude d'un faisceau gaussien.*

Il faut noter que la longueur d'onde utilisée est toujours la longueur d'onde de la radiation dans le milieu dans lequel se propage le faisceau.

L'équation (5.2.3) peut s'écrire sous la forme :

$$\left(\frac{\mathrm{w}(z)}{\mathrm{w}_0}\right)^2 - \left(\frac{\lambda z}{\pi \mathrm{w}_0^2}\right)^2 = 1$$

qui est l'équation d'une hyperbole. w varie donc de manière hyperbolique suivant z (figure 5.2.2).

Quand $z \gg \frac{\pi \mathrm{w}_0^2}{\lambda}$, l'hyperbole précédente est quasiment confondue avec ses asymptotes :

$$\mathrm{w}(z) \approx \frac{\lambda}{\pi \mathrm{w}_0}\, z = \theta\, z \tag{5.2.4}$$

où $\theta = \frac{\lambda}{\pi \mathrm{w}_0}$ représente la divergence du faisceau.

La figure (5.2.2) rassemble sur une représentation schématique les caractéristiques principales d'un faisceau gaussien.

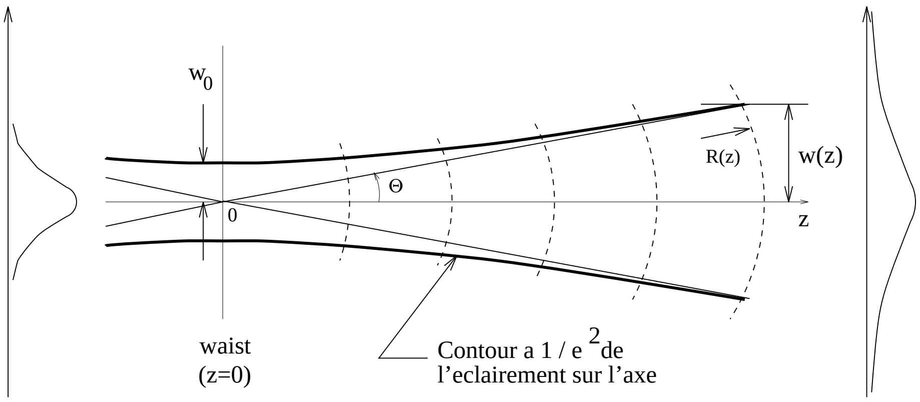

Figure 5.2.2: *Caractéristiques d'un faisceau gaussien.*

Dans l'équation donnant le champ ψ_{00} (expression 5.2.2), $R(z)$ représente le rayon de courbure du front d'onde se propageant suivant l'axe z. Ce front d'onde a une allure parabolique mais il évolue lors de sa propagation car le rayon de courbure R varie suivant z comme :

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi \mathrm{w}_0^2}{\lambda z}\right)^2\right] \tag{5.2.5}$$

en prenant le plan du waist w_0 comme origine sur l'axe z.

Au niveau du waist (z=0), le rayon de courbure du front d'onde est infini ($R = \infty$). Quand $z \gg \frac{\pi \mathrm{w}_0^2}{\lambda}$, $R(z) \simeq z$, et la forme du front d'onde tend à devenir une sphère ayant comme centre la position du waist sur l'axe z.

$\varphi(z)$ est un terme de phase qui différencie cette onde gaussienne d'une onde plane pour laquelle le terme de phase se résume à e^{-ikz}. Cette phase supplémentaire, appelée phase de Guoy, varie suivant z comme :

$$\varphi(z) = \arctan\left(\frac{\lambda z}{\pi \mathrm{w}_0^2}\right) \tag{5.2.6}$$

en prenant toujours la position du waist w_0 comme origine. Elle tend vers une constante pour z grand.

5.2.2 Mode gaussien d'ordre supérieur

Dans le paragraphe précédent, seule la solution appelée mode fondamental de l'équation d'onde paraxiale a été traitée. Les modes d'ordre supérieur constituent une famille de fonctions caractérisées par deux indices m et n.

$$\psi_{mn}(x,y,z) = N \times H_n\left(\sqrt{2}\frac{x}{\mathrm{w}(z)}\right) \times H_m\left(\sqrt{2}\frac{y}{\mathrm{w}(z)}\right) \times e^{-\frac{x^2+y^2}{\mathrm{w}^2(z)}}\ e^{-i\ \frac{k}{2R(z)}\ (x^2+y^2)}\ e^{-i\ (kz+\varphi_{mn}(z))} \tag{5.2.7}$$

$H_n(X)$ sont les polynômes de Hermite dont les termes sont donnés pour les premiers ordres par :

$$\begin{aligned} H_0(X) &= 1 \\ H_1(X) &= 2\ X \\ H_2(X) &= 4\ X^2 - 2 \end{aligned}$$

Ces polynômes vérifient la relation de récurrence : $H_{n+1}(X) = 2\ X\ H_n(X) - 2\ n\ H_{n-1}(X)$, ce qui permet de déterminer les modes d'ordre supérieur.

L'expression du champ ψ_{mn} (5.2.7) montre qu'à chaque mode correspond un profil bien défini du faisceau. L'indice m représente le nombre d'annulation du champ suivant l'axe 0y et l'indice n le nombre d'annulation suivant l'axe 0x.

Que ce soit dans le cas d'un mode gaussien fondamental ou d'ordre supérieur, les termes w et R sont définis de la même manière. Ils ne varient pas en fonction des indices m et n.

En revanche, le terme de phase de Guoy varie en fonction de ces deux indices suivant :

$$\varphi_{mn} = (m+n+1)\ \arctan\left(\frac{\lambda z}{\pi \mathrm{w}_0^2}\right) \tag{5.2.8}$$

5.3 Filtrage optique par une cavité

Considérons le cas d'une cavité optique de longueur l constituée de deux miroirs ayant r_1, r_2 et t_1, t_2 comme réflectivité et transmitivité. La puissance transmise lorsque la cavité est éclairée par une onde plane se déduit des calculs développés dans l'annexe A.

$$P_t = \frac{t_1^2 t_2^2}{(1-r_1 r_2)^2}\ \frac{1}{1+\left(\frac{2\mathcal{F}}{\pi}\right)^2\ \sin^2\frac{\phi}{2}}\ P_{inc} \tag{5.3.9}$$

où P_{inc} est la puissance incidente sur la cavité, $\mathcal{F}$ la finesse de la cavité et $\phi = 2kl$ est le déphasage subi par le faisceau lors d'un aller-retour dans la cavité.

La puissance transmise est maximum quand $\phi = 2n\pi$ (n entier). Cela signifie qu'après un aller-retour dans la cavité le champ revient sur lui-même avec une phase identique. La cavité est alors dite en résonance.

Si la cavité n'est pas à la résonance, la fraction de puissance transmise est atténuée par rapport à la puissance transmise à la résonance. Toute la puissance non transmise est réfléchie par la cavité. Par exemple, si $\phi = (2n+1)\,\pi$ (faisceau parfaitement anti-résonnant), la puissance transmise est égale à approximativement :

$$P_t \sim \frac{P_{inc}}{\left(\frac{2\mathcal{F}}{\pi}\right)^2} \quad \text{avec} \quad \left(\frac{2\mathcal{F}}{\pi}\right)^2 \gg 1$$

L'atténuation de la puissance transmise dépend donc de la finesse de la cavité. Plus cette finesse augmente, plus l'atténuation augmente.

Considérons maintenant une cavité toujours constituée de deux miroirs mais éclairée par un faisceau gaussien. Nous avons vu dans la partie (5.2.1) que la taille et le rayon de courbure du front d'onde d'un faisceau gaussien évoluent au cours de sa propagation. La taille du faisceau varie suivant z et le rayon de courbure n'est pas toujours infini comme dans le cas d'une onde plane mais prend une valeur $R(z)$ suivant sa position. Donc pour qu'un faisceau gaussien soit résonnant dans une cavité, ce n'est plus seulement une question de phase (comme dans le cas d'une onde plane) mais également une question de forme du faisceau.

Taille du faisceau

Si le waist w_0 du faisceau se trouve au niveau du miroir d'entrée (supposé plat), le rayon de courbure est à ce niveau infini. Lorsque le faisceau se propage jusqu'au second miroir, sa taille grandit et son rayon de courbure prend une valeur finie $R(z)$. Pour que le faisceau gaussien soit résonnant dans une telle cavité, il faut que lorsqu'il revienne au miroir d'entrée, il ait la même taille w_0. Ceci implique que le second miroir doive avoir une certaine courbure adaptée à la courbure du front d'onde du faisceau à ce niveau de l'axe de propagation. Le second miroir doit donc avoir un rayon de courbure ρ égal au rayon de courbure du faisceau en $\mathrm{z} = l$ (voir figure 5.3.3) :

$$R(l) = \rho$$

où l est la longueur de la cavité.

On en déduit que le waist w_0 du faisceau incident doit être adapté aux paramètres l et ρ de la cavité par la relation :

$$\mathrm{w}_0^2 = \frac{\lambda}{\pi}\sqrt{(\rho - l)\,l} \qquad (5.3.10)$$

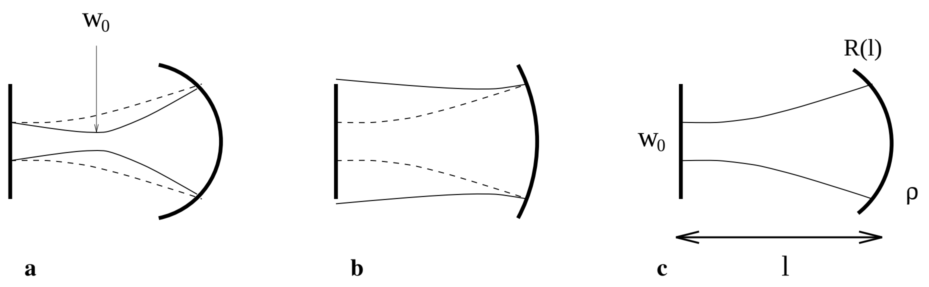

Figure 5.3.3: *a) et b) Rayon de courbure du miroir sphérique mal adapté au rayon de courbure du faisceau gaussien. c) Bonne adaptation du rayon de courbure du miroir sphérique au rayon de courbure du faisceau gaussien.*

Dans ce cas, w_0 est aussi appelé le waist de la cavité.

Phase

Le déphasage subi par le faisceau gaussien lors d'un aller-retour dans la cavité est égal à :

$$\phi = 2\ k\ l - 2\ \varphi(l) \tag{5.3.11}$$

où $\varphi(l)$ est le terme de phase de Guoy.

Pour le cas d'un faisceau gaussien fondamental, le terme de phase de Guoy s'écrit :

$$\varphi(l) = \arctan\left(\frac{\lambda\ l}{\pi \mathrm{w}_0^2}\right) \tag{5.3.12}$$

En utilisant (5.3.10), on trouve :

$$\varphi(l) = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{\frac{\rho}{l} - 1}}\right) = \arccos\sqrt{g} \tag{5.3.13}$$

où g est un paramètre caractéristique de la cavité, défini comme : $g = 1 - \frac{l}{\rho}$.

Le déphasage lors d'un aller-retour dans la cavité ayant ρ comme rayon de courbure du miroir d'extrémité s'écrit :

$$\phi = 2\ k\ l - 2\ \arccos\sqrt{g} \tag{5.3.14}$$

La condition de résonance du faisceau gaussien demande que le déphasage lors d'un aller-retour dans la cavité soit un multiple de $2\ \pi$.

$$2\ k\ l - 2\ \arccos\sqrt{g} = 2\ q\ \pi$$

où q est un entier. Les différentes fréquences de résonance se déduisent de cette expression et sont égales à :

$$\nu_q = \frac{c}{2l} \left[q + \frac{1}{\pi} \arccos \sqrt{g} \right] \tag{5.3.15}$$

Si maintenant on considère le cas d'un faisceau gaussien transverse ψ_{mn}, la seule différence est dans la phase de Guoy qui dépend de m et n. A cause de la dépendance de ce terme aux indices m et n les modes transverses résonnent à des fréquences différentes :

$$\nu_{q,m,n} = \frac{c}{2l} \left[q + \frac{1}{\pi} (m + n + 1) \arccos \sqrt{g} \right] \tag{5.3.16}$$

Considérons un faisceau laser ayant une fréquence fixe incident sur cette cavité. En faisant varier la longueur de la cavité, il est possible d'accorder une des fréquences de résonance du mode fondamental de la cavité sur la fréquence du laser. Exception faite du cas d'une cavité dégénérée[1], les autres modes, ayant d'autres fréquences de résonance, ne sont pas résonnants dans la cavité. Le mode fondamental résonnant est transmis alors que les autres modes sont réfléchis.

Sur la figure (5.3.4) un faisceau quelconque se décomposant sur plusieurs modes arrive sur une cavité. Seul le mode résonnant de la cavité est transmis, les autres modes sont réfléchis. Le champ transmis est donc constitué d'un seul mode.

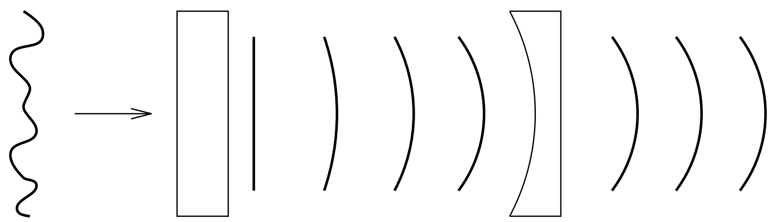

Figure 5.3.4: *Champ filtré par une cavité optique résonnante.*

Dans ces conditions, plus la finesse de la cavité est élevée, plus la transmission des modes transverses est petite et ces derniers sont alors de plus en plus filtrés. La cavité se comporte comme un filtre spatial laissant passer le mode ψ_{00} et atténuant les modes transverses ψ_{mn}. Une cavité optique utilisée de cette façon est appelée en anglais "mode cleaner".

[1]Dans une cavité dégénérée le rayon de courbure est tel que deux modes peuvent résonner en même temps.

5.4 Transmission des bandes latérales

Ayant été modulé en phase, le faisceau à la sortie de l'interféromètre est constitué d'une porteuse et de deux bandes latérales (on néglige les bandes latérales supérieures). Le signal porteur de l'effet de l'onde gravitationnelle est le résultat du battement entre la porteuse et les bandes latérales. Il faut donc absolument transmettre correctement ces bandes latérales jusqu'aux photodétecteurs au risque de perdre du signal. Ces bandes latérales peuvent être transmises par la cavité de deux façons (voir annexe A) :

- soit dans des pics d'Airy différents
- soit dans le même pic d'Airy

5.4.1 Transmission dans différents pics d'Airy

La porteuse et les bandes latérales peuvent être transmises chacune dans un pic d'Airy (figure 5.4.5). Dans ce cas, la transmission de chaque bande est totale sans risque de perte de puissance sur les bandes latérales.

Les pics d'Airy sont espacés (en fréquence) d'une distance appelée intervalle spectral libre égal à $\frac{c}{2l}$. Pour que la porteuse et les bandes latérales puissent être dans des pics d'Airy différents, la fréquence de modulation ν et la longueur de la cavité l doivent donc vérifier la relation :

$$\nu = n \, \frac{c}{2\,l} \quad \text{avec } n \text{ entier} \tag{5.4.17}$$

Par exemple, si l'on prend une des fréquences de modulation possible ($\nu = 6.25$ MHz), la longueur de la cavité doit être égale à 15 m pour que la porteuse soit transmise dans un pic d'Airy et les deux bandes latérales dans les deux pics voisins.

L'ordre de grandeur de la fréquence de modulation de VIRGO étant de quelques dizaines de MHz, le mode cleaner du banc de détection devra avoir une longueur de quelques dizaines de mètres de long si l'on veut utiliser ce mode de transmission. L'enceinte à vide du banc de détection (ou tour de détection) a un diamètre de 2 m. Le miroir d'extrémité de la cavité se trouvera alors hors de cette enceinte. Ce miroir devant être suspendu comme tous les autres éléments de l'interféromètre, une tour supplémentaire avec une suspension supplémentaire sont nécessaires. Mais une tour supplémentaire entraine plus de complexité conduisant à des coûts supplémentaires non négligeables...

Une autre solution permettant de résoudre ce problème de distance serait d'avoir une cavité dite repliée. Dans ce genre de cavité, le faisceau subit plusieurs réflexions sur différents miroirs avant de ressortir. Grâce à ces réflexions multiples, la longueur réelle

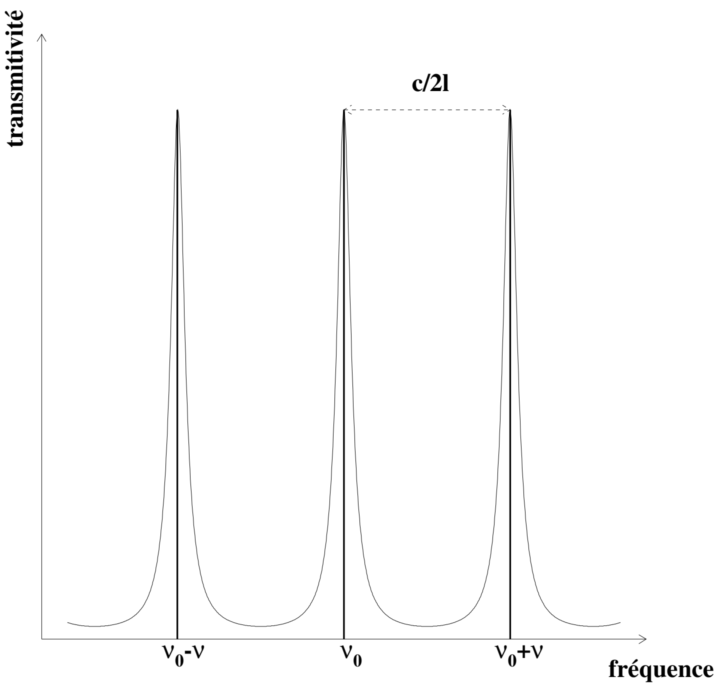

Figure 5.4.5: *Transmission par une cavité optique de la porteuse et des bandes latérales dans des pics d'Airy différents.*

de la cavité reste petite alors que le chemin optique peut être égal à quelques dizaines de mètres. Mais l'inconvénient de ces cavités réside dans les pertes qui peuvent être induites par ce grand nombre de réflexions. Cette solution n'a pas été approfondie au profit du second mode de transmission des bandes latérales qui résoud des problèmes d'encombrement et d'alignement et est plus facile à mettre en œuvre.

5.4.2 Transmission dans le même pic d'Airy

Si les bandes latérales sont transmises dans le même pic que la porteuse, la bande passante de ce pic doit être suffisamment large pour ne pas perdre trop de puissance sur les bandes latérales. Admettons que la perte de puissance acceptée sur les bandes latérales soit de quelques pourcents. Si p représente ces pertes en puissance, l'équation donnant la puissance transmise par une cavité (annexe A) donne une condition sur le produit de la longueur l de la cavité par la finesse $\mathcal{F}$ de celle-ci :

$$l \times \mathcal{F} \;\leq\; \frac{c}{4\,\nu}\sqrt{p} \tag{5.4.18}$$

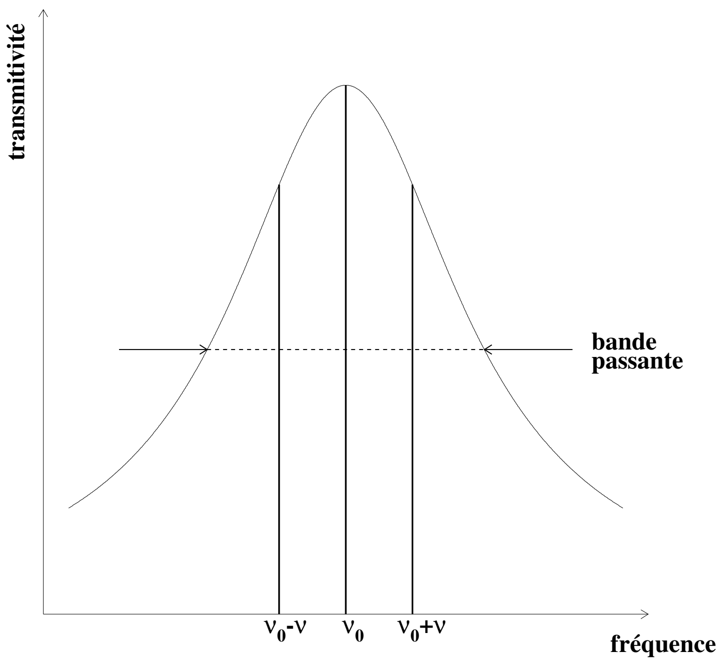

Figure 5.4.6: *Transmission par une cavité optique de la porteuse et des bandes latérales dans le même pic d'Airy.*

où la fréquence de modulation ν du faisceau est fixée.

On a tendance à vouloir augmenter la finesse pour augmenter le filtrage. Mais, en augmentant la finesse, on filtre de plus en plus les bandes latérales et par conséquent on perd du signal. Il faut donc fixer une limite.

Si l'on admet une perte de 5% des bandes latérales et si l'on prend la première fréquence de modulation possible (6.25 MHz), on obtient une limite sur le produit de la finesse de la cavité par sa longueur :

$$l \times \mathcal{F} \ \leq \ 2,66 \tag{5.4.19}$$

La largeur en fréquence du pic d'Airy dépend de ce produit : $\Delta\nu = \frac{c}{2}\frac{1}{l\times\mathcal{F}}$. Il faut donc que la bande passante du pic d'Airy soit au moins égale à 56 MHz (pour une fréquence de modulation de 6.25 MHz).

Si nous voulons toujours la plus grande finesse possible et une large bande en fréquence, l'égalité (5.4.19) nous dit que la cavité doit être de petites dimensions. Mais la diminution de ces dimensions est limitée par des problèmes de réalisation pratique. Une valeur minimum de la longueur de la cavité est alors fixée à 4 cm.

Un programme de simulation de l'interféromètre total et du mode cleaner à la sortie de cet interféromètre, a permis l'optimisation de différents paramètres et notamment celui de la finesse de la cavité filtrante [26]. Cette optimisation a été obtenue en utilisant le programme de minimisation numérique "Minuit" (Cern Library).

Pour une longueur de cavité l fixée à 4 cm minimum et pour un rayon de courbure optimum du miroir d'extrémité, le programme donne comme valeur optimisée de la finesse du mode cleaner :

$$\mathcal{F} \sim 100$$

où la valeur optimisée du rayon de courbure est donnée pour $\rho \sim 0,5$ m.

Cette étude a permis de fixer approximativement les principales caractéristiques du mode cleaner. Cette cavité est de petites dimensions ($l = 4$ cm) pour que les bandes latérales soient transmises dans le même pic d'Airy que la porteuse. La finesse est égale environ à 100 pour un rayon de courbure de $\rho \sim 0.5$ m.

Par rapport au cas précédent où les bandes latérales et la porteuse étaient transmises sur différents pics de résonance, la solution adoptée de transmettre toutes les fréquences dans le même pic présente l'inconvénient de rendre le signal à la fréquence de modulation (6.25 MHz) sensible aux variations de longueur du mode cleaner. Le paragraphe suivant étudie les effets de ces variations et les limites qu'elles ne doivent pas dépasser.

5.5 Sensibilité aux variations de longueur du mode cleaner

Le mode cleaner, de petite taille, transmet la porteuse et les bandes latérales dans le même pic d'Airy. Sur la figure (5.5.7.a) sont représentés schématiquement l'amplitude transmise par la cavité en fonction de la fréquence et le déphasage entre le champ incident et le champ transmis par cette cavité toujours en fonction de la fréquence.

Des vibrations d'origine thermique ou mécanique peuvent produire des variations de la longueur du mode cleaner. Ces variations de longueur vont provoquer un décalage au niveau des phases des trois bandes comme le montre le graphe de la figure (5.5.7.b droite). Mais ces variations de phase ne sont pas identiques pour la porteuse et la bande latérale droite ou gauche. Cette différence vient du fait que la pente de la fonction représentant le déphasage est différente au niveau de la porteuse et des bandes latérales. La différence

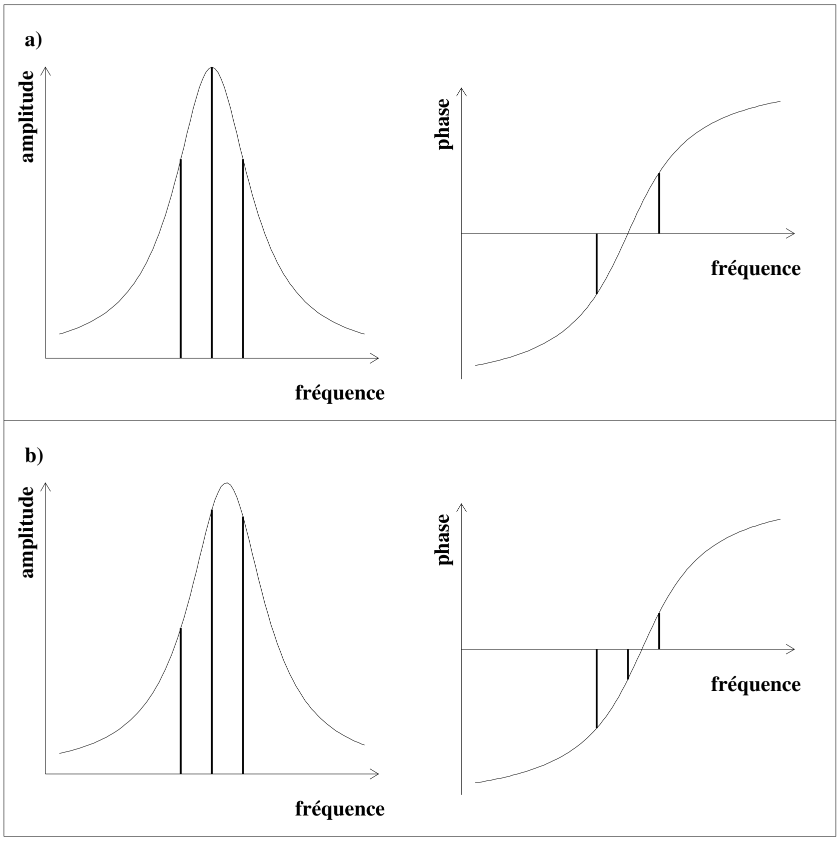

Figure 5.5.7: ***a)*** *Amplitude transmise par une cavité (gauche) et déphasage entre le champ incident et le champ transmis par la cavité (droite) en fonction de la fréquence.* ***b)*** *Idem mais lors d'une variation de longueur de la cavité.*

de différence de phase entre la porteuse et les bandes latérales est donc modifiée. Elle simule le déphasage introduit par une onde gravitationnelle.

De la même façon, une variation δl de la longueur du mode cleaner provoque une variation de l'amplitude du champ transmis. La figure (5.5.7.b gauche) illustre cet effet. Le décalage modifie principalement l'amplitude des bandes latérales et de façon opposée. Lorsque l'amplitude de la bande latérale droite augmente, l'amplitude de la bande latérale gauche diminue (et vice versa).

Le calcul exact (annexe C) donne le signal à la sortie de l'interféromètre en fonction de la variation de longueur δl du mode cleaner :

$$S_{\delta l} = i\ \frac{2}{\pi}\mathcal{F}_{MC}\ \frac{4\pi}{\lambda}\ \delta l\ |A_{rec}|\ A_{+}\ \sqrt{\frac{1-C}{2}}\ \left[\ i\ \frac{\nu}{\Delta\nu} - \left(\frac{\nu}{\Delta\nu}\right)^2\right] \tag{5.5.20}$$

où $\mathcal{F}_{MC}$ est la finesse du mode cleaner et $\Delta\nu$ la largeur à mi-hauteur du pic d'Airy $\Delta\nu = \left(\frac{c}{2l}\frac{1}{\mathcal{F}_{MC}}\right)$. A_+ est l'amplitude de la bande latérale droite et A_{rec} l'amplitude du champ à l'intérieur de la cavité de recyclage.

Le signal créé par une variation de longueur du mode cleaner ne doit pas dominer le signal produit par une onde gravitationnelle. La confrontation de ces deux signaux permet de déterminer les spécifications sur la densité spectrale des variations de longueur du mode cleaner afin d'atteindre la sensibilité escomptée par VIRGO ($\tilde{h} \approx 10^{-21}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ à 10Hz; $\tilde{h} \approx 3 \times 10^{-23}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ à 100Hz).

Le signal produit par une onde gravitationnelle à la sortie de l'interféromètre est donné par (annexe B) :

$$S_h \approx -2\, i\, \delta\phi\, |A_{rec}|\, A_+ \quad \text{avec} \quad \delta\phi = \frac{2\,\mathcal{F}_{FP}}{\pi}\,\frac{4\pi}{\lambda}\, h\, L \tag{5.5.21}$$

où $\mathcal{F}_{FP}$ est la finesse des cavités Fabry-Perot, h l'amplitude de l'onde gravitationnelle et L la longueur d'un bras de l'interféromètre.

En comparant la composante de $S_{\delta l}$ en phase avec le signal S_h, la condition que le signal créé par une variation de longueur du mode cleaner reste inférieur au signal créé par une onde gravitationnelle donne la limite suivante :

$$\delta l < \frac{\mathcal{F}_{FP}}{\mathcal{F}_{MC}}\sqrt{\frac{1-C}{2}}\,\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)^2\, h\, L \tag{5.5.22}$$

où $1 - C$ est le contraste de l'interféromètre après le mode cleaner.

En prenant par exemple les valeurs suivantes pour les paramètres de l'interféromètre et du mode cleaner :

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_{FP} &= 50 \\
\mathcal{F}_{MC} &= 100 \\
l &= 4 \text{ cm} \\
L &= 3 \text{ km} \\
\tilde{h} &= 3 \times 10^{-23}/\sqrt{\mathrm{Hz}} \;\text{ à }\; 100 \text{ Hz} \\
1 - C &= 10^{-4} \\
\nu &= 6.25 \text{ MHz}
\end{aligned}$$

on obtient une limite sur la densité spectrale des variations de longueur du mode cleaner :

$$\tilde{\delta l} \;<\; 1.8 \times 10^{-16} \;\; \mathrm{m}/\sqrt{\mathrm{Hz}} \;\text{ à }\; 100 \text{ Hz} \tag{5.5.23}$$

Pour que la sensibilité de VIRGO ne soit pas limitée par un bruit dû aux variations de longueur du mode cleaner, la densité spectrale des variations $\tilde{\delta l}$ doit rester inférieure à 1,8 $\times 10^{-16}$ m/$\sqrt{\text{Hz}}$ (dans le cas des caractéristiques choisies ci-dessus).

Pour pouvoir atteindre cette limite, le banc de détection où se trouve le mode cleaner doit être isolé des vibrations sismiques ainsi que des autres vibrations (acoustiques...).

On parviendra plus facilement à limiter les variations de longueur du mode cleaner si la cavité est petite. Les résultats des paragraphes précédents sur la cavité optique prévoit déjà que celle-ci soit de petites dimensions.

Cette limite sera également plus facile à atteindre non seulement si la cavité est petite mais si elle est rigide, les fréquences de résonance de cette cavité étant alors élevées.

Ces différents arguments ont poussé à concevoir non plus un mode cleaner formé de trois miroirs, difficilement réductible en dimension, mais un mode cleaner formé d'un bloc de silice dont la taille peut être diminuée considérablement et dont la rigidité est meilleure par rapport au cas de trois miroirs indépendants.

5.6 Cavité triangulaire

Considérons un faisceau incident sur une cavité optique contituée de deux miroirs. Les modes du faisceau non résonnants dans la cavité sont réfléchis par celle-ci. Dans ce cas, la cavité étant linéaire, tous les modes réfléchis repartent dans la même direction que leur direction incidente mais en sens inverse (figure 5.6.8.a).

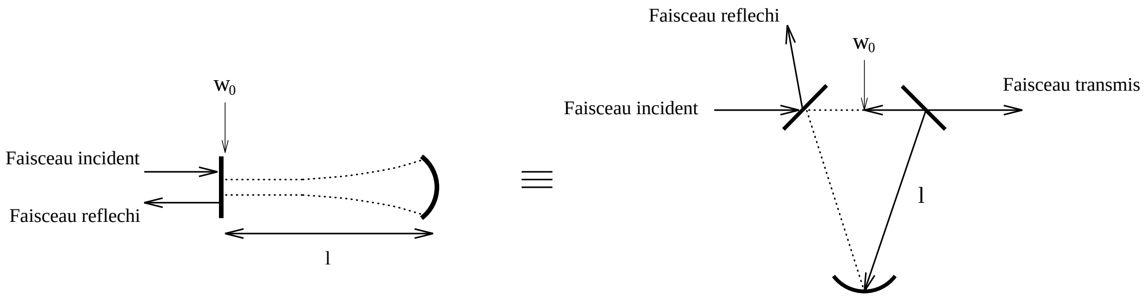

Figure 5.6.8: *Equivalence cavité linéaire-cavité triangulaire.*

Pour VIRGO, la plus grande partie de la puissance à la sortie de l'interféromètre est constituée de modes d'ordre supérieur qui seront réfléchis par le mode cleaner en direction de ce même interféromètre, ce qui risquerait de donner lieu à des interférences parasites.

La solution envisagée est de ne pas utiliser une cavité optique linéaire mais une cavité dite en anneau. Cette cavité est constituée de trois miroirs au lieu de deux. Le faisceau réfléchi par la cavité est alors renvoyé dans une direction différente de la direction incidente (figure 5.6.8.b).

Le mode résonnant entre dans la cavité et fait plusieurs tours (au lieu de plusieurs aller-retour dans la cavité linéaire) avant d'être transmis par le deuxième miroir. Les modes non résonnants, eux, sont réfléchis par le premier miroir dans une direction dépendante de l'inclinaison de ce miroir par rapport à la direction incidente du faisceau.

Donc, dans cette configuration, les modes non résonnants dans le mode cleaner du banc de détection ne risqueront pas d'être renvoyés dans l'interféromètre.

Une cavité triangulaire, formée par deux miroirs plan et un miroir courbe peut être considérée comme une cavité linéaire dont le miroir d'entrée est plan (placé au milieu des deux miroirs plans de la cavité triangulaire) et le miroir d'extrémité courbe (figure 5.6.8). Une cavité triangulaire est donc équivalente à une cavité linéaire (à noter les longueurs l dans les deux cavités). La modification de forme de la cavité ne modifie en rien ses propriétés de filtrage.

Le bloc de silice constituant le mode cleaner sera donc taillé suivant une forme triangulaire afin de former une cavité en anneau (figure 5.7.9).

5.7 Mode cleaner prototype

5.7.1 Forme du prototype

Pour obtenir une cavité optique triangulaire à partir d'un morceau de silice, les trois faces du bloc doivent être taillées suivant des formes et des angles bien définis. Pour le mode cleaner envisagé, les miroirs, appelés M_1 et M_2 (figure 5.7.9.a), sont plans alors que le miroir M_3 est courbe.

L'allure que prendra le bloc de silice en devenant une cavité optique triangulaire est représentée sur la figure (5.7.9.b). Nous allons dans un premier temps étudier et déterminer les angles au niveau du dièdre formé par la partie supérieure du mode cleaner. Puis, dans le paragraphe suivant, nous déterminerons les caractéristiques optiques de la cavité.

Angles

La partie supérieure du mode cleaner peut être considérée comme un prisme. Les

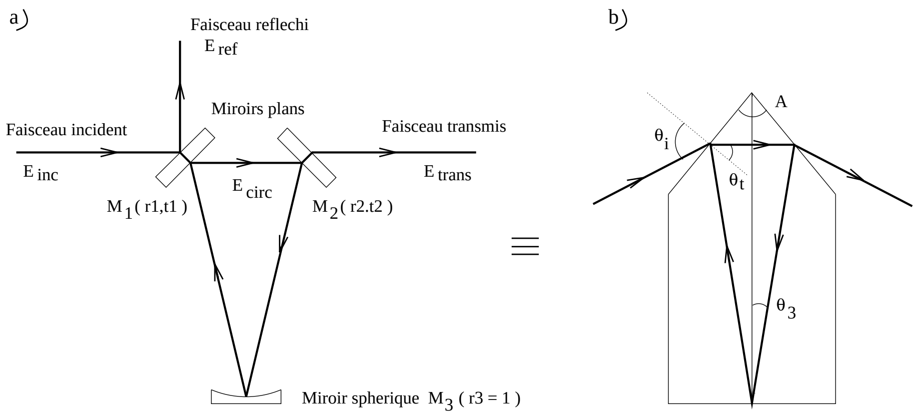

Figure 5.7.9: *Equivalence entre une cavité triangulaire formée par trois miroirs indépendants (a) et la même cavité formée par un monobloc de silice (b).*

conditions d'émergence d'un rayon incident sur un prisme imposent une relation entre l'angle au sommet A et l'angle de réfraction θ_t (figure 5.7.9):

$$|A - \theta_t| < \theta_l$$

où θ_l est l'angle limite défini par: $\sin \theta_l = 1/n$.

Sachant que l'indice de réfraction n de la silice fondue est égal à 1.45 à la longueur d'onde $\lambda = 1.064$ μm, on obtient les limites suivantes sur les angles A et θ_t:

$$\theta_t < 43,3^\circ$$

$$43,3^\circ < A < 86,3^\circ$$

Le trajet optique a été choisi tel qu'à l'intérieur de la silice il décrive un triangle isocèle. L'angle au sommet de ce triangle, θ_3, est lié à l'angle d'incidence, θ_i , par:

$$\theta_i = \arcsin\left[n \sin\left(\frac{\pi - 2\theta_3}{4}\right)\right] \tag{5.7.24}$$

Si l'on trace l'angle d'incidence θ_i en fonction de l'angle θ_3 (figure 5.7.10), on s'aperçoit que l'angle θ_3 ne peut pas prendre de valeurs inférieures à 2.8°.

L'angle θ_3 a une limite inférieure: $\theta_3 > 2,8^\circ$.

La limite supérieure de θ_3 va être fixée par des problèmes d'astigmatisme. Le faisceau incident sur le miroir courbe 3 se trouve hors de l'axe optique du miroir. Ce décalage peut introduire des problèmes d'astigmatisme [24]. La conséquence de cette aberration est que

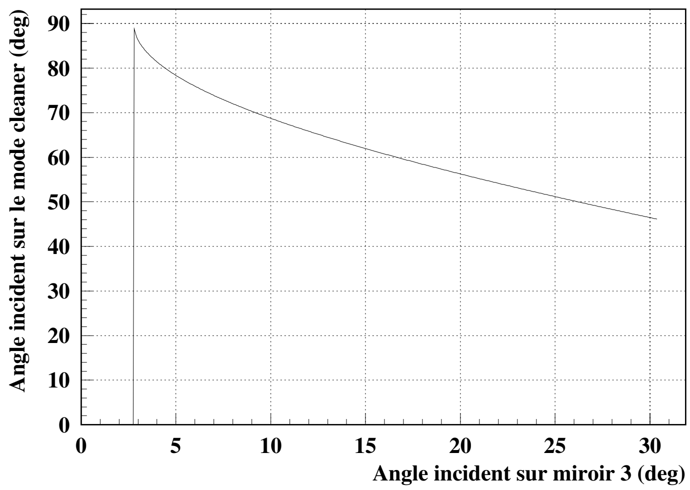

Figure 5.7.10: *Angle d'incidence θ_i sur le mode cleaner en fonction de l'angle θ_3 sur le miroir M_3.*

le système semble avoir deux distances focales différentes dans deux plans différents appelés le plan tangentiel (parallèle au plan d'incidence) et le plan sagittal (perpendiculaire au plan d'incidence). Le système semble par conséquent avoir deux rayons de courbure dans ces plans. Ces rayons de courbure dépendent du rayon de courbure physique du miroir et de l'angle d'incidence du faisceau sur le miroir. Plus l'angle d'incidence θ_3 est grand, plus les problèmes d'astigmatisme sont conséquents. Il faut donc limiter cet angle θ_3 afin de limiter l'astigmatisme.

Les deux rayons de courbure conduisent à deux waists différents dans les plans tangentiel et sagittal. Pour que le signal soit transmis, le waist du faisceau incident doit être parfaitement accordé avec le waist de la cavité. Un accord non parfait entre les waists conduit à une perte de signal. L'erreur commise sur la détermination du waist à cause de problèmes d'astigmatisme peut donc amener des pertes au niveau du signal.

A l'aide du programme de simulation SIESTA ("SImulation Interferometry Experiment Sensitive To grAvitational wave [27]), la perte en puissance du signal a été estimée lorsque le waist du faisceau n'était pas accordé en taille au waist de la cavité. Afin que la perte au niveau de la puissance soit négligeable (environ 1 ‰), l'erreur relative du waist doit être inférieure à 1 % ce qui limite l'angle θ_3 à 15.5°.

L'astigmatisme peut avoir comme autre conséquence de rendre un mode résonnant à deux fréquences différentes. Nous avons vérifié que ce dédoublement de fréquence, dû à l'existence de deux rayons de courbure, donne une limite moins restrictive que celle donnée précédemment. Donc, l'astigmatisme ne devrait pas causer de perturbations sur les fréquences de résonance de la cavité.

Pour le prototype du mode cleaner, nous avons fixé θ_3 à 10°. Tous les autres angles se déduisent de cette valeur:

$$\begin{aligned} \theta_3 &= 10^\circ \\ \theta_i &= 68.7^\circ \\ \theta_t &= 40^\circ \\ A &= 80^\circ \end{aligned} \tag{5.7.25}$$

Polissage

Les faces équivalentes aux miroirs doivent respecter certains critères de polissage. Afin de préserver la qualité du traitement multicouches pour garder un front d'onde de qualité, nous avons choisi un polissage à $\frac{\lambda}{10}$ pic à pic pour chacune des faces.

La qualité de surface des faces doit aussi être spécifiée en norme "scraches/digs". Nous avons fixé cette spécification à 60-40 suivant la norme "US MIL-0-13830A".

5.7.2 Caractéristiques optiques

Afin de faciliter le premier test sur le prototype du mode cleaner, la finesse de celui-ci a été fixée à 50 (deux fois inférieure à la valeur optimum trouvée précédemment). Sur la base des rayons de courbure disponibles auprès du fabricant, ce dernier a été choisi égal à $\rho = 0.3$ m. Avec ces valeurs de finesse et de rayon de courbure, le programme d'optimisation [26] a donné une longueur optimum de $l = 2.496$ cm.

Les paramètres ρ et l de la cavité fixent le waist de celle-ci. Le mode cleaner étant constitué d'un bloc de silice, son waist dépend de l'indice de réfraction de celle-ci :

$$\mathrm{w}_0^2 = \frac{1}{n}\,\frac{\lambda}{\pi}\sqrt{(\rho - l)l} \tag{5.7.26}$$

On obtient donc un waist pour cette cavité de :

$$\mathrm{w}_0 = 140\ \mu\mathrm{m} \tag{5.7.27}$$

En combinant tous ces paramètres, on obtient un mode cleaner prototype ayant les caractéristiques dessinées sur la figure (5.7.11).

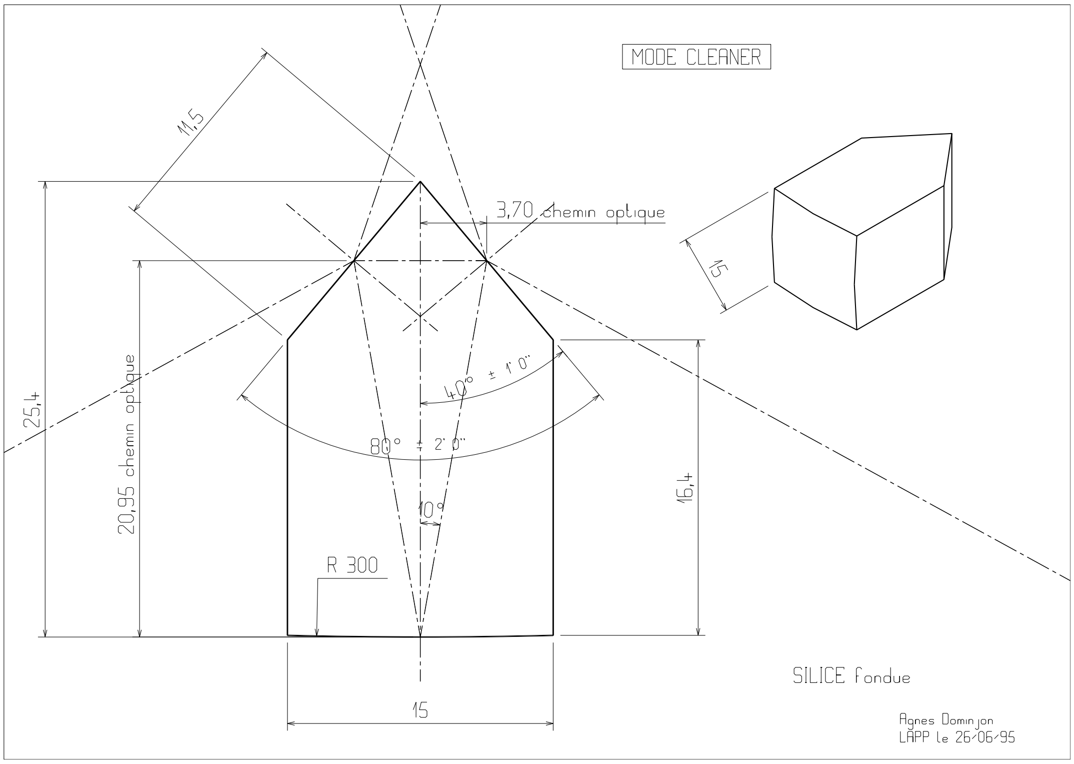

Figure 5.7.11: *Dimensions du mode cleaner prototype.*

La firme "STIGMA OPTIQUE" (Vitry-sur-Seine) a réalisé trois de ces prototypes. L'I.P.N.L. (Institut de Physique Nucléaire de Lyon) a déposé sur les différentes faces polies des couches réfléchissantes adaptées pour donner à ce mode cleaner prototype une finesse de 50. (La réflexion en puissance sur la face courbe est de 100% pour un angle d'incidence de 0°. La réflexion en puissance des deux faces planes est égal à $R = 0,939$ à l'angle d'incidence $\theta_i = 68,7°$).

5.8 Contrôle du mode cleaner

5.8.1 Introduction

Le rôle du mode cleaner est de filtrer les modes d'ordre supérieur et de ne laisser passer que le mode fondamental. Le mode cleaner doit donc être en résonance sur le mode TEM_{00} afin de le transmettre. La longueur de la cavité sera mesurée et corrigée en permanence afin de maintenir cette condition de résonance.

5.8.2 Spécifications

L'asservissement de la longueur du mode cleaner va permettre de contrôler la longueur de la cavité et de la réajuster si besoin est. Mais cet asservissement ne peut corriger la longueur qu'avec une certaine précision. Il est important de déterminer la précision avec laquelle la longueur de la cavité doit être maintenue stable afin de ne pas créer de pertubations au niveau du faisceau transmis. La précision requise est déterminée au cours de ce paragraphe à l'aide du programme d'optimisation déjà cité pour la détermination des paramètres du mode cleaner.

Dans le cas où la sortie de l'interféromètre est réglée sur la frange noire, la puissance à la fréquence de modulation est nulle (annexe B). Si le mode cleaner de sortie est asservi sur le mode fondamental, la puissance à la fréquence de modulation à la sortie du mode cleaner est nulle aussi. Cette puissance va varier lors du passage d'une onde gravitationnelle. Sur les figures 5.8.12.a et b sont représentés la puissance à la fréquence de modulation à la sortie de l'interféromètre en fonction de l'amplitude h d'une onde gravitationnelle et le rapport signal sur bruit en fonction de cette même amplitude. Dans ce cas idéal où l'interféromètre est asservi ainsi que le mode cleaner de sortie, la pente du rapport signal sur bruit vaut: $0,61 \times 10^{23}$.

Regardons maintenant le cas où le mode cleaner n'est pas parfaitement réglé. La longueur de la cavité diffère de celle qui la rend parfaitement résonnante d'une quantité $\Delta l \neq 0$. On a montré dans le paragraphe (5.5) qu'une variation de la longueur du mode cleaner par rapport à sa position de résonance pouvait produire un signal à la fréquence de modulation équivalent à celui d'une onde gravitationnelle.

Par exemple, un décalage de la longueur du mode cleaner de $\Delta l = \lambda/2000$ par rapport à la position de résonance donne une amplitude équivalente : $h_0 = 0.26 \times 10^{-15}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ (figure 5.8.12.c). La puissance à la fréquence de modulation à la sortie de l'interféromètre n'est alors plus nulle à $h = 0$.

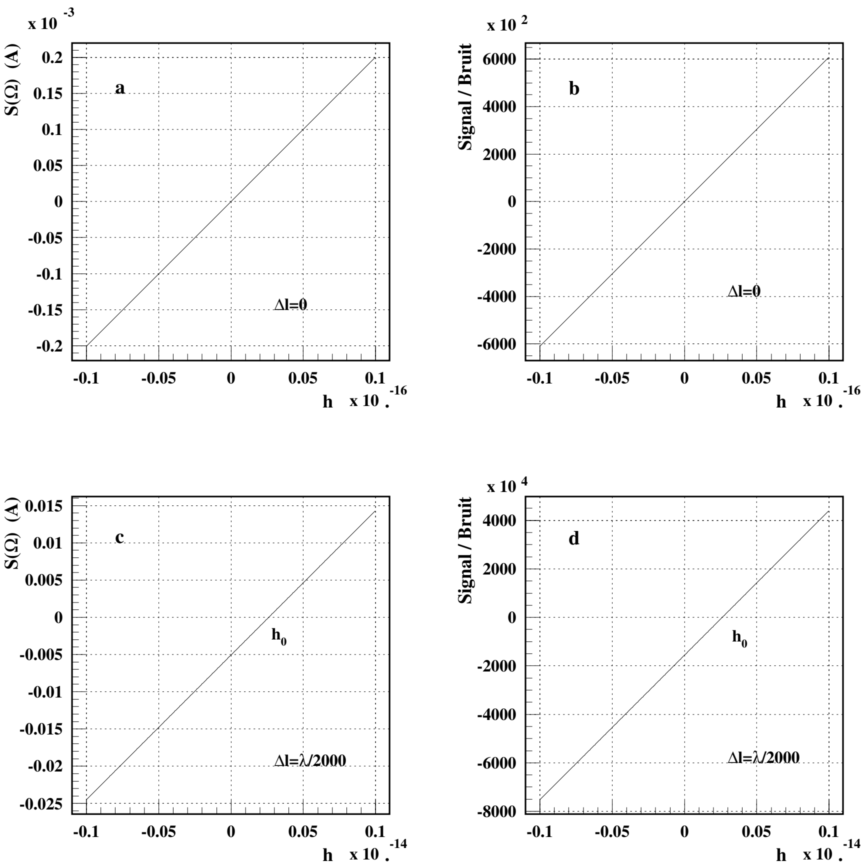

Figure 5.8.12: *Variation du signal à la fréquence de modulation et du rapport signal sur bruit en fonction de l'amplitude de l'onde gravitationnelle pour* $\Delta l_{MC} = 0$ *(a et b) et* $\Delta l_{MC} = \frac{\lambda}{2000}$ *m (c et d).*

L'asservissement global de VIRGO, cherchant toujours à maintenir le signal à la fréquence de modulation à zéro, va agir sur les miroirs des cavités Fabry-Perot pour remettre ce signal à zéro. Les miroirs des cavités Fabry-Perot seront alors dans une position donnant une interférence pas parfaitement destructive à la sortie de l'interféromètre. Ceci va se ressentir sur le rapport signal sur bruit à la sortie du mode cleaner qui ne sera alors plus optimum.

Le graphe (5.8.13) représente ces résultats c'est-à-dire la perte du rapport signal sur bruit (renormalisé) en fonction de l'écart par rapport à la résonance du mode cleaner. Le calcul a été fait en supposant le mode cleaner parfait c'est-à-dire la transmission du mode fondamental et la réflexion totale des autres modes. Pour que le pourcentage de perte sur le rapport signal sur bruit en sortie du mode cleaner soit inférieur à 1%, la différence

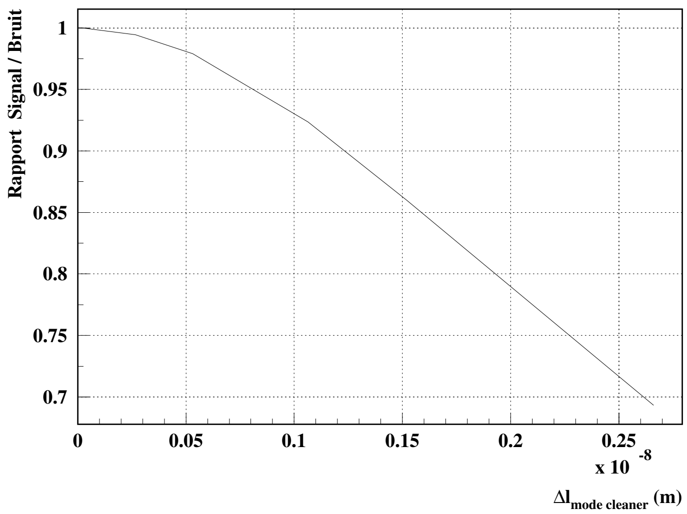

Figure 5.8.13: *Rapport signal sur bruit en sortie du mode cleaner en fonction d'une différence Δl de longueur du mode cleaner.*

de longueur de la cavité ne devra pas dépasser $\Delta l \simeq \frac{\lambda}{3000}$ m. La précision requise pour l'asservissement est donc de $\frac{\lambda}{3000}$ m(en continu).

Le principe d'asservissement envisagé pour atteindre cette précision sur le contrôle de la longueur du mode cleaner est expliqué, ainsi que ses caractéristiques principales, dans le paragraphe suivant.

5.8.3 Principe du contrôle du mode cleaner

Principe de la modulation

Supposons que l'on module mécaniquement la longueur du mode cleaner avec un signal sinusoïdal à haute fréquence[2]. Le graphe (5.8.14) représente la puissance continue transmise par le mode cleaner en fonction de la différence de longueur de celui-ci par rapport à la longueur correspondante à la résonance ($\Delta l = 0$). On constate que la modulation de la longueur du mode cleaner produit une modulation de la puissance transmise.

Si le mode cleaner est à la résonance ($\Delta l = 0$), le signal produit par la modulation à la sortie du mode cleaner a une fréquence double de la fréquence avec laquelle on module. Dans ce cas, on n'a pas de signal à la fréquence de modulation.

[2]haute fréquence par rapport à la bande de fréquences pour laquelle la cavité doit être asservie.

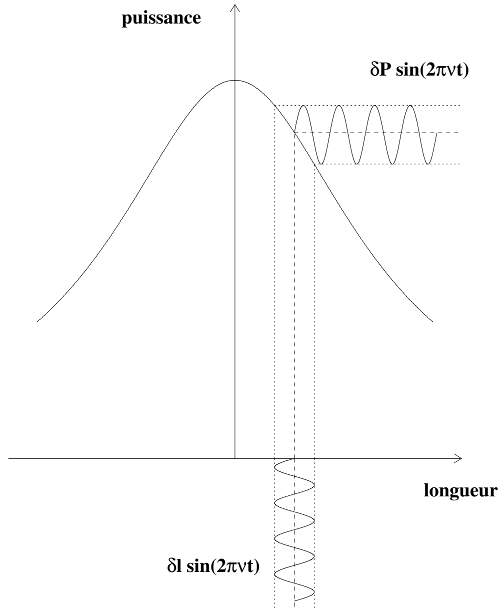

Figure 5.8.14: *Principe de modulation de la longueur du mode cleaner.*

Mais si le mode cleaner se décale de la résonance (ce que l'on cherche à corriger), le signal démodulé, défini comme $\delta P = \left(\frac{\partial P_{DC}}{\partial l}\right)\ \delta l$, a alors l'allure dessinée sur la figure (5.8.15). Ce signal, que l'on appellera signal d'erreur, change de signe si la cavité s'éloigne de la résonance d'un côté où de l'autre. Grâce à ce changement de signe, l'actuateur sait si la longueur de la cavité doit être alongée ou rétrécie pour retrouver la longueur correspondante à la résonance. L'asservissement permet ainsi de contrôler en permanence la longueur de la cavité et de la rectifier.

Ce principe appliqué au mode cleaner est schématisé sur la figure (5.8.16). La longueur du mode cleaner est modulée. Le faisceau transmis par le mode cleaner est alors mesuré par une photodiode puis démodulé à la même fréquence par un mélangeur. Le signal de sortie de ce mélangeur est ensuite utilisé pour contrôler la longueur de la cavité.

Profondeur de modulation

La longueur du mode cleaner est modulée par un signal sinusoïdal de la forme $\delta l\ \sin(2\pi\nu t)$ où δl est appelée profondeur de modulation. L'amplitude du signal généré à la sortie du mode cleaner dépend de cette profondeur de modulation.

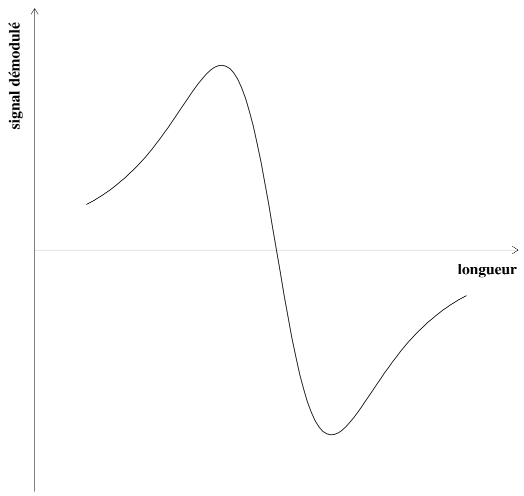

Figure 5.8.15: *Signal démodulé en fonction de la variation δl de la longueur du mode cleaner. Ce signal est appelé signal d'erreur.*

Plaçons nous dans le cas limite où la longueur du mode cleaner est décalée de la résonance de la valeur maximum $\Delta l \simeq \frac{\lambda}{3000}$ m (déterminée dans le paragraphe 5.8.2). Dans cette configuration, la puissance continue transmise par le mode cleaner est donnée par :

$$P_{trans} = P_{\Delta l = \frac{\lambda}{3000}} + \delta P \quad \text{avec} \quad \delta P = \left(\frac{\partial P}{\partial \Delta l}\right)_{\Delta l = \frac{\lambda}{3000}} \times \delta l \tag{5.8.28}$$

Le signal démodulé doit être supérieur au bruit de photons afin de pouvoir être mesuré.

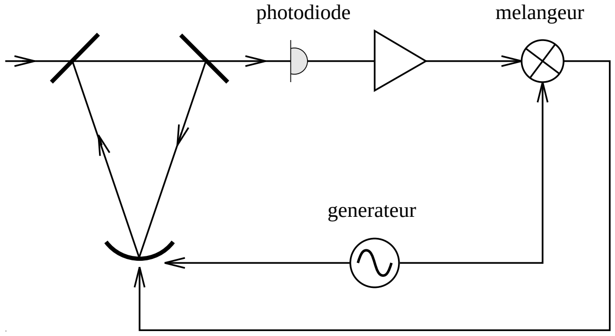

Figure 5.8.16: *Principe de contrôle du mode cleaner.*

Il faut donc que la profondeur de modulation soit suffisamment grande pour que le signal démodulé se trouve hors du bruit et vérifie ainsi la relation suivante[3] :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \Delta l}\right)_{\Delta l=\frac{\lambda}{3000}} \delta l \times \frac{\eta\ e}{h\ \nu} > \sqrt{2}\sqrt{2\ e\ I_{DC}}\sqrt{\Delta f} \tag{5.8.29}$$

Le bruit de photons doit être défini sur une bande de fréquence déterminée. Ne devant corriger que des variations lentes, on peut ne prendre en compte qu'une bande à basses fréquences de 0 à 10 Hz ($\Delta f = 10$ Hz).

La simulation de la puissance continue transmise par le mode cleaner[4] en fonction d'une différence de longueur de la cavité Δl (figure 5.8.17) donne une puissance continue à $\Delta l = 0$: $P(\Delta l = 0) = 0{,}44$ W. La valeur de la pente de P en $\Delta l = \frac{\lambda}{3000}$ m est également déduite de ce graphe.

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \Delta l}\right)_{\Delta l=\frac{\lambda}{3000}} = -0,2313 \times 10^{8}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}}$$

En considérant une efficacité quantique du photodétecteur de 0,9 , la valeur minimum

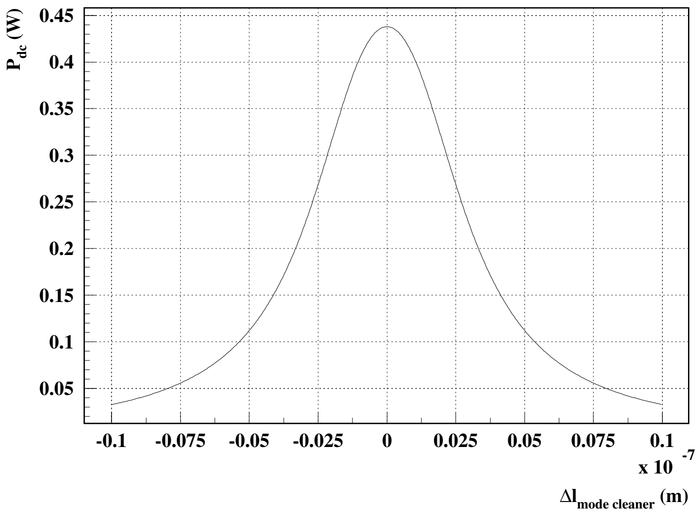

Figure 5.8.17: *Puissance continue transmise en fonction de la variation Δl de la longueur du mode cleaner.*

de la profondeur de modulation à appliquer est alors donnée par :

$$\delta l > 8,5 \times 10^{-17}\ \mathrm{m} \tag{5.8.30}$$

[3]Le facteur $\sqrt{2}$ apparaît pour la même raison que dans le chapitre 2.

[4]on suppose ici que le défaut de contraste à la sortie du mode cleaner est de $1 - C = 10^{-4}$.

Cette limite inférieure de la profondeur de modulation est petite. Il sera facile de faire une profondeur de modulation supérieure à cette limite afin de pouvoir assurer un signal démodulé supérieur au bruit de photons.

5.9 Réalisation pratique

5.9.1 Asservissement du mode cleaner

Pour maintenir le mode cleaner à la résonance, il faut pouvoir agir sur la longueur du chemin optique parcouru par la lumière à l'intérieur de la cavité. Nous pouvons faire varier ce chemin de deux façons:

- soit en modifiant physiquement la longueur de la cavité
- soit en modifiant l'indice de réfraction n du milieu

La longueur du mode cleaner et l'indice de réfraction peuvent être changés de deux façons :

  - en exerçant une pression mécanique
  - en faisant varier la température de la cavité

L'utilisation d'une pression mécanique permet d'agir sur le mode cleaner de façon rapide; cette technique va donc être utilisée pour réaliser la modulation à haute fréquence (quelques dizaines de kilohertz). La profondeur de modulation requise étant petite, l'action d'un piézoélectrique[5] sur le mode cleaner sera suffisante pour moduler la longueur du mode cleaner. Le contrôle de la température, en revanche, permettra d'agir sur le mode cleaner seulement à très basse fréquence ce qui sera suffisant pour assurer la dynamique nécessaire pour en contrôler la longueur.

Dans la pratique, le bloc de silice est placé dans une petite boîte en aluminium (voir figure 5.9.18). Le piézoélectrique est bloqué contre le bloc de silice à l'aide d'une vis de pression. Lorsque le disque en céramique est soumis à une tension électrique, son épaisseur se modifie. Il va exercer une pression sur le bloc et ainsi moduler la longueur de la cavité. Les deux radiateurs Peltier sont placés eux, à l'extérieur de la boîte mais sont maintenus solidaires de celle-ci par un cavalier. Ils vont permettre de chauffer ou refroidir le système afin de corriger la longueur de la cavité. La boîte est percée de différents orifices correspondants au trajet optique de la lumière (deuxième schéma de la figure (5.9.18)).

[5] La piézoélectricité est la propriété que présentent certains corps qui, lorsqu'ils sont soumis à une tension continue voit leur épaisseur e devenir $e + \Delta e$.

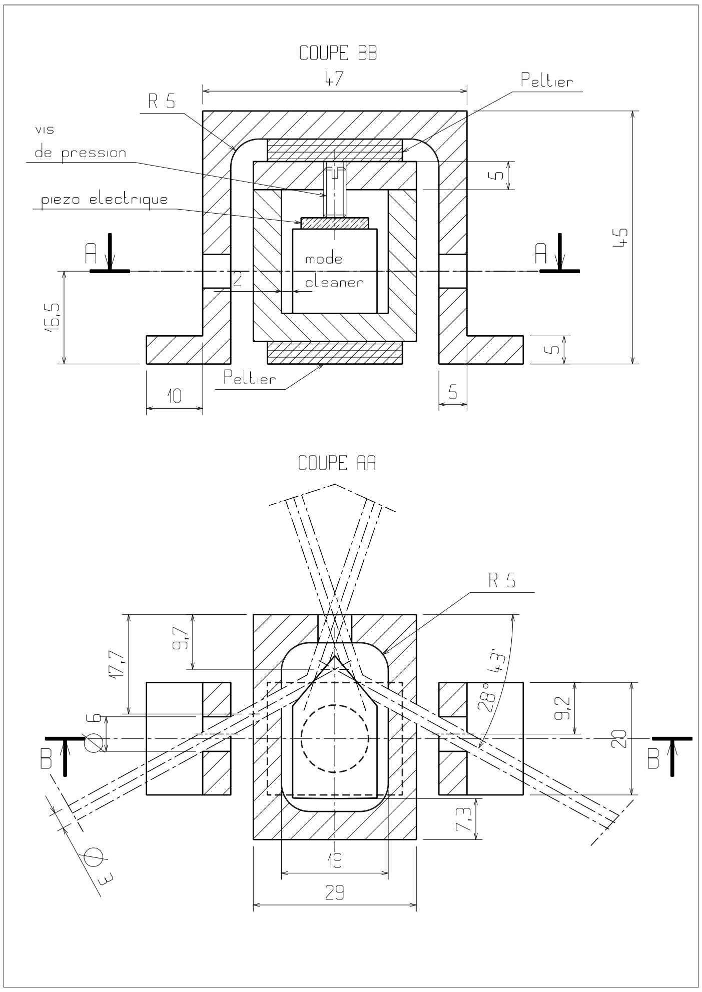

Figure 5.9.18: *Schéma du mode cleaner dans sa boîte.*

5.9.2 Réponse à une presssion

Le signal de modulation envoyé sur le piézoélectrique fait varier l'épaisseur de la céramique. Coincé entre la vis de pression en acier et le mode cleaner, le piézoélectrique exerce alors une force sur le bloc de silice. Sous l'effet de cette pression le mode cleaner se déforme physiquement et le chemin optique à l'intérieur de la cavité est modifié. Le signal de modulation envoyé sur le piézoélectrique module donc la longueur de la cavité. Mais il faut déterminer la correspondance entre la force appliquée sur le mode cleaner par le piézoélectrique et la variation de chemin optique induit afin de pouvoir assurer une profondeur de modulation δl supérieure à la limite fixée.

Pour connaître la pression minimum à appliquer, nous avons modélisé le mode cleaner

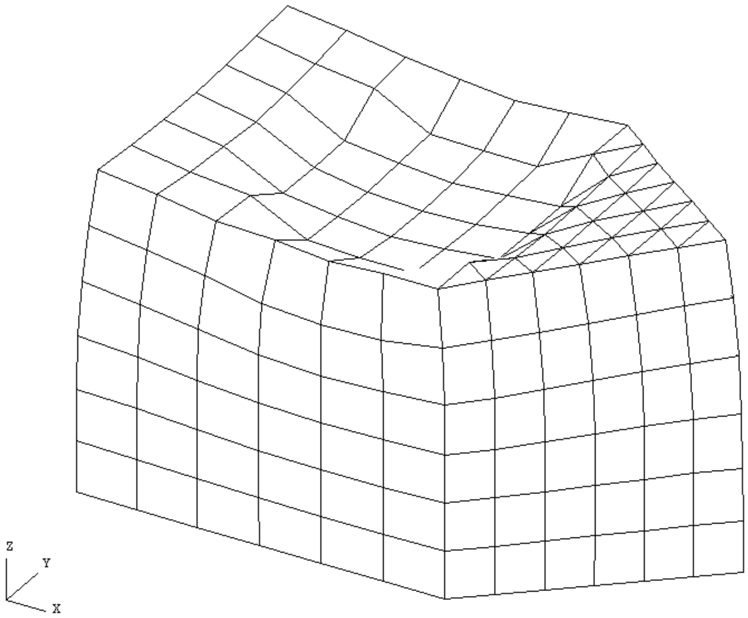

Figure 5.9.19: *Déformation mécanique du mode cleaner soumis à une force de 1 N.*

avec le programme de calcul mécanique "SYSTUS". Nous avons simulé la force exercée par le piézoélectrique sur le mode cleaner et calculé la déformation mécanique induite. La surface où s'applique la force est donnée par la surface du piézoélectrique (177 mm^2). La figure (5.9.19) montre la déformation du bloc de silice. L'échelle de la déformation de la figure (5.9.19) est amplifiée pour visualiser les effets. Si l'on regarde maintenant le profil de ce mode cleaner déformé (figure 5.9.20), on remarque que la longueur physique du bloc a augmenté au niveau où passe le faisceau par rapport à sa position de repos. Si l'on mesure le trajet optique qu'emprunte la lumière dans cette cavité déformée lorsque le piézoélectrique exerce une force de 1 N, on trouve une variation de chemin optique de (sur un aller simple) :

$$\delta l = 2,73 \times 10^{-10} \text{ m} \tag{5.9.31}$$

Il est à noter que cette simulation n'a tenu compte que de l'alongement mécanique du bloc de silice dû à une pression et en aucun cas d'une variation possible du chemin optique dû à l'effet de biréfringence.

Effet de biréfringence

En effet, s'il est sujet à une compression, un milieu isotrope comme la silice acquiert

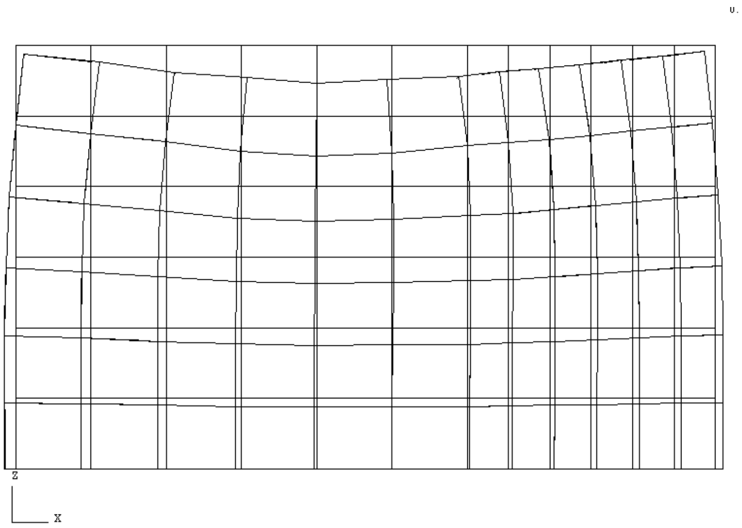

Figure 5.9.20: *Vue latérale du mode cleaner soumis à une force de 1 N.*

une biréfringence modifiant l'indice de réfraction et ainsi le chemin optique. Il faut donc estimer l'ordre de grandeur de cet effet de biréfingence sur le chemin optique afin de le comparer à l'alongement mécanique réel résultant de la même compression.

Un milieu matériel sous contraintes se déforme et les variations des indices (plus exactement de l'ellipsoïde des indices) $\delta\left(\frac{1}{n_i^2}\right)$ sont reliées au vecteur déformation (d_{ij}) par l'intermédiaire de la matrice photo-élastique (p_{ij}) suivant la relation [25] :

$$\delta\left(\frac{1}{n_i^2}\right) = p_{ij}\ d_{ij} \tag{5.9.32}$$

Le vecteur déformation est donné par les déplacements locaux de la matière. Si $u(r)$ représente le déplacement d'un point défini par le vecteur r, les déformations du milieu sont, par définition, fournies en théorie élastique par :

$$d_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i}\right) \quad (i,j = 1,2,3) \tag{5.9.33}$$

Cette matrice est symétrique. Il n'y a donc plus que six éléments indépendants. La matrice (d_{ij}) se simplifie à un vecteur (d_j) avec $j = 1$ à 6.

La matrice photo-élastique (p_{ij}) $(i,j = 1$ à $6)$ dépend de la structure cristalline du matériau étudié. Pour la silice (milieu isotrope) celle-ci est donnée par :

$$\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{11} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{12} & p_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{44} \end{pmatrix}$$

où $p_{44} = \frac{1}{2}\left(p_{11} - p_{12}\right)$.
Et $p_{11} = 0,121$ et $p_{12} = 0,270$ pour la silice fondue.

Dans le cas du mode cleaner, le bloc de silice est placé sous une contrainte dans la direction Oz. Le milieu subit une déformation caractérisée par le vecteur (d).

La lumière parcourant le mode cleaner est polarisée suivant l'axe z. Donc la variation d'indice intéressante dans le cas étudié est la variation suivant l'axe z c'est-à-dire δn_3. D'après l'expression (5.9.32) on obtient :

$$\delta n_3 = -\frac{1}{2}\left(n_3\right)^3 p_{3j}\ d_j$$

La silice étant un milieu isotrope, on en déduit d'après la matrice photo-élastique donnée ci-dessus :

$$\begin{aligned} \delta n_3 &= -\frac{1}{2}\left(n_3\right)^3 \left[p_{12}\ d_1 + p_{12}\ d_2 + p_{11}\ d_3\right] \\ &= -\frac{1}{2}\left(n_3\right)^3 \left[p_{12}\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y}\right) + p_{11}\left(\frac{\partial u_z}{\partial z}\right)\right] \end{aligned} \qquad (5.9.34)$$

Les déformations d_1, d_2, d_3 du milieu sont calculées à l'aide du programme de simulation mécanique "SYSTUS". Pour une force appliquée de 1 N sur une surface équivalente à la surface du piézoélectrique, on obtient par simulation les déformations suivantes :

$$\begin{aligned} < \frac{\partial u_z}{\partial z} > &\simeq -4,7 \times 10^{-8} \\ < \frac{\partial u_x}{\partial x} > &\simeq < \frac{\partial u_y}{\partial y} > \simeq 1,1 \times 10^{-8} \end{aligned}$$

La variation de l'indice n_3 est alors égale à :

$$\delta n_3 = -3,86 \times 10^{-10}$$

La différence de chemin optique créée par biréfringence doit être comparée à la différence de chemin optique créée par déformation physique. En effet, le chemin optique de la lumière dans le monobloc d'indice n est égal à $l_{opt} = n \times l$ où l est la longueur de la cavité. La différence de chemin optique créée par une compression s'écrit :

$$\frac{\delta(n \times l)}{n \times l} = \frac{\delta n}{n} + \frac{\delta l}{l} \tag{5.9.35}$$

Il est donc important de savoir si les deux effets créés par compression sont équivalents ou si l'un de ces deux effets est dominant par rapport à l'autre.

La variation relative d'indice dû à la biréfringence du matériau vaut :

$$\frac{\delta n}{n} = -2,66 \times 10^{-10}$$

La variation relative de longueur physique du mode cleaner dû à la déformation réelle du matériau vaut :

$$\frac{\delta l}{l} = 1,09 \times 10^{-8}$$

(Toutes les valeurs prises en compte dans ces calculs ont été mesurées en appliquant une force de 1 N sur le mode cleaner.)

Ces résultats numériques montrent que la variation de longueur de la cavité par l'effet de biréfringence est inférieure d'un facteur environ 100 à la variation de longueur de la cavité par déformation physique.

On peut donc en conclure que lorsque le piézoélectrique module la longueur du mode cleaner par l'action d'une pression, seule la variation de la longueur de la cavité doit être prise en compte.

5.9.3 Réponse à la température

La longueur du mode cleaner est contrôlée thermiquement. Une variation de la température fait varier l'indice de réfraction ainsi que la longueur du mode cleaner. Par conséquent, le chemin optique $l_{opt} = n \times l$ change suivant l'expression suivante :

$$\frac{\partial l_{opt}}{\partial T} = \frac{\partial n}{\partial T}\, l + n\, \frac{\partial l}{\partial T} \tag{5.9.36}$$

D'un côté, l'indice n de la silice varie suivant la température avec le coefficient thermal : $\frac{\partial n}{\partial T} = 11 \times 10^{-6}/°\mathrm{C}$. Ceci fait varier le chemin optique d'un facteur égal à :

$$l \times \frac{\partial n}{\partial T} = 2,75 \times 10^{-7}\ \mathrm{m}/°\mathrm{C} \tag{5.9.37}$$

Mais, d'un autre côté, l'expression (5.9.36) montre que cette même température fait varier les dimensions physiques du système. Ce deuxième effet un peu plus compliqué doit être estimé afin de pouvoir le comparer à l'effet dû simplement à la variation d'indice.

Lorsque que la température augmente, le mode cleaner se dilate ainsi que la boîte l'entourant. Le coefficient de dilatation de la boite (Al) étant supérieur à celui du mode cleaner (SiO_2), cette variation de température engendrera une diminution de la pression exercée par la boite sur le mode cleaner et tendra par conséquent à "raccourcir" celui-ci. L'alongement du mode cleaner est le résultat de ces deux phénomènes qui vont se compenser. Mathématiquement, cet alongement s'exprime par :

$$\frac{\partial l}{\partial T} = \alpha_{SiO_2}\ l + \frac{1}{K_{silice}} \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right) \tag{5.9.38}$$

où $\alpha_{SiO_2} = 0.52 \times 10^{-6}$ /°C est le coefficient de dilatation thermique de la silice, K_{silice} la constante élastique mécanique du mode cleaner et F la force exercée par la boîte sur le mode cleaner. La force F est donnée par la constante de la boîte et par la déformation X de la boite même :

$$\frac{\partial F}{\partial T} = K_{boîte} \left(\frac{\partial X}{\partial T}\right) \tag{5.9.39}$$

La variation $\left(\frac{\partial X}{\partial T}\right)$ de la déformation de la boîte avec la température dépend des coefficients de dilatation (α) des différents matériaux composant le système ainsi que de leurs dimensions (h) :

$$\frac{\partial X}{\partial T} = h_{boite}\ \alpha_{Al} - h_{vis}\ \alpha_{acier} - h_{PZT}\ \alpha_{PZT} - h_{mode\ cleaner}\ \alpha_{SiO_2} \tag{5.9.40}$$

Les valeurs exactes des hauteurs et des coefficients de dilatation thermique sont données dans la table (5.1) :

Matériau	α (10^{-6} /°C)	Hauteur (mm)
Aluminium	23.8	27
Acier	12	7
PZT	2	3
Silice	0.52	15

Tableau 5.1: *Coefficients de dilatation thermique α des différents matériaux constituant le système et hauteurs (h) de ces matériaux.*

On trouve pour la variation en hauteur du système en fonction de la température le coefficient :

$$\left(\frac{\partial X}{\partial T}\right) = 0,5\ \mu\text{m/°C} \tag{5.9.41}$$

Pour déterminer la constante de rappel K_{boite}, nous avons considéré le couvercle de la boite comme une plaque rectangulaire de dimensions $b \times a = 40 \times 29$ mm^2, et d'épaisseur $h = 5$ mm, chargée en son centre. La théorie de la résistance des matériaux prévoit pour une telle plaque ayant un rapport $b/a \approx 1,4$, une flèche en son centre égale à:

$$z = -0,0755 \; \frac{F \; a^2}{E \; h^3} \tag{5.9.42}$$

où E est le module d'Young de l'aluminium: $E = 7,89 \times 10^{10} \;\; \mathrm{N/m^2}$.

La constante de rappel de la boîte est donc égale à :

$$K_{boite} = \frac{F}{z} = -145,33 \times 10^6 \;\; \mathrm{N/m} \tag{5.9.43}$$

D'après (5.9.41) et (5.9.43), la variation de la force appliquée sur le mode cleaner par le couvercle de la boîte en fonction de la température vaut :

$$\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right) = -77,7 \;\; \mathrm{N/^\circ C} \tag{5.9.44}$$

La constante K_{silice} reste à déterminer. Avec la simulation mécanique du mode cleaner (utilisation de "SYSTUS"), nous avions calculé qu'une force de 1 N modifie la longueur de la cavité de $\delta l = 2.73 \times 10^{-10}$ m. D'où :

$$K_{silice} = \frac{F}{\delta l} = 3,66 \times 10^9 \;\; \mathrm{N/m} \tag{5.9.45}$$

L'effet de la température sur la longueur physique du mode cleaner est alors estimé à:

$$\begin{aligned} n \times \left(\frac{\partial l}{\partial T}\right) &= n \; \left[\left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_{silice} + \frac{1}{K_{silice}} \; \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)\right] \\ &= -1.23 \times 10^{-8} \;\; \mathrm{m/^\circ C} \end{aligned} \tag{5.9.46}$$

En comparant cette valeur à la valeur donnée par (5.9.37), on constate que cet effet est inférieur à l'effet dû à la variation d'indice d'un facteur 10 environ.

D'après l'expression (5.9.36), la réponse du système à la température vaut donc :

$$\left(\frac{\partial l_{opt}}{\partial T}\right) = 0,26 \times 10^{-6} \;\; \mathrm{m/^\circ C} \tag{5.9.47}$$

Ce résultat donne la possibilité d'estimer la variation de température que l'on doit appliquer au mode cleaner pour que la cavité passe d'une résonance à la suivante. On a vu dans l'annexe A que la cavité est à la résonance lorsque la longueur de celle-ci est multiple d'une demi-longueur d'onde. Donc pour passer d'un mode fondamental résonnant à un autre, on devra faire varier la température du mode cleaner de 2 °C.

Le mode cleaner prototype doit être maintenant testé réellement. Dans un premier temps nous testerons son bon fonctionnement. Puis par diverses mesures, nous vérifierons ses caractéristiques. On cherchera ensuite à asservir cette cavité suivant la méthode expliquée dans ce chapitre afin de savoir si cette technique est possible et si la précision sur l'asservissement de la longueur peut être atteinte. Ces mesures et vérifications constituent le sujet du chapitre suivant.

Chapitre 6

Test du mode cleaner prototype

6.1 Introduction

Le mode cleaner décrit dans le chapitre précédent a été réalisé puis testé. La première partie des tests a consisté à caractériser les différents paramètres optique de la cavité (finesse, rayon de courbure du miroir d'extrémité) afin de vérifier que l'on retrouvait les caractéristiques calculées. La seconde partie a porté sur l'asservissement du mode cleaner afin de vérifier si celui-ci pouvait être asservi suivant la technique expliquée dans le précédent chapitre et si la précision requise pouvait être atteinte.

6.2 Description du dispositif expérimental

Pour pouvoir tester le mode cleaner prototype, un banc de test, schématisé sur la figure (6.2.1), a été mis en place.

La source de lumière utilisée est un laser Nd:YAG ($\lambda = 1,064\ \mu$m). Le bruit en puissance de ce laser est représenté sur la figure (6.2.2). La variation de puissance relative du laser est mesurée égale à :

$$\frac{\Delta P}{P} = 3 \times 10^{-7}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$$

excepté autour de 10 kHz où une augmentation apparaît (cette “bosse” limitera par la suite le choix de la fréquence de modulation).

A la sortie du laser, le faisceau passe à travers un diaphragme permettant d'atténuer la lumière parasite.

Pour une question de stabilité, le laser est utilisé loin de son seuil de fonctionnement. Il fournit dans notre cas précis une puissance d'environ 250 mW. Mais toute cette puissance ne va pas être envoyée vers le mode cleaner à tester. Un filtre réduit à 25 mW la puissance envoyée vers les différents éléments optiques.

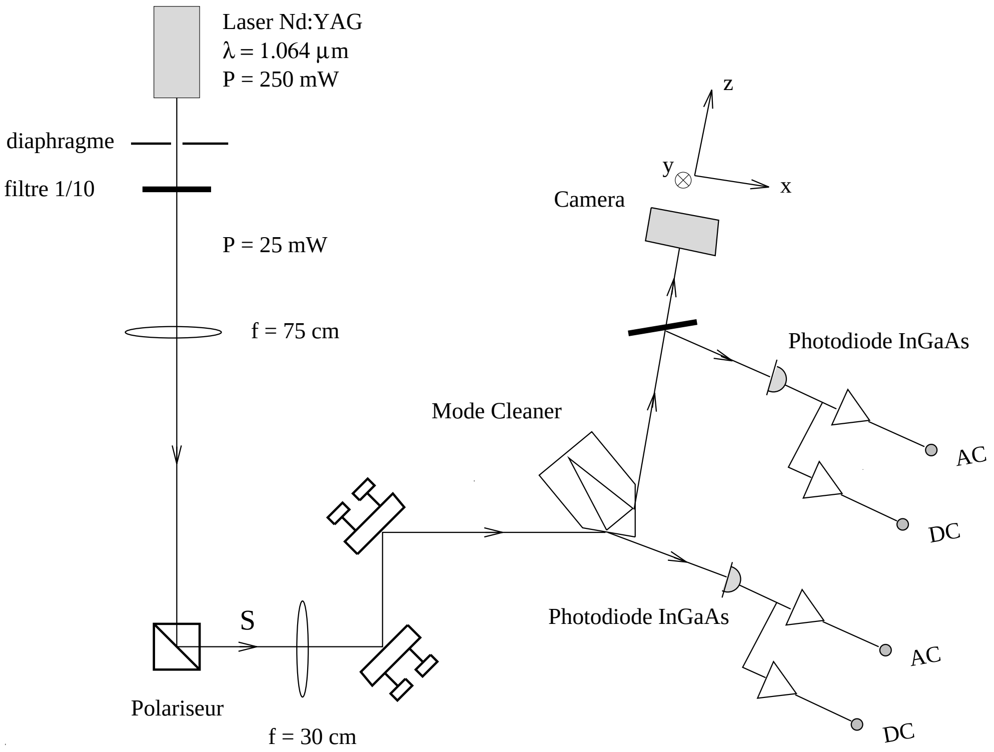

Figure 6.2.1: *Banc de test schématisé.*

La polarisation de la lumière est également sélectionnée. Un cube polariseur placé après le filtre permet de n'envoyer qu'une seule polarisation (la polarisation S) du faisceau vers la cavité.

Le faisceau gaussien donné par le laser a son waist au niveau de la cavité optique interne du laser. Le faisceau va donc diverger au fur et à mesure de sa propagation à travers les optiques. Pour que ce faisceau soit transmis par le mode cleaner, il faut qu'il soit résonnant dans la cavité et par conséquent adapté aux caractéristiques de celle-ci. Le waist du mode cleaner a été calculé égal à $w_0 = 140\ \mu$m. Le waist du faisceau incident doit donc se positionner au niveau de la cavité et être égal à 140 μm.

L'adaptation en taille du faisceau est obtenue à l'aide d'un télescope formé par deux lentilles. La première lentille placée à une distance du laser environ égale à sa focale (75 cm) transforme le faisceau divergent en un faisceau "parallèle" ayant un rayon d'environ 1 mm. La deuxième lentille placée 30 cm avant le mode cleaner focalise le faisceau sur celui-ci avec un waist d'environ 140 μm. La focale de la deuxième lentille de 30 cm permet de placer entre cette lentille et le mode cleaner deux miroirs (de réflectivité R=0,99 en puissance à angle d'incidence 45°) donnant la possibilité d'aligner le faisceau à l'entrée du

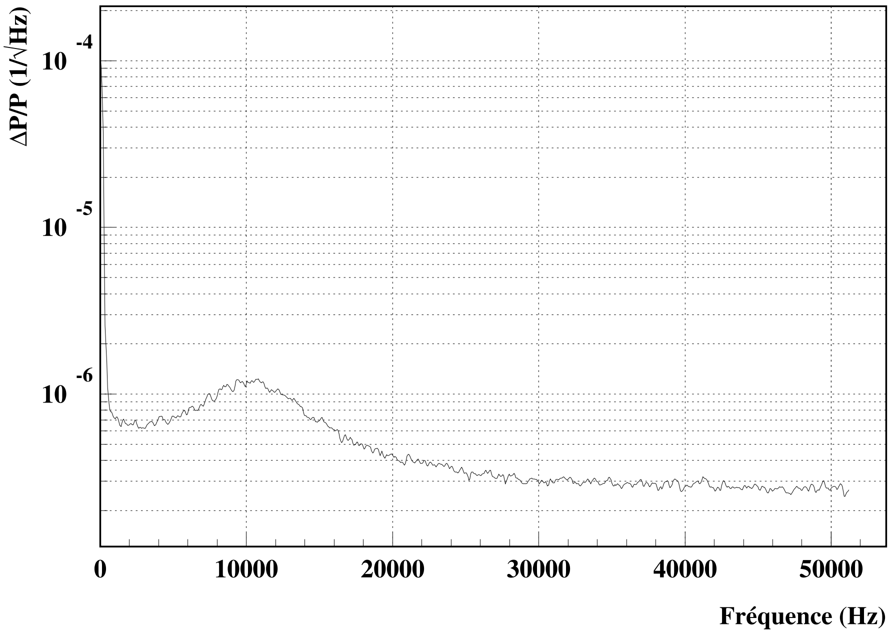

Figure 6.2.2: *Variation relative en puissance du laser.*

mode cleaner. La combinaison de ces deux miroirs permet de faire varier la direction du faisceau angulairement mais également de le déplacer transversalement. L'ajustement du faisceau en position et en angle à l'entrée du mode cleaner permet d'aligner celui-ci sur l'axe de la cavité.

Ainsi tous les degrés de liberté du faisceau sont contrôlés à l'aide d'un télescope et des deux miroirs.

La partie du faisceau transmise par la cavité est mesurée à la fois par une caméra et une photodiode. Le signal continu et le signal à la fréquence de modulation donnés à la sortie de la photodiode sont mesurés sur deux voies électroniques différentes. Sur la voie AC, un filtre adapté à la fréquence de modulation permettra de sélectionner la fréquence demandée.

De même, la partie de lumière réfléchie par le mode cleaner est mesurée par une photodiode. Le mode cleaner schématisé sur la figure (6.2.1) est "nu" mais en réalité il est placé à l'intérieur de sa petite boîte en aluminium selon la configuration décrite dans le chapitre 5. Une sonde permet de mesurer de façon continue la température de cette boîte.

Nous pouvons à présent, à l'aide de ce banc optique, tester le mode cleaner prototype.

6.3 Caractérisation du mode cleaner

Afin d'observer le comportement de la cavité, le système "boîte + mode cleaner" a tout d'abord été chauffé. Le bloc de silice ayant une réponse au chauffage plus lente que la boîte d'aluminium (en raison de sa plus faible conductivité thermique), la rampe en tension appliquée aux radiateurs Peltier a été choisie suffisamment lente pour que la température reste uniforme dans tout le système. Ainsi la température donnée par la sonde du thermomètre placée dans une paroi de la boîte peut être considérée comme étant la température du bloc de silice. Le laser est suffisamment stable en fréquence pour pouvoir négliger ses variations en fréquence.

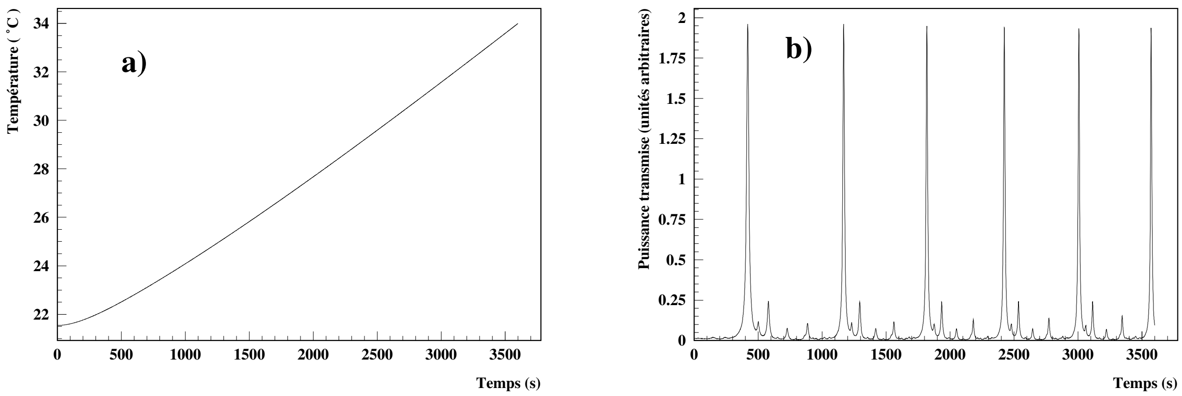

Figure 6.3.3: *Montée lente en température du mode cleaner.* ***a)*** *Température en fonction du temps.* ***b)*** *Puissance transmise par le mode cleaner en fonction du temps.*

Les résultats de cette mesure effectuée pendant une heure environ sont représentés sur la figure (6.3.3). La figure (6.3.3.b) représente la puissance transmise par le mode cleaner en fonction du temps tout au long de la montée en température, température qui est représentée sur la figure (6.3.3.a). La puissance transmise par le mode cleaner est retracée sur la figure (6.3.4) en fonction de la température.

Nous observons toute une série de pics qui correspondent aux différents modes de résonance de la cavité. En effet, l'augmentation de la température fait varier l'indice de réfraction de la silice et par conséquent la longueur de la cavité. Cette longueur va au fur

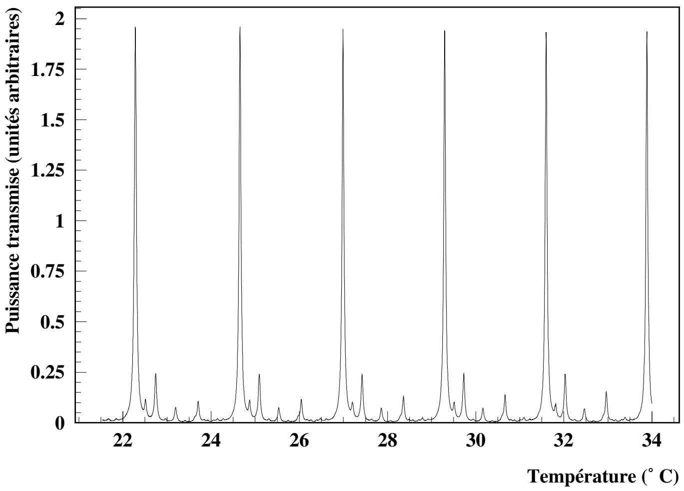

Figure 6.3.4: *Puissance transmise par le mode cleaner en fonction de la température.*

et à mesure de sa variation faire que les fréquences de résonance des différents modes de la cavité vont s'accorder sur la fréquence du laser. Ainsi chaque mode de la cavité va résonner et donc être transmis par celle-ci. Le plus haut des pics est le mode fondamental, puis viennent les modes transverses TEM_{01}, TEM_{11} ... La répartition spatiale de ces modes est donnée par l'image caméra pour les modes TEM_{00}, TEM_{01} et TEM_{11} reportée sur la figure (6.3.5).

De ces mesures peuvent être déduites deux caractéristiques optiques du mode cleaner : sa finesse et le rayon de courbure du miroir d'extrémité.

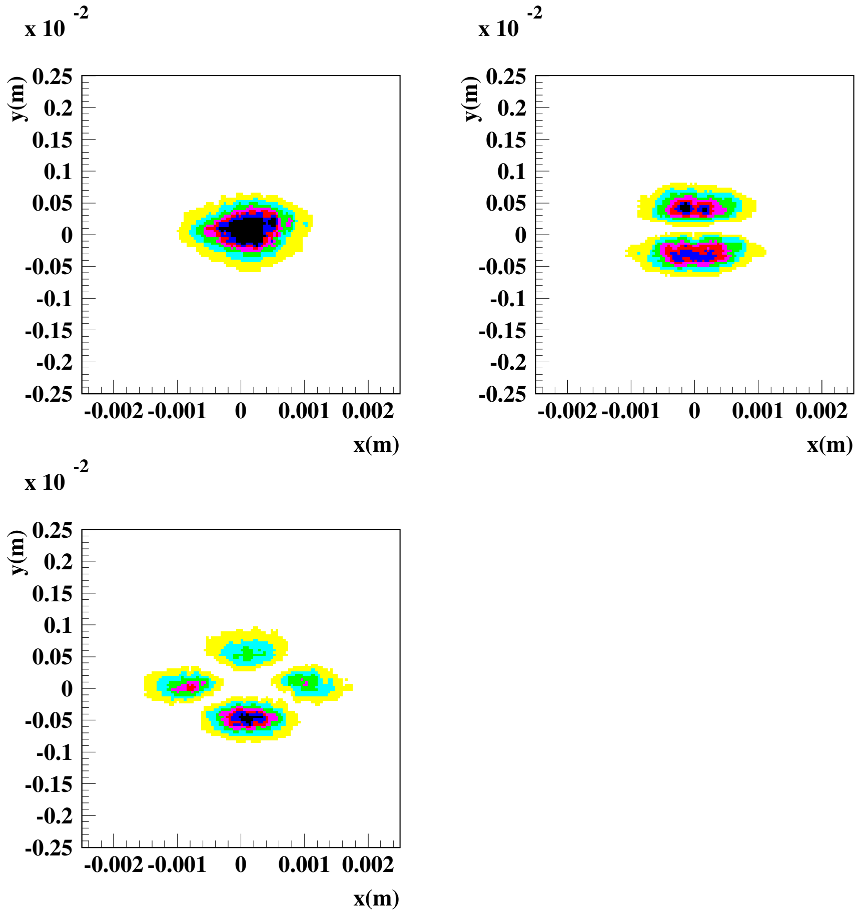

Figure 6.3.5: *Image (répartition spatiale de l'intensité) des modes TEM_{00}, TEM_{01} et TEM_{11} transmis par le mode cleaner.*

6.3.1 Mesure de la finesse

Chaque mode résonnant transmis par la cavité apparaît périodiquement (ce qui est conforme à la théorie expliquée dans le chapitre 5). Ces différentes résonances vont permettre la mesure de la finesse de la cavité.

En effet, la finesse est donnée par le rapport entre l'intervalle spectral libre (c'est-à-dire la distance entre deux pics de résonance du même mode) et la largeur à mi-hauteur du pic de résonance. Nous pouvons donner une estimation de cette finesse en considérant la distance entre les pics de résonance du TEM_{00} et leur largeur. Mais afin d'augmenter la précision de la mesure, nous n'allons pas seulement considérer les pics de résonance du mode fondamental mais également les pics des deux modes transverses suivants. Ces trois pics de résonance sont ajustés par la fonction d'Airy sur la figure (6.3.6). La largeur à

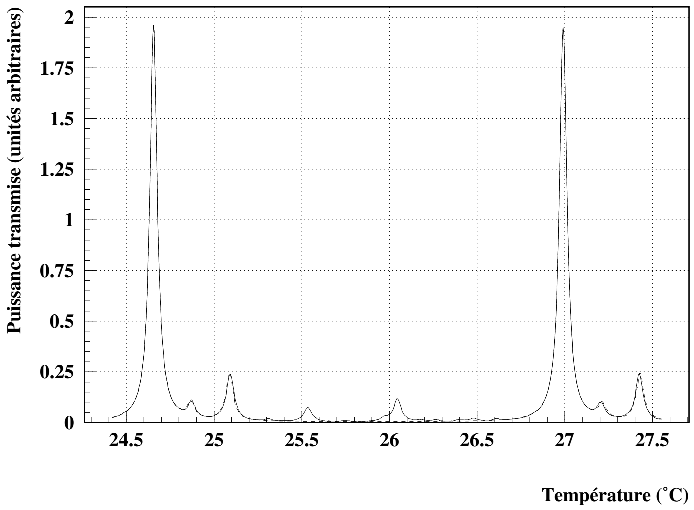

Figure 6.3.6: *Deux pics de résonance du mode TEM_{00} et de deux modes transverses. Sur le graphe, les pics sont ajustés par la fonction d'Airy.*

mi-hauteur du pic de résonance et l'intervalle spectral libre sont déduits des résultats de l'ajustement et ainsi mesurés avec plus d'exactitude. Le résultat de ces mesures donne une finesse pour cette cavité de :

$$\mathcal{F} = 46$$

Cette valeur est de l'ordre de grandeur de la valeur calculée lors de la conception du mode cleaner prototype ($\mathcal{F} = 50$).

6.3.2 Mesure du rayon de courbure

Avec la même série de données, le rayon de courbure ρ de la face appelée 3 peut être mesuré. D'après l'équation (5.3.14), le déphasage subi par la lumière lors d'un tour complet dans le mode cleaner est égal à :

$$\phi = 2\ k\ l - 2\ (m + n + 1) \arccos \sqrt{g} \tag{6.3.1}$$

où $g = 1 - \frac{l}{\rho}$.

La cavité est en résonance sur l'un des modes du faisceau lorsque le déphasage subi par ce mode lors d'un tour complet de la cavité est multiple de $2\ \pi$:

$$2\ k\ l - 2\ (m + n + 1) \arccos \sqrt{g} = 2\ q\ \pi \tag{6.3.2}$$

où q est un entier.

Pour passer d'une résonance du mode fondamental à la résonance suivante de ce même mode, la longueur de la cavité doit varier d'une valeur :

$$\Delta l_{00\to 00} = \frac{\lambda}{2} \tag{6.3.3}$$

Maintenant pour passer d'une résonance du mode fondamental à la résonance du premier mode transverse suivant (m+n = 1), la longueur de la cavité doit varier d'une valeur :

$$\Delta l_{00\to 01} = \frac{\lambda}{2\pi} \ \arccos \sqrt{g} \tag{6.3.4}$$

La puissance transmise par le mode cleaner est mesurée en fonction de la température et non en fonction de la longueur de la cavité. Mais on peut s'affranchir de cette différence en considérant le rapport entre $\Delta l_{00\to 01}$ et $\Delta l_{00\to 00}$. La mesure donne pour ce rapport la valeur :

$$\frac{\Delta l_{00\to 01}}{\Delta l_{00\to 00}} = 0,093 \tag{6.3.5}$$

L'expression analytique de ce rapport est donné, d'après (6.3.3) et (6.3.4), par :

$$\frac{\Delta l_{00\to 01}}{\Delta l_{00\to 00}} = \frac{1}{\pi} \ \arccos \sqrt{g} \tag{6.3.6}$$

L'expression et la valeur du rayon de courbure de la face 3 sont alors données par :

$$\rho = \frac{l}{1 - \cos^2(\pi \times \frac{\Delta l_{00\ \to\ 01}}{\Delta l_{00\ \to\ 00}})} = 30 \text{ cm} \tag{6.3.7}$$

Le rayon de courbure demandé lors de la réalisation du mode cleaner était de 300 mm. La mesure confirme cette valeur.

Les caractéristiques optiques du mode cleaner prototype, retrouvées par la mesure, sont conformes à celles qui avaient été demandées lors de la conception de celui-ci. Ces paramètres étant vérifiés, le mode cleaner va maintenant être étudié afin d'obtenir des réponses nécessaires pour l'asservissement. Le paragraphe suivant traite des réponses statique et dynamique du mode cleaner à la température.

6.4 Réponse du mode cleaner à la température

6.4.1 Réponse statique

La réponse statique du mode cleaner à la température est déduite des mesures expliquées dans le paragraphe (6.3).

Reprenons la figure (6.3.6) donnant les différents pics de résonance en fonction de la température. Ces pics sont périodiques et se regroupent sous forme de sous-ensembles identiques entre eux. La différence de chemin optique lorsque la cavité passe de la résonance d'un mode (m,n) à la résonance suivante de ce même mode est égal à λ (pour un aller retour). Chaque sous-ensemble est donc espacé de λ.

A l'intérieur d'un sous-ensemble, les pics sont également régulièrement espacés. L'intervalle entre deux résonances de deux modes différents peut être mesuré sur le graphe (6.3.6). Si on le normalise par rapport à λ (écart entre deux sous-ensembles), les mesures donnent une valeur :

$$\Delta l = 0,093\ \lambda$$

Nous pouvons à présent déduire l'allongement du mode cleaner en unité de λ en fonction de la température (figure 6.4.7).

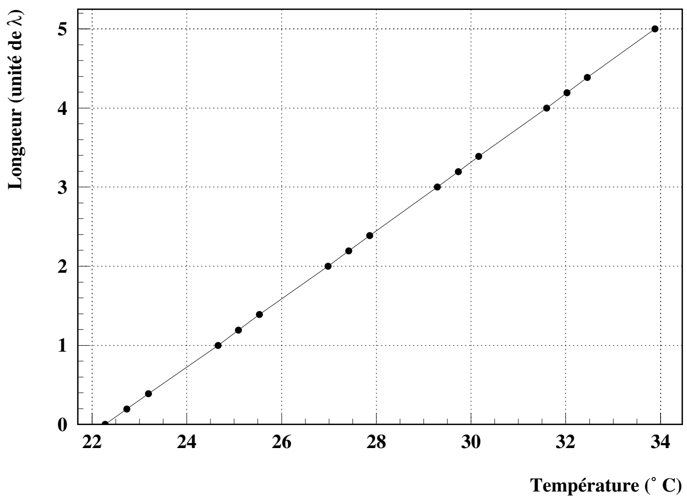

Figure 6.4.7: *Variation de la longueur du mode cleaner en unité de λ en fonction de la température.*

Chaque symbole représente un pic de résonance (On a considéré uniquement le mode fondamental et les deux modes transverses suivants).

Le graphe (6.4.7) montre que la température du mode cleaner doit varier d'environ 2.2°C pour que la cavité passe de la résonance d'un mode à la résonance suivante de ce même mode. On retrouve donc expérimentalement le résultat estimé par le calcul dans le paragraphe (5.9.3).

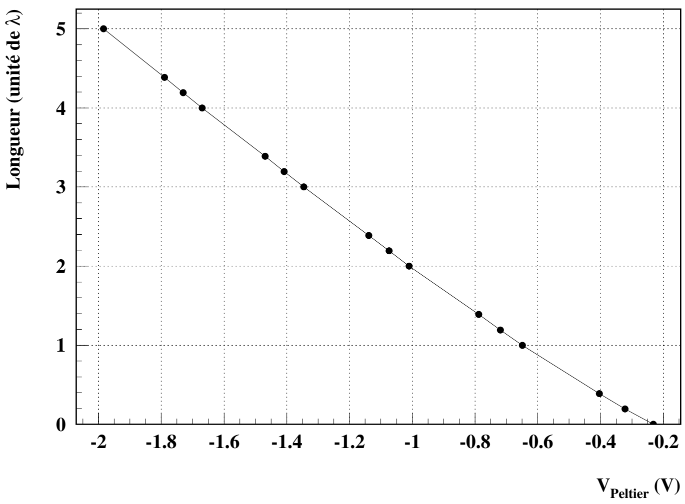

Figure 6.4.8: *Variation de la longueur du mode cleaner en unité de λ en fonction de la tension appliquée sur les radiateurs Peltier.*

A partir des mêmes données et en suivant la procédure décrite ci-dessus, on peut également mesurer la réponse du mode cleaner à une tension appliquée aux radiateurs Peltier. La variation de la longueur du mode cleaner en unité de λ en fonction de la tension $V_{Peltier}$ est représentée sur la figure (6.4.8). Pour une variation de longueur du mode cleaner de λ, la tension à appliquer sur les radiateurs Peltier est de 0,335 V. Cette réponse sera utile par la suite lors des tests du système d'asservissement du mode cleaner.

6.4.2 Réponse dynamique du système thermique

Les mesures étudiées jusqu'ici mettent en jeu un chauffage très lent pour que la température s'uniformise dans tout le système. Pour identifier la dynamique du sytème thermique du mode cleaner, on peut mesurer la réponse de la cavité à un échelon de température (dans notre cas à un échelon de courant sur les radiateurs Peltier). Le graphe (6.4.9.a) montre la réponse du mode cleaner à un échelon de courant de 600 mA.

L'observation de cette réponse conduit à retenir un modèle d'ordre 2 à deux constantes de temps τ_1 et τ_2. D'où l'expression suivante donnant l'allongement en fonction du temps :

$$\Delta l = C_1 + C_2\,(1 - a\,e^{-\frac{t}{\tau_1}} - b\,e^{-\frac{t}{\tau_2}}) \tag{6.4.8}$$

où τ_1 et τ_2 représentent les constantes de temps du mode cleaner. a et b dépendent de τ_1 et τ_2: $a = -\frac{\tau_1}{\tau_2 - \tau_1}$ et $b = \frac{\tau_2}{\tau_2 - \tau_1}$.

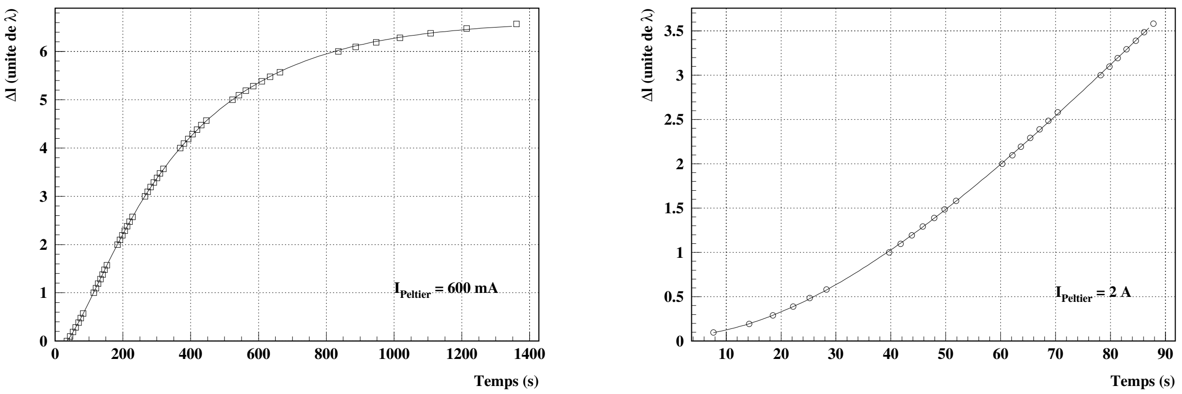

Figure 6.4.9: *Réponse du mode cleaner à un échelon de température pour déterminer ses constantes de temps. La figure de gauche correspond à un palier moins élevé (600 mA de courant dans les radiateurs Peltier) que pour la figure de droite (2 A).*

La constante C_1 correspond à la longueur de départ de la cavité: à $t = 0$, $\Delta l = C_1$.
La constante C_2 correspond à l'alongement total: à $t = \infty$, $\Delta l = C_1 + C_2$.

Pour pouvoir déterminer avec plus de précision la plus petite constante de temps, une mesure similaire à la précédente a été faite mais avec un échelon de courant plus fort (de 2 A). La réponse du mode cleaner est représentée sur la figure (6.4.9.b).

Le résultat de l'ajustement des données de ces deux mesures par la fonction (6.4.8) donne :

$$\begin{aligned} \tau_1 &\simeq 1 \text{ min} \\ \tau_2 &\simeq 5 \text{ min} \end{aligned}$$

La valeur trouvée pour τ_1 de l'ordre de la minute correspond également à la valeur approximative déduite de la courbe 6.4.9 (gauche).

Cette identification conduit donc à retenir un modèle d'ordre 2 pour le mode cleaner.

Nous avons caractérisé la réponse du mode cleaner à la température et déterminé les constantes de temps de ce mode cleaner. Les résultats de ces mesures vont être utilisés pour les tests du système d'asservissement de la cavité qui est le sujet du paragraphe suivant.

6.5 Asservissement du mode cleaner

6.5.1 Dispositif expérimental

Le principe d'asservissement testé est celui expliqué dans le paragraphe 5.9. Le dispositif expérimental complété est schématisé sur la figure (6.5.10).

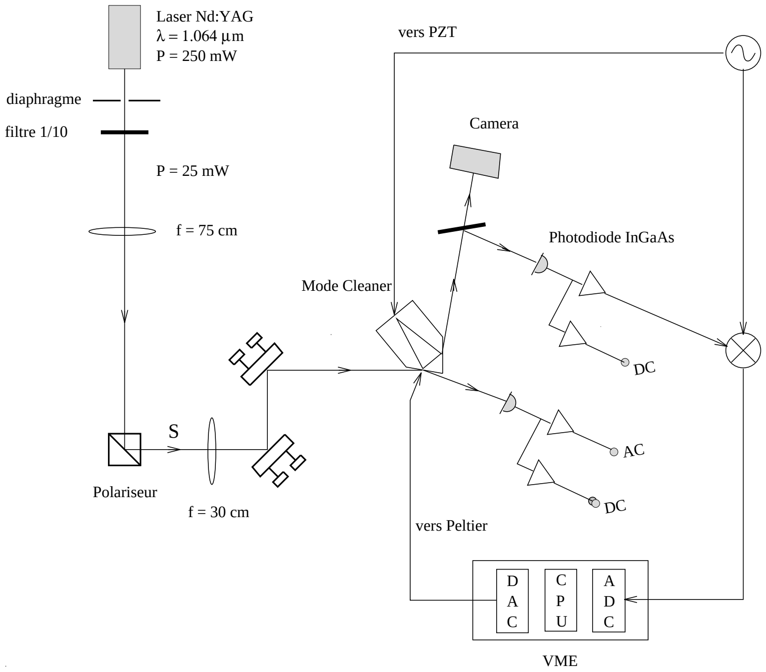

Figure 6.5.10: *Banc de test avec la boucle d'asservissement schématisée.*

La longueur du mode cleaner est modulée à l'aide d'un piézoélectrique exerçant une pression sur le bloc de silice. La fréquence avec laquelle la longueur est modulée est choisie de façon à se trouver hors de la "bosse" de bruit du laser (figure 6.2.2). La fréquence de modulation doit donc être égale à au moins quelques vingtaines de kHz. Pour ce test, elle a été choisie égale à 24 kilohertz.

Le signal transmis par le mode cleaner est mesuré par une caméra et une photodiode. Nous relevons la sortie DC de la photodiode. La sortie AC est tout d'abord filtrée par un circuit résonnant à 24 kHz avant d'être envoyée sur un mélangeur pour être démodulée. La phase du signal de référence permettant la démodulation, est ajustable (voir schéma 6.5.11) afin d'accorder cette phase sur la phase du signal de sortie de la photodiode.

Le signal d'erreur est ensuite lu par un convertisseur analogique-numérique (ADC), puis analysé par un CPU qui renvoie par l'intermédiaire d'un convertisseur numérique-

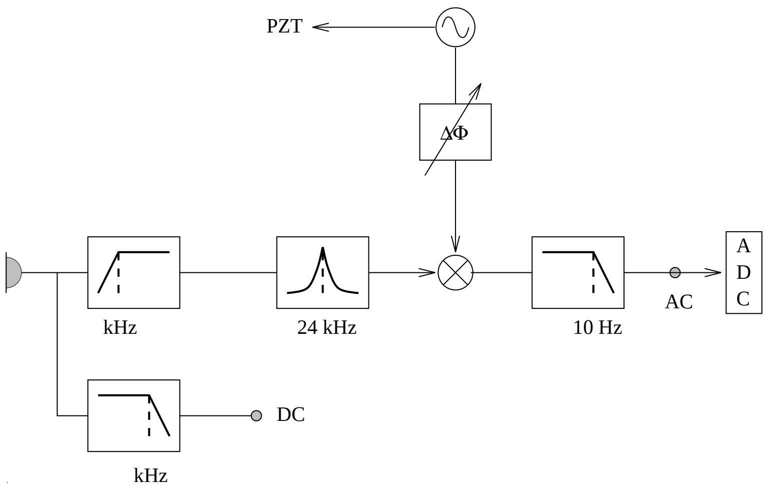

Figure 6.5.11: *Chaîne électronique derrière la photodiode.*

analogique (DAC) le signal de correction aux radiateurs Peltier. Ceux-ci vont en conséquence chauffer ou refroidir le mode cleaner afin de corriger la longueur de la cavité. La boucle d'asservissement est ainsi fermée.

La température mesurée par le thermomètre placé dans une des parois de la boite en aluminium contenant le mode cleaner est aussi envoyée à un ADC afin de contrôler continuellement la température lors des différentes mesures.

6.5.2 Signal d'erreur

Avant toute détermination d'asservissement possible, nous devons connaître le signal d'erreur que donne le mode cleaner lorsqu'il est soumis à une variation de température. Ce mode cleaner est donc tout d'abord soumis à une montée en température sans boucle d'asservissement. La puissance continue de la sortie de la photodiode ainsi que le signal démodulé sont représentés sur la figure (6.5.12) lorsque le mode cleaner passe par la résonance du mode fondamental. Le second graphe donne le signal d'erreur. C'est à partir de ce signal d'erreur que le signal de correction à appliquer sur les radiateurs Peltier doit être déduit.

Nous avons donc besoin de connaître à quelle variation de longueur correspond une variation du signal d'erreur $\left(\frac{dV_{AC}}{dl}\right)$. Nous pouvons déduire la correspondance entre V_{AC} et l des deux graphes de la figure (6.5.12).

Autour de la résonance, le signal démodulé est quasiment linéaire. La pente de la

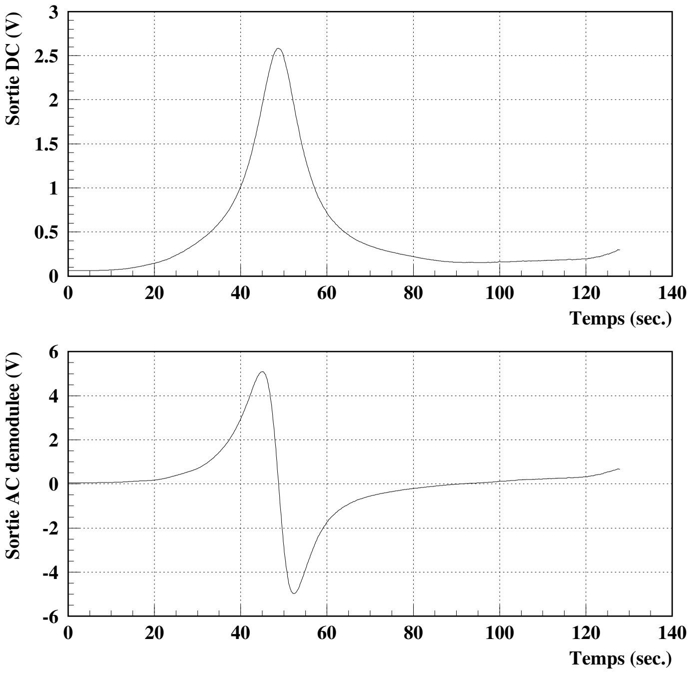

Figure 6.5.12: *Sortie continue (en haut) et démodulée (en bas) du signal transmis par le mode cleaner lors du passage par une résonance du mode fondamental.*

courbe proche de la résonance donne le signal V_{AC} en fonction du temps :

$$\frac{dV_{AC}}{dt} = -2,54 \quad \text{V/s} \tag{6.5.9}$$

Le signal continu va permettre la conversion en V/λ. En effet, la largeur à mi-hauteur du signal continu est donné par $\left(\frac{\lambda}{\mathcal{F}}\right)$ où la finesse est égale à 50. Cette même largeur correspond en unité de temps à 13,25 secondes. D'où :

$$\frac{dl}{dt} \simeq 1.5 \times 10^{-3} \ \lambda/\text{s} \tag{6.5.10}$$

D'après (6.5.9) et (6.5.10), la correspondance entre la tension du signal démodulé et la longueur du mode cleaner est donnée par :

$$\frac{dV_{AC}}{dl} = 1700 \quad \text{V}/\lambda \tag{6.5.11}$$

Cette calibration donne la valeur de la variation en tension à la sortie de la chaîne en fonction de la différence de longueur du mode cleaner.

Grâce à cet étalonnage et à la correspondance mesurée dans le paragraphe (6.4.1) entre la tension appliquée aux radiateurs Peltier et la différence de longueur induite $\left(\frac{dl}{dV_{Peltier}}\right) = -2.87$ m/V, il est possible de calculer le gain total de cette boucle :

$$\frac{dV_{AC}}{dV_{Peltier}} \simeq 5000 \qquad (6.5.12)$$

Donc la chaîne totale a un gain égal à 5000.

6.5.3 Fonction de transfert du mode cleaner

De tous les éléments formant la boucle d'asservissement, seul le système thermique constitué par le mode cleaner et la boîte le contenant a une réponse dépendant de la fréquence.

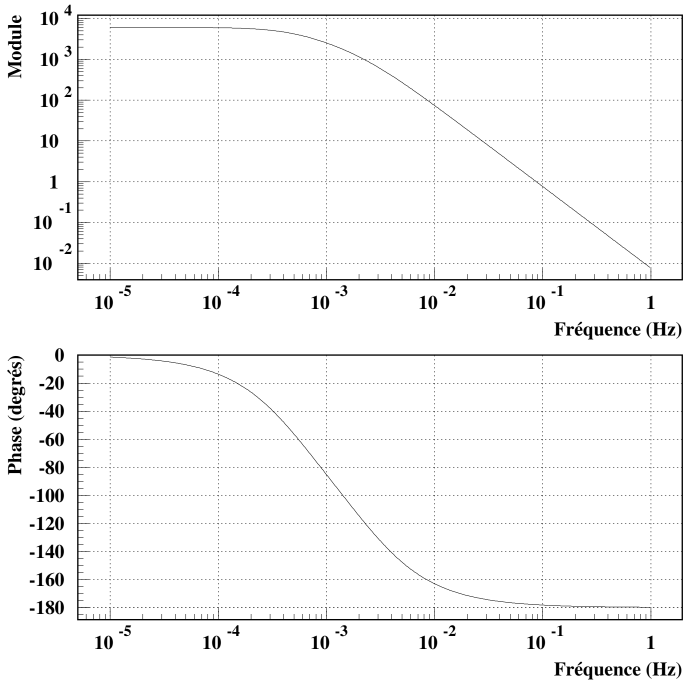

Figure 6.5.13: *Fonction de transfert du mode cleaner.*

Dans la partie (6.4.1), la réponse du mode cleaner à un échelon de température a mis en évidence que celui-ci a deux constantes de temps. Le mode cleaner se comporte comme un filtre passe-bas du deuxième ordre dont les deux fréquences de coupure sont reliées aux deux constantes de temps mesurées :

$$\omega_1 = \frac{1}{2\ \pi\ \tau_1} \simeq 2,5\ \mathrm{mHz}$$
$$\omega_2 = \frac{1}{2\ \pi\ \tau_2} \simeq 0,5\ \mathrm{mHz}$$

A partir de la réponse en temps du mode cleaner et de la valeur du gain mesuré en continu, on peut déduire, par transformée de Fourier, la réponse en fréquence du système dans son ensemble. Celle-ci est représentée sur la figure (6.5.13). La réponse en fréquence du mode cleaner est à présent déterminée. Elle sera utilisée par la suite pour concevoir la boucle d'asservissement.

6.5.4 Boucle d'asservissement

Les variations qui doivent être corrigées à l'aide de cet asservissement sont des variations peu rapides telles que les dérives lentes en fréquence du laser. La boucle d'asservissement devra donc agir à basse fréquence. Nous avons décidé de faire une boucle ayant une fréquence de coupure à - 3 dB à 30 mHz.

Afin d'atteindre cet objectif, nous devons concevoir un filtre correcteur associé à la fonction de transfert du mode cleaner. Pour obtenir une bonne précision, le filtre électronique sera en premier lieu constitué d'un intégrateur. Mais cet intégrateur va déphaser de - 90° la phase du signal et, si l'on tient compte de la phase du mode cleaner, la phase totale obtenue rendra le système d'asservissement instable (phase $< -180°$). La phase est donc “remontée” vers des phases plus positives à l'aide de deux zéros à
3 mHz afin d'assurer un degré de stabilité élevé. Le correcteur ainsi déterminé se comporte dans la zone de fréquences supérieures à 10^{-2} Hz comme un dérivateur pur. Pour éviter l'amplification des bruits, on ajoute un pôle double situé à 300 mHz. La fonction de transfert de ce filtre électronique constitué par deux pôles à 300 mHz, deux zéros à 3 mHz et un intégrateur est représentée sur la figure (6.5.14).

La représentation de Bode de la fonction de transfert du système dans son ensemble, somme de la réponse du mode cleaner et de la réponse du circuit d'asservissement est tracée sur la figure (6.5.15). La marche de gain d'environ 80° assure un bon degré de stabilité de cet asservissement.

Nous pouvons à présent introduire ce filtre électronique dans la boucle d'asservissement et essayer de fermer celle-ci.

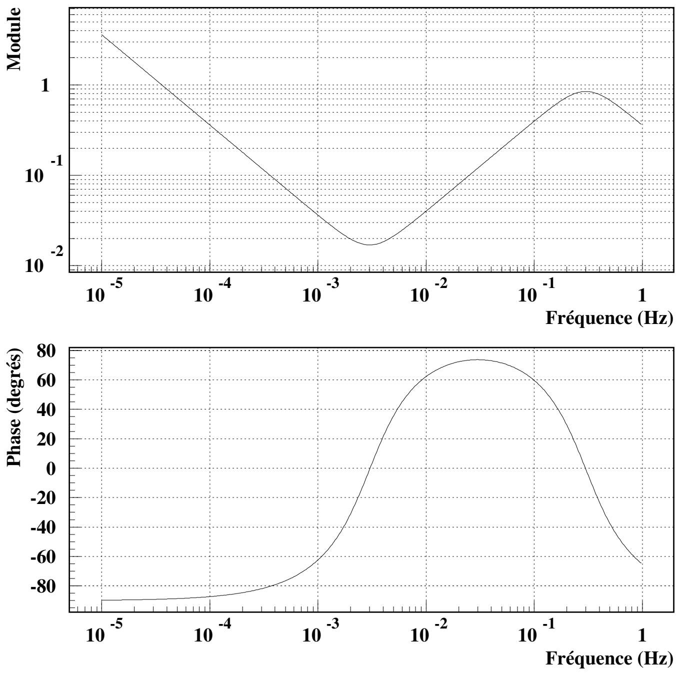

Figure 6.5.14: *Fonction de transfert du filtre électronique. Le module est représenté sur le graphe supérieur, la phase sur le graphe inférieur.*

6.5.5 Test de l'asservissement

La boucle d'asservissement est réalisée en pratique selon le schéma expliqué sur la figure (6.5.10).

Le filtre électronique conçu dans le paragraphe précédent n'est pas un filtre analogique mais un filtre numérique. Les données du signal démodulé sont échantillonnées par l'ADC, puis sont traitées au niveau du CPU par un programme de simulation de filtres. La période d'échantillonnage (1/10 de seconde) est faible devant les constantes de temps du système. Par conséquent, la synthèse précédente reste valable. Cette technique numérique présente l'avantage de pouvoir modifier facilement les paramètres du filtre. Une fois les données filtrées suivant les paramètres voulus, le signal de correction est envoyé à un DAC et par la suite aux radiateurs Peltier.

Une fois tous ces éléments mis en place en pratique, nous avons essayé de fermer la boucle d'asservissement. La cavité a été tout d'abord amenée aux alentours de la résonance du mode fondamental par un chauffage lent. Une fois proche de la résonance, la boucle est fermée afin de maintenir la cavité à la résonance. Mais ces premiers essais

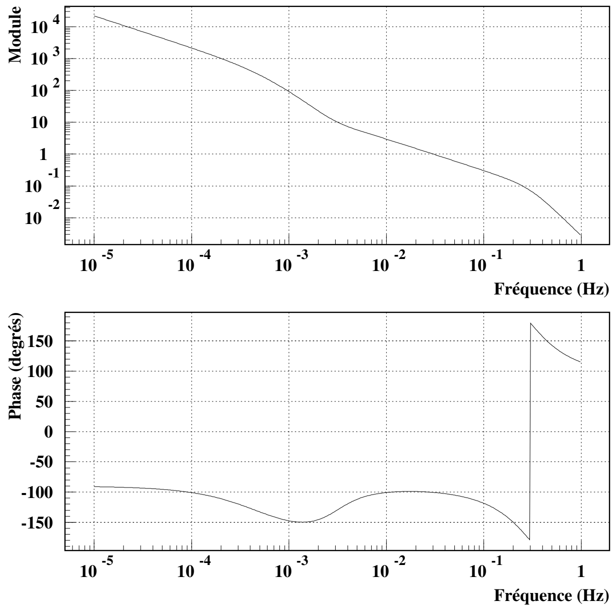

Figure 6.5.15: *Fonction de transfert du filtre total.*

n'ont pas été couronnés de succès. En effet, dès le démarrage de l'asservissement, le signal d'erreur ne reste pas dans la partie linéaire située autour de la résonance (figure 6.5.12). Il "s'échappe" de cette zone linéaire, désasservissant le système. Ce phénomène peut s'expliquer par le changement de signe de la pente de la caractéristique "signal d'erreur". Nous effectuons alors une correction non linéaire permettant d'élargir la plage linéaire autour de la résonance. Pour cela, nous allons utilisé le signal d'erreur et le signal continu.

Considérons en effet les signaux continu et démodulé représentés sur la figure (6.5.16) (schématisation des mesures de la figure 6.5.12). Le principe de modulation, expliqué dans le chapitre 5, montre que le signal d'erreur est proportionnel à la dérivée du signal continu par rapport à la longueur du mode cleaner :

$$V_{ac} \propto \frac{\partial V_{dc}}{\partial l} \tag{6.5.13}$$

Connaissant l'expression de la puissance continue transmise par une cavité (annexe A), on peut en déduire l'expression du signal démodulé V_{ac} :

$$V_{ac} \propto \sin(2\ k\ l) \times V_{dc}^2 \tag{6.5.14}$$

Le signal démodulé V_{ac} réagit en fonction du signal continu V_{dc}. Si ce dernier décroît, la tension V_{ac} décroît en conséquence. On peut réduire l'effet de cette décroissance et donc

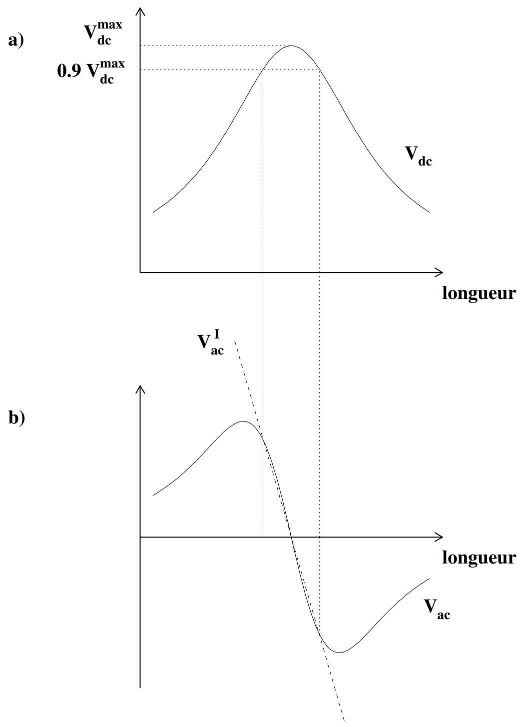

Figure 6.5.16: ***a)*** *Représentation du signal continu transmis en fonction de la variation de longueur de la cavité.* ***b)*** *Représentation des deux signaux d'erreur en fonction de la variation de longueur de la cavité : le signal d'erreur mesuré V_{ac} (en trait plein) et le signal d'erreur construit V'_{ac} (en pointillés) afin d'augmenter la zone linéaire du signal d'erreur.*

augmenter la plage linéaire autour de la résonance en construisant un nouveau signal V'_{ac} égal (à une constante près) à V_{ac}/V'_{ac}.

La stratégie suivie est donc la suivante : si le mode cleaner se trouve "proche" de la résonance, le signal d'erreur pris en compte doit être le signal d'erreur mesuré V_{ac}; si en revanche le mode cleaner s'éloigne de la résonance, le signal d'erreur pris en compte sera V'_{ac}. Le problème est de définir ce que signifie "proche" de la résonance. En supposant connue la valeur maximum V_{dc}^{max} du pic de résonance, le mode cleaner est choisi étant "proche" de la résonance lorsque :

$$\frac{V_{dc}}{V_{dc}^{max}} > \beta \quad \text{avec} \quad \beta = 0.9$$

(voir figure 6.5.16).

Le mode cleaner se trouve alors "loin" de la résonance lorsque : $\frac{V_{dc}}{V_{dc}^{max}} < \beta$. Dans ce cas, le signal d'erreur à considérer n'est plus le signal mesuré V_{ac} mais le signal V'_{ac} :

$$V'_{ac} \propto \text{constante} \times \frac{V_{ac}}{V_{dc}^2}$$

Cette division du signal d'erreur mesuré V_{ac} par le carré du signal continu permet (d'après l'équation 6.5.14) au nouveau signal d'erreur V'_{ac} de se comporter proportionnellement à $\sin(2\ k\ l)$ et donc de décroitre moins rapidement que V_{ac}.

La transition entre ces deux signaux d'erreur ("proche" et "loin" de la résonance) doit se faire de façon continue. Au niveau de l'échange, les deux signaux d'erreur doivent être égaux. Cette condition de continuité fixe la valeur de la constante :

$$\text{constante} = (\beta\ V_{dc}^{max})^2$$

où V_{dc}^{max} est mesurée au préalable.

Sur la figure(6.5.17) sont tracés, en trait plein le signal d'erreur mesuré V_{ac} et en pointillés le signal d'erreur redéfini V'_{ac}.

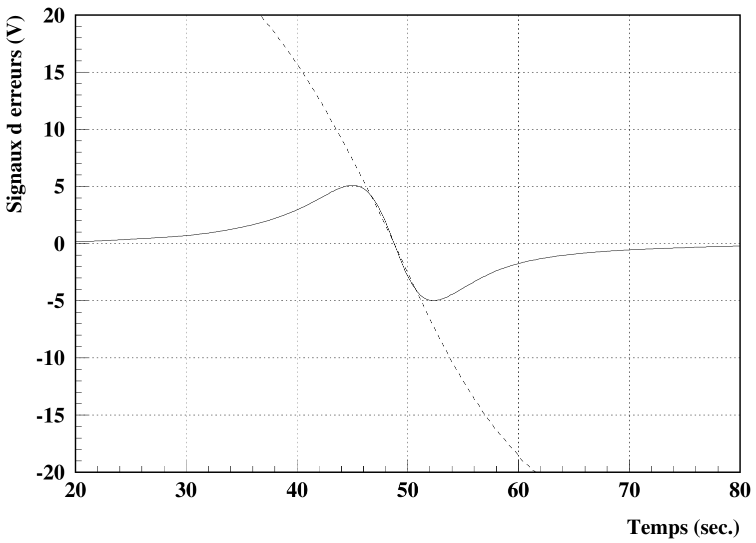

Figure 6.5.17: *Signaux d'erreur de la boucle d'asservissement.*

En résumé, si la cavité est "proche" de la résonance, la boucle d'asservissement prendra comme signal d'erreur le signal mesuré (en trait plein) mais si la cavité se trouve "loin" de la résonance, la boucle d'asservissement prendra alors le second signal d'erreur fabriqué (en pointillés), la jonction entre les deux signaux étant faite par la détermination de la constante de telle sorte qu'il y ait superposition des deux signaux d'erreur au moment de l'échange.

Nous avons avec ce signal d'erreur complémentaire essayé de refermer la boucle d'asservissement. Grâce à cette plus grande dynamique du signal d'erreur, la boucle d'asservissement est parvenue à maintenir le mode cleaner en résonance.

Le graphe (6.5.18) donne la réponse continue de la photodiode (en haut) lorsque le système est asservi ainsi que le signal démodulé (en bas). La sortie DC reste constante,

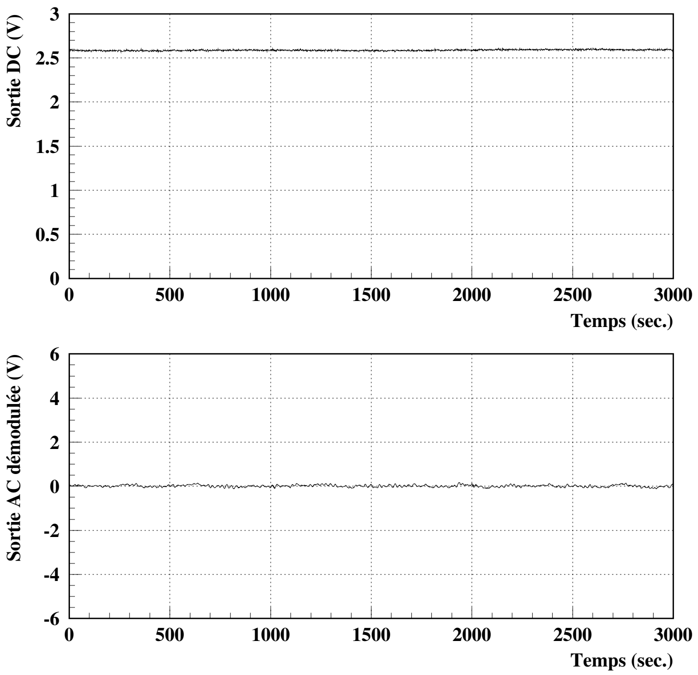

Figure 6.5.18: *Signal continu (en haut) et démodulé (en bas) lorsque la boucle d'asservissement est fermée (mode cleaner asservi).*

égale au maximum du pic de résonance (2.6 V dans ce cas de mesure). Le signal démodulé, lui, se maintient autour de zéro lorsque la boucle est fermée avec quelques petites variations. Les données ont été relevées pendant environ une heure mais l'asservissement maintient la cavité à la résonance pendant plusieurs heures. La précision avec laquelle la longueur du mode cleaner est maintenue est donnée par la grandeur des variations du signal démodulé.

Sur la figure (6.5.19 en haut) sont reportées les variations du signal démodulé exprimées

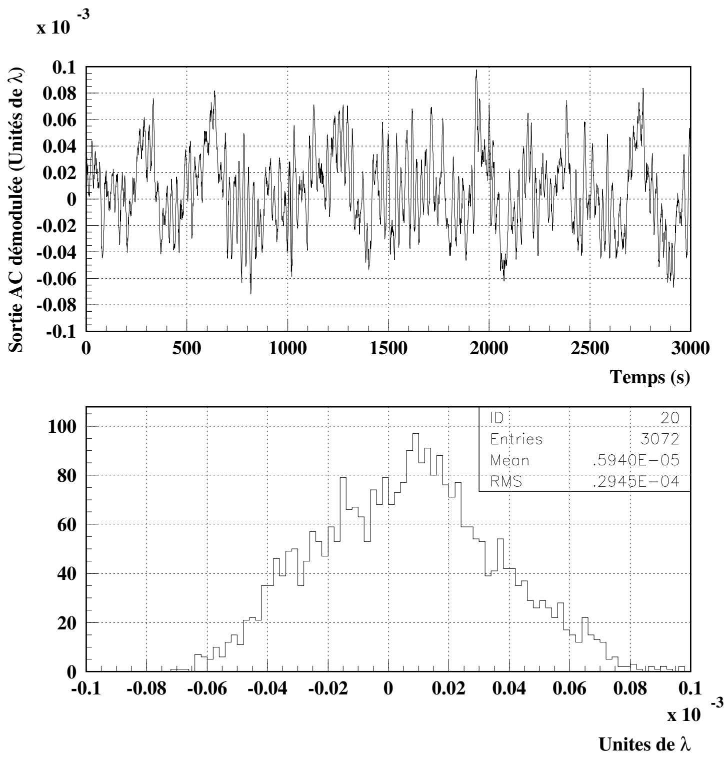

Figure 6.5.19: *Evolution au cours du temps et distribution du signal d'erreur en boucle fermée.*

en unité de λ. Une première estimation à partir de ce graphe montre que les écarts s'étendent sur une plage équivalente à $\frac{\lambda}{10\ 000}$. Le second graphe, déduit du premier, est la distribution de ces variations. La valeur RMS donnée par cet histogramme est environ égale à $\frac{\lambda}{30\ 000}$.

La longueur du mode cleaner est donc stabilisée avec une précision de $\frac{\lambda}{30\ 000}$. La simulation de l'interféromètre VIRGO avec optimisation de ses différents paramètres faite dans le chapitre 5 demandait une précision sur l'asservissement de la longueur de la cavité de $\frac{\lambda}{3000}$. Les mesures faites sur le mode cleaner prototype montrent que cette spécification est atteinte avec un facteur 10 fois supérieur à la valeur requise. Ces tests permettent de conclure que ce genre de système d'asservissement est approprié à ce type de cavité optique et permet de satisfaire les critères requis par l'expérience VIRGO.

6.6 Caractérisation du faisceau transmis

La boucle d'asservissement de la longueur du mode cleaner maintient celui-ci à la résonance. Le faisceau transmis par la cavité est alors stable et peut être analysé. La caractérisation de ce faisceau va permettre de vérifier la valeur du waist du mode cleaner.

Afin de faciliter les mesures du faisceau transmis, la longueur du mode cleaner a été, pour ces mesures, asservie en utilisant le faisceau réfléchi. La boucle d'asservissement suit le même principe excepté quelques changements de signe du fait que, à la résonance, la puissance transmise passe par un maximum tandis que la puissance réfléchie passe par un minimum.

La taille du faisceau transmis est mesurée par une caméra placée à différentes positions sur l'axe de propagation du faisceau. Un programme d'imagerie [28] analyse l'image de la répartition transverse d'intensité du faisceau et par ajustement de cette répartition par une gaussienne donne la valeur de la taille (rayon) du faisceau. Sur la figure (6.6.20 gauche) sont représentées les valeurs de cette taille selon la direction Oy en fonction de plusieurs positions z sur l'axe de propagation (figure 6.5.10).

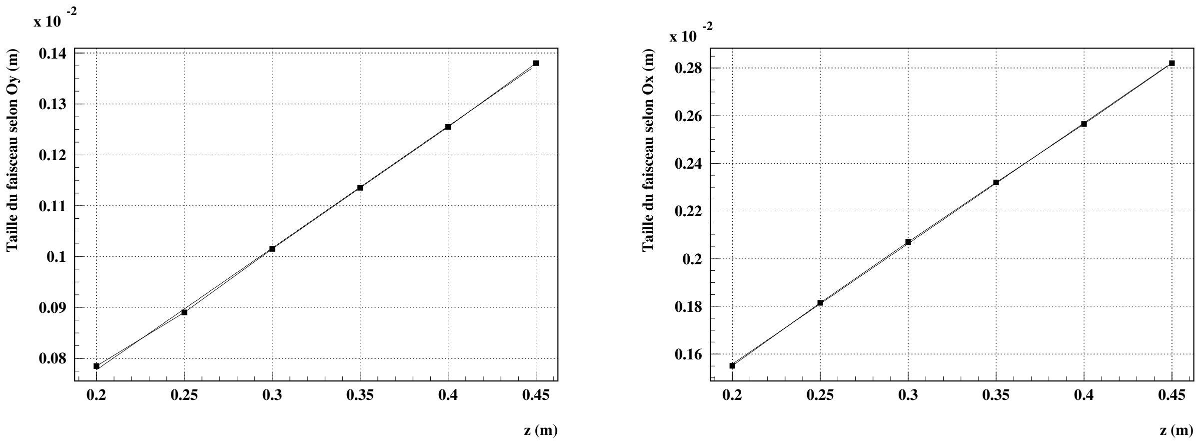

Figure 6.6.20: *Taille du faisceau transmis par le mode cleaner selon Oy (gauche) et Ox (droite) en fonction de la position z sur l'axe de propagation.*

Les positions de mesure sur l'axe de propagation ont été choisies à distance du mode cleaner ($z \gg \frac{\pi \mathrm{w}_0^2}{\lambda}$). Dans ces conditions, la taille du faisceau suit alors l'expression suivante (donnée par 5.2.4) :

$$\mathrm{w}(z) \approx \frac{\lambda}{\pi \mathrm{w}_0} z$$

où $\frac{\lambda}{\pi \mathrm{w}_0}$ est la divergence du faisceau. Les mesures de la taille du faisceau transmis peuvent donc être ajustées par une droite. On déduit du résultat de cet ajustement la valeur du waist du faisceau suivant la direction Oy :

$$\mathrm{w}_{0y} = 141\ \mu\mathrm{m} \tag{6.6.15}$$

Un faisceau transmis par une cavité correspond forcément à un mode résonnant de celle-ci donc la valeur de son waist est identique à la valeur du waist de la cavité. Cette mesure donne donc une mesure du waist du mode cleaner et confirme le waist calculé de 140 μm pour le mode cleaner prototype.

Les mesures du waist du faisceau transmis selon l'axe Ox sont représentées sur la figure (6.6.20 droite). De la même façon, elles sont ajustées par une droite. Mais le résultat de l'ajustement conduit cette fois à une valeur de waist de 67 μm. La raison en est que le faisceau transmis par le bloc de silice passe d'un milieu d'indice n à l'air. Ce faisceau est donc réfracté et subit une déformation suivant l'axe Ox mais reste inchangé suivant l'axe Oy. Si ce faisceau est cylindrique au niveau du waist de la cavité, il sortira elliptique de celle-ci. Un waist de 140 μm lorsque le faisceau n'est pas réfracté équivaut à un waist de 67 μm dans notre cas de figure où l'indice de la silice vaut 1,45. La mesure donnant un waist suivant l'axe Ox de 67 μm est donc tout à fait juste.

Nous avons donc vérifié expérimentalement la valeur du waist du mode cleaner qui avait été calculée égale à 140 μm (paragraphe 5.7.2).

6.7 Pertes du mode cleaner

Un autre paramètre important caractérisant le mode cleaner est la valeur de ses pertes; en d'autres termes quelle fraction du signal incident sur le mode cleaner est perdue par celui-ci.

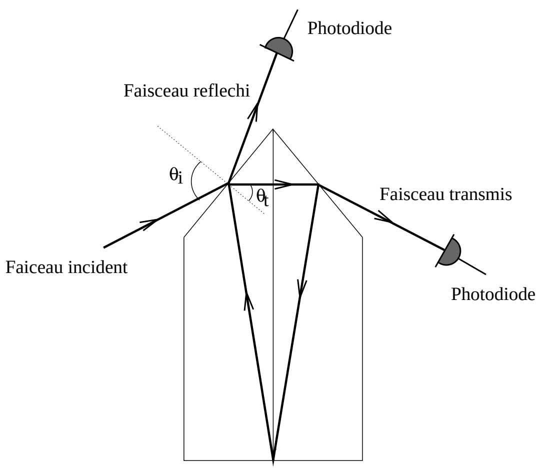

Figure 6.7.21: *Principe de la mesure des pertes du mode cleaner. Le faisceau transmis et le faisceau réfléchi sont mesurés simultanément par des photodiodes.*

La méthode utilisée pour estimer les pertes du mode cleaner est la suivante. Les signaux transmis et réfléchi par le mode cleaner sont mesurés lorsque que la cavité passe par la résonance (figure 6.7.21). La somme de ces deux signaux permet d'obtenir une valeur supérieure des pertes du mode cleaner.

Pour mesurer les faisceaux transmis et réfléchi de façon identique, les deux photodiodes utilisées ont tout d'abord été étalonnées de façon précise. La mesure des pertes du mode cleaner est faite maintenant en plaçant une des diodes étalonnées sur le faisceau transmis par le mode cleaner et l'autre sur le faisceau réfléchi. Le système est chauffé afin que la cavité passe par la résonance du mode fondamental. Sur le graphe (6.7.22) sont tracées la puissance transmise par la cavité, la puissance réfléchie et la puissance totale, somme des deux.

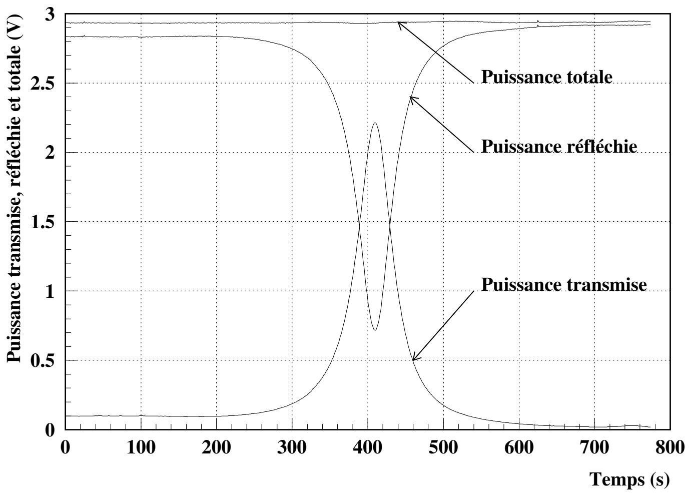

Figure 6.7.22: *Puissance transmise et réfléchie par le mode cleaner. La courbe supérieure représente la puissance totale (somme des deux autres puissances).*

Si les pertes du mode cleaner étaient conséquentes, la courbe de la puissance totale présenterait un "creux" au niveau de la résonance. Dans notre cas, cette courbe ne présente pas de "creux". Mais elle n'est pas pour autant parfaitement droite (cas d'un mode cleaner sans pertes), elle présente des variations. Ces variations sont représentées sur la figure (6.7.23) à plus grande échelle. Le signal ayant été renormalisé par rapport à la puissance incidente sur le mode cleaner, les fluctuations ne viennent donc pas d'une variation en puissance du laser. L'amplitude de ces fluctuations permet de déterminer une valeur supérieure des pertes.

D'après la figure (6.7.23), nous pouvons estimer que les pertes du mode cleaner sont inférieures à 0.7 %.

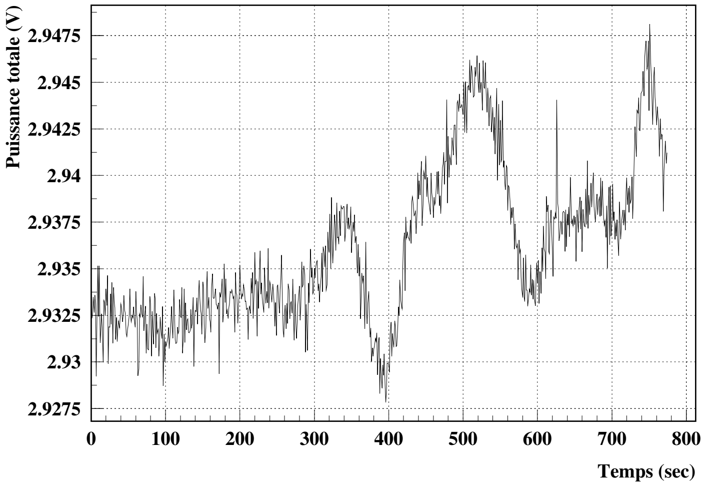

Figure 6.7.23: *Variations de la puissance totale représentée à plus grande échelle. Ces variations donnent une limite supérieure des pertes du mode cleaner.*

6.8 Conclusion et perspectives

Les caractéristiques optiques du mode cleaner prototype ont été vérifiées expérimentalement. Sa finesse est égale à 46, le rayon de courbure de la face d'extrémité à 308 mm et le waist de la cavité à 141 μm. Toutes ces caractéristiques mesurées correspondent aux valeurs calculées. Une estimation des pertes du mode cleaner a donné une valeur inférieure à 0.7 %. Le taux de perte qu'introduit le mode cleaner au niveau du signal est donc négligeable.

Le principe d'asservissement de cette cavité a été ensuite testé. Après quelques adaptations au niveau du signal d'erreur, nous avons réussi à asservir la longueur du mode cleaner. La précision de cet asservissement a été mesurée à $\frac{\lambda}{30000}$, valeur meilleure que celle demandée par les calculs.

Le bloc de silice, d'indice de réfraction égal à 1,45 , est taillé de telle sorte que le faisceau incident doive former un grand angle (68.7°) avec la perpendiculaire à la première face du mode cleaner pour entrer dans la cavité suivant la configuration décrite sur la figure (5.7.11). La valeur bien définie de cet angle complique le positionnement du mode cleaner sur le banc de détection. De plus, du fait de ce grand angle, le faisceau incident devrait être elliptique pour s'adapter parfaitement à la cavité. On peut envisager deux méthodes pour résoudre ces problèmes :

- la première serait de placer deux petits prismes complémentaires du dièdre de la partie supérieure du mode cleaner (figure 6.8.24).

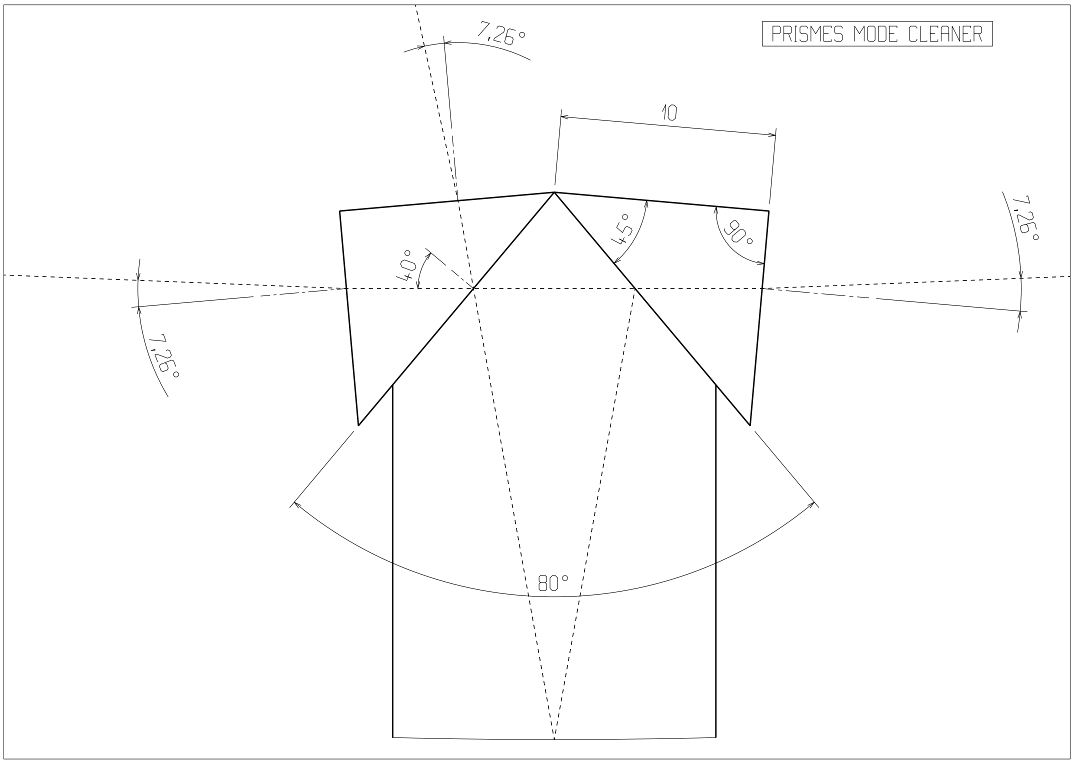

Figure 6.8.24: *Mode cleaner avec les deux prismes supplémentaires ajoutés par contact optique.*

Dans ces conditions, le faisceau incident peut arriver pratiquement perpendiculaire à la première face du petit prisme. Il n'est alors pas réfracté et les problèmes dus à la déformation de la forme du faisceau disparaissent.

- la deuxième méthode serait de laisser le mode cleaner tel quel et d'adapter le faisceau incident à cette cavité; c'est-à-dire de rendre le faisceau elliptique avant l'entrée du mode cleaner à l'aide de lentilles cylindriques.

Le mode cleaner a été asservi sur un faisceau gaussien fourni par un laser. L'étape suivante sera de placer le mode cleaner à la sortie d'un interféromètre simple afin de vérifier son pouvoir de filtrage et d'essayer de l'asservir sur la frange noire de l'interféromètre. Un autre test important mais complexe à réaliser est de pouvoir mesurer le bruit introduit par le mode cleaner.

Chapitre 7

Photodétecteurs

Le rôle principal du banc de détection est de mesurer la quantité de lumière sortant de l'interféromètre. Il utilise pour cela des photodétecteurs. Le signal à la sortie de l'interféromètre sera modulé à une fréquence de quelques dizaines de megahertz (voir chapitre 3). Les photodétecteurs devront donc répondre dans une bande de fréquences de cet ordre de grandeur pour pouvoir détecter le signal. Afin de maximiser le rapport signal sur bruit de l'interféromètre, il est important d'utiliser un détecteur ayant une bonne efficacité quantique pour ne pas perdre d'informations. De plus, la puissance à la sortie du mode cleaner s'élève à environ 1 W (dans le cas où le défaut de contraste après le mode cleaner atteint $1 - C \sim 10^{-4}$). Le système de détection doit alors être capable de recevoir avec sécurité cette puissance incidente sans changer de caractéristiques.

La première étape a été de rechercher tous les photodétecteurs disponibles sur le marché pouvant répondre à nos spécifications. Ceux-ci ont ensuite été testés et comparés pour aboutir à la sélection d'un seul. Ce chapitre rapporte les résultats des tests effectués sur les différents photodétecteurs, puis les tests supplémentaires menés sur le photodétecteur choisi. La dernière partie de ce chapitre traite de l'électronique nécessaire pour mesurer le signal à la sortie des photodiodes et des spécifications que cette électronique doit satisfaire afin de ne pas dégrader le rapport signal sur bruit.

Mais dans un premier temps, regardons le principe de fonctionnement d'un photodétecteur dont le rôle est de transformer des photons en un courant d'électrons mesurable.

7.1 Principe de fonctionnement

7.1.1 Constitution et principe d'un photodétecteur

Le principe de fonctionnement d'une photodiode est fondé sur la physique de la jonction formée par un semi-conducteur P et un semi-conducteur N. De part et d'autre de la jonction d'un semi-conducteur P et d'un semi-conducteur N se forme une zone de déplétion (dénuée de porteurs libres) où on peut créer un champ électrique (figure 7.1.1).

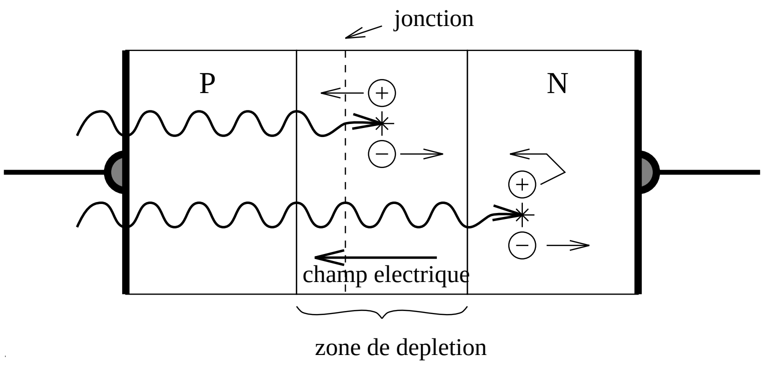

Figure 7.1.1: *Jonction PN.*

Supposons que la diode formée par cette jonction soit éclairée par un rayonnement de longueur d'onde λ suffisamment courte pour que chaque photon transporte une énergie ($h\nu$) supérieure à E_g (énergie nécessaire au passage d'un électron de la bande de valence à la bande de conduction). Chaque photon est alors susceptible de donner naissance à une paire électron-trou après interaction avec un atome. Pour que ces porteurs puissent contribuer au courant, il faut éviter qu'ils se recombinent et pour cela ils doivent être rapidement séparés par l'action d'un champ. Ceci n'est possible que dans la zone de déplétion. Des porteurs peuvent être générés hors de cette zone mais ils ne donnent lieu à un courant électrique que s'ils diffusent jusqu'à la zone désertée. S'ils se recombinent avant d'atteindre cette zone, ils sont perdus. Pour que le rayonnement incident puisse atteindre la zone de déplétion sans atténuation notable (faibles effets de diffusion), la jonction doit être proche de la surface extérieure. Une grande partie du rayonnement sera absorbée pourvu que la zone de déplétion soit assez large.

Dans le cas des diodes P.I.N. un matériau intrinsèque (I) est intercalé entre le semi-conducteur P et le semi-conducteur N (figure 7.1.2). L'extension de la zone de déplétion à l'intérieur d'un matériau est proportionnelle à la résistivité de celui-ci. La résistivité du matériau intrinsèque dans la structure PIN étant généralement grande, la zone de déplétion sera donc particulièrement large. Une tension inverse de quelques volts est en général suffisante pour modifier la largeur de la zone de déplétion et l'étendre à la totalité du semi-conducteur I.

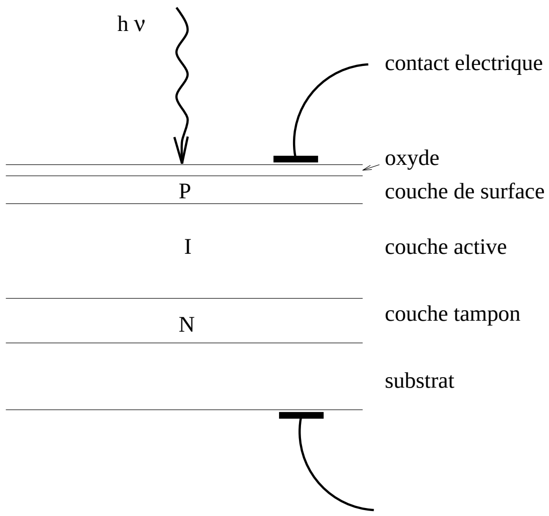

Figure 7.1.2: *Structure d'une diode P.I.N.*

Ces photodiodes sont souvent utilisées en proche infra-rouge, en mode photoconducteur (la diode est polarisée en inverse). Si la tension inverse appliquée à la diode est suffisante, le courant inverse I_d qui la traverse a pour expression:

$$I_d = I_o + I_p$$

où I_o est le courant délivré par la photodiode hors éclairement (appelé courant d'obscurité) et I_p le courant créé par les porteurs accélérés par le champ électrique dans la zone de déplétion. La valeur de I_p ne dépend que du nombre de paires électron-trou créées par unité de temps, donc du flux correspondant ϕ de photons incidents. Pour une valeur donnée de λ, I_p est directement proportionnel à l'éclairement de la jonction. La figure (7.1.3) représente la caractéristique du courant I_d en fonction de la tension V_d aux bornes de la photodiode pour différents éclairements (ϕ). Lorsque la tension de polarisation inverse appliquée aux bornes de la diode augmente, le champ électrique au niveau de la jonction augmente également. Les porteurs libres sont alors accélérés et vont ioniser des atomes créant ainsi d'autres électrons libres. L'augmentation du champ électrique provoque donc un effet de multiplication des porteurs libres que l'on appelle effet d'avalanche. La tension de claquage est la tension à partir de laquelle il apparaît ce phénomène d'avalanche dans la jonction.

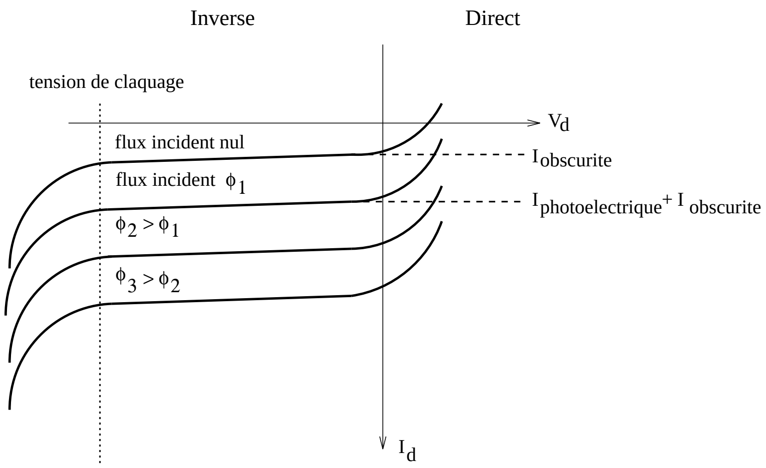

Figure 7.1.3: *Caractéristiques courant-tension d'une photodiode en mode photoconducteur pour différents flux incidents.*

7.1.2 Réponse en fréquence

La diode peut être représentée par le schéma électrique équivalent montré sur la figure (7.1.4).

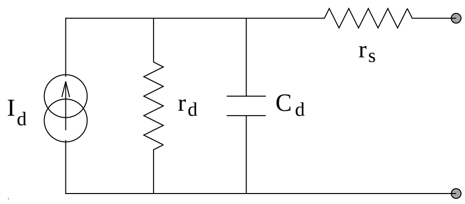

Figure 7.1.4: *Schéma équivalent d'une photodiode*

Ce schéma comporte:

- une source de courant: $I_d = I_o + I_p$
- une résistance r_d en parallèle avec la source de courant qui correspond à la résistance dynamique de la jonction ; dans le mode photoconducteur, la diode étant polarisée en inverse, r_d a des valeurs très élevées, de l'ordre du megaohm.

- une résistance r_s en série avec la charge qui représente la résistance ohmique des éléments semi-conducteurs entre les bornes d'accès de la diode et la zone de déplétion; généralement de l'ordre de quelques dizaines d'ohms.

- une capacité C_d, en parallèle sur r_d, qui permet de traduire le comportement électrique de la jonction aux fréquences élevées (quelques centaines de picofarad). Cette capacité décroît notablement à mesure que la zone de déplétion s'élargit sous l'influence de la tension inverse appliquée.

La réponse en fréquence d'une photodiode P.I.N est limitée d'une part par un facteur intrinsèque qui est le temps de transit des porteurs à travers la couche absorbante, d'autre part par des facteurs parasites. Ces facteurs résultent de la capacité inhérente à la structure ainsi que des éléments (capacités, résistances et inductances) issus de la technologie employée et du montage de la photodiode sur boîtier [29]. Dans le mode de photoconduction, pour avoir une fréquence de coupure élevée, la capacité C_d doit être faible donc la zone de déplétion large. Mais cette zone ne pourra être trop large car des effets de temps de transit des porteurs libres pourraient limiter la réponse en fréquence. Ces deux phénomènes étant opposés, il y a donc un compromis à faire.

7.1.3 Efficacité quantique

L'absorption d'un photon d'énergie $E > E_g$ crée une paire de porteurs libres électron-trou. L'efficacité quantique d'une photodiode est le rapport entre le nombre d'électrons photocréés et le nombre de photons incidents sur la photodiode. Si N_γ représente le nombre de photons incidents par seconde et N_e le nombre d'électrons de conduction produits par seconde, l'efficacité quantique du détecteur s'exprime comme :

$$\eta = \frac{N_e}{N_\gamma}$$

Le plus souvent, le fabriquant donne la sensibilité du détecteur en A/W pour une longueur d'onde déterminée. Si I est le courant photogénéré par l'absorption d'une puissance incidente P à la longueur d'onde λ, la sensibilité s'écrit:

$$S(\lambda) = \frac{I}{P} = \eta \, \frac{e}{h\nu} = \eta \, \frac{\lambda(\mu m)}{1,24} \quad \text{A/W}$$

Pour une efficacité quantique donnée, la sensibilité augmente linéairement avec la longueur d'onde. Une photodiode idéale ($\eta = 1$), aura une sensibilité égale à $\frac{\lambda(\mu m)}{1.24}$ A/W.

L'efficacité quantique peut être limitée par des facteurs tels que:

- une zone d'absorption trop mince (l'efficacité quantique dépend de la longueur du trajet optique dans la zone déplétée)
- une recombinaison des porteurs
- une réflexion sur la face d'entrée

Un des facteurs clés qui déterminent l'efficacité quantique est le coefficient d'absorption qui varie suivant le matériau utilisé pour la couche absorbante et suivant la longueur d'onde considérée. A la longueur d'onde $\lambda = 1{,}064$ μm (utilisée dans VIRGO), la réponse des photodiodes en silicium donne 10 % [30] d'efficacité quantique et 40 % dans le cas de photodétecteurs silicium spécialement conçus pour la détection de la longueur d'onde 1.064 μm [31]. Dans le cas du germanium, la sensibilité est égale à 75 % [32] et s'élève à plus de 80 % pour de l'Indium Gallium Arsenide (InGaAs) [33]. La meilleure solution pour VIRGO est donc d'utiliser des photodiodes InGaAs.

7.2 Test et sélection des photodiodes

Nous avons tout d'abord prospecté le marché commercial et répertorié toutes les photodiodes InGaAs disponibles à notre connaissance à ce moment là (sept photodiodes). La première étape a été de faire subir à ces différentes photodiodes les "tests de validité VIRGO" pour, dans le cas où aucune ne répondrait aux critères, pouvoir entreprendre un développement spécial. Les paragraphes suivants décrivent les tests effectués sur les photodiodes et donnent les résultats qui ont permis de sélectionner une candidate.

7.2.1 Caractéristiques des photodiodes

Préalablement à tous autres tests, nous avons mesuré la caractéristique courant-tension et déterminé la tension de claquage (à 10 μA) ainsi que le courant d'obscurité (à 10 V) pour toutes les candidates. Ces caractéristiques traduisent le bon état de la photodiode.

La qualification de "claquage mou" est expliquée par les deux schémas (7.2.5) représentant la caractéristique courant-tension d'une photodiode dans les deux cas de figure. Dans le cas d'un photodétecteur n'ayant pas de "claquage mou" (a), on peut appliquer une tension inverse de plusieurs volts sans que le courant dans la photodiode n'augmente. En revanche, pour le cas d'un photodétecteur présentant un "claquage mou" (b), dès que la tension inverse augmente, le courant augmente aussi provoquant une montée en température de la diode pouvant aboutir à faire fondre la jonction. Le phénomène de "claquage mou" est généralement dû à des défauts dans la structure cristalline ou à des impuretés dans la jonction.

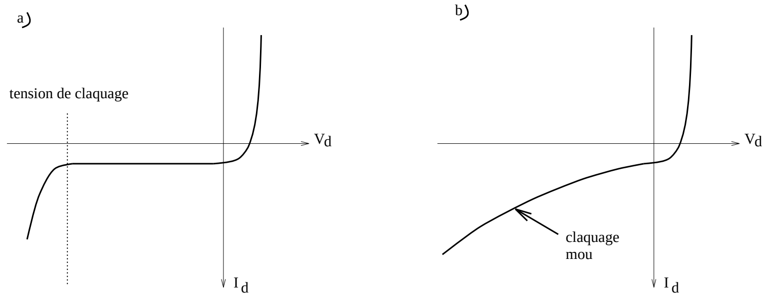

Figure 7.2.5: *Schéma explicatif d'un "claquage mou" d'une photodiode.*

La capacité des photodiodes a également été mesurée sans tension extérieure appliquée. Le tableau (7.1) répertorie les différentes photodiodes de diamètre 1mm sélectionnées et rassemble leurs caractéristiques.

	Référence	Capacité (pF)	Tension de claquage (à 10 μA)	Courant d'obscurité (à 10 V)
Telcom (U.S.A)	35PD1M	38	75 V	2.5 nA
Fermionics (U.S.A)	FD1000-WX	25.3	"mou"	-
E.G.G (Canada)	C30641	18.2	60 V	2 nA
Epitaxx (U.S.A)	ETX-1000T	-	-	-
E.O.S (U.S.A)	IGA010	-	-	-
E.O.M (Grande Bretagne)	InGaAs-1mm	26.5	"mou"	150 μA
Hamamatsu (Japon)	G3476-10	25	70 V	2 nA

Tableau 7.1: *Caractéristiques des différentes photodiodes sélectionnées de diamètre 1 mm.*

7.2.2 Uniformité de la réponse

Le premier test sur les photodiodes a été effectué pour vérifier l'uniformité de leur réponse sur la surface de détection.

Un faisceau laser de taille 350 μm et de puissance 0,44 mW est focalisé au niveau de la surface de la photodiode. Un diaphragme de diamètre 500 μm placé devant la photodiode permet de filtrer le faisceau de ses imperfections spatiales. La surface de la photodiode est balayée par pas de 40×40 μm^2 sur une surface de 4000×4000 μm^2. A chaque position (X,Y) de la photodiode, la réponse de celle-ci est déterminée en prenant la moyenne de vingt mesures. Afin de s'affranchir des fluctuations du laser, toutes ces valeurs ont été renormalisées par une mesure simultanée de la puissance laser. La figure (7.2.6) donne, par exemple, la réponse de la photodiode "Hamamatsu" balayée sur sa surface (en X et Y) par le faisceau laser.

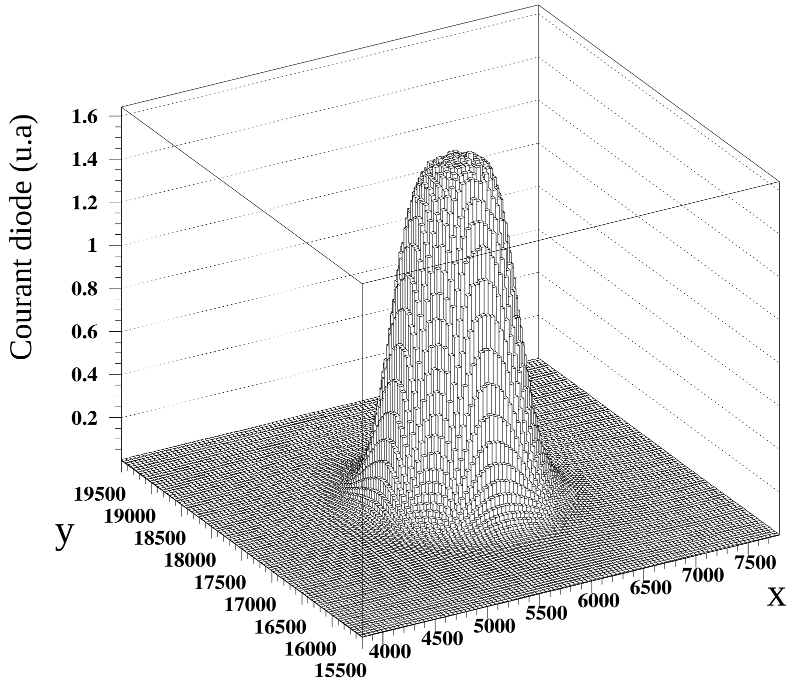

Figure 7.2.6: *Réponse de la photodiode Hamamatsu à un faisceau laser incident.*

La figure (7.2.6) donne, par exemple, la réponse de la photodiode "Hamamatsu" balayée sur sa surface (en X et Y) par le faisceau laser. Cette figure montre une courbe régulière sur toute la surface balayée. La photodiode présente une uniformité compatible avec la convolution d'un faisceau gaussien et d'un diaphragme.

Le même test a été effectué sur les autres photodiodes et les résultats obtenus sont similaires à celui présenté sur la figure (7.2.6). Les réponses des photodiodes ne présentent pas d'irrégularités pouvant perturber la détection du signal. Toutes les photodiodes ont donc une uniformité satisfaisante.

De ces courbes de réponse nous pouvons déduire une valeur de la réponse maximum de la diode (maximum moyenné sur une surface déterminée autour du pic). Ces maxima, représentant l'efficacité relative, sont reportés sur la figure (7.2.7).

Chaque photodiode a été soumise à la même puissance incidente (0,44 mW). L'électronique d'acquisition du signal est identique d'une photodiode à une autre. Mais lorsque

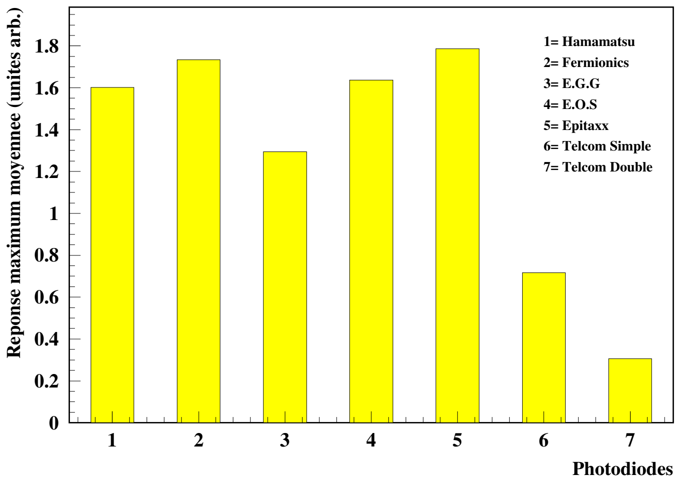

Figure 7.2.7: *Réponse maximale des différentes photodiodes.*

la surface de la photodiode est balayée, le faisceau laser est fixe et la photodiode est mobile. L'orientation de cette photodiode par rapport au faisceau peut ainsi varier d'un exemplaire à l'autre pouvant introduire une différence de réflexion de la lumière sur la fenêtre d'entrée de la photodiode et pouvant par conséquent introduire une différence d'efficacité. En tenant compte de cette incertitude expérimentale, les réponses des cinq premières diodes peuvent être considérées comme semblables.

En revanche, la réponse donnée par la diode "Telcom double" est très inférieure aux autres réponses. Cette photodiode est constituée de deux couches sensibles, l'une en silicium et l'autre en InGaAs; le but étant, dans ce cas, d'étendre la gamme des longueurs d'ondes sensibles. Mais ceci ne correspond pas à nos besoins.

La réponse maximum de la diode "Telcom simple" est de moitié inférieure aux autres diodes. Cette diode semble également moins intéressante à la sortie de ce premier test. Nous n'avons poursuivi les tests que sur les premières diodes.

7.2.3 Linéarité et saturation

Linéarité en continu

La puissance incidente sur le système de détection a été estimée à 1 W (si $1-C \sim 10^{-4}$). Nous devons donc mesurer quelle puissance peuvent supporter les différentes photodiodes et surtout jusqu'à quelle puissance leur réponse est linéaire (sans saturation).

Le banc de mesure mis en place pour tester la linéarité des photodiodes est schématisé sur la figure (7.2.8).

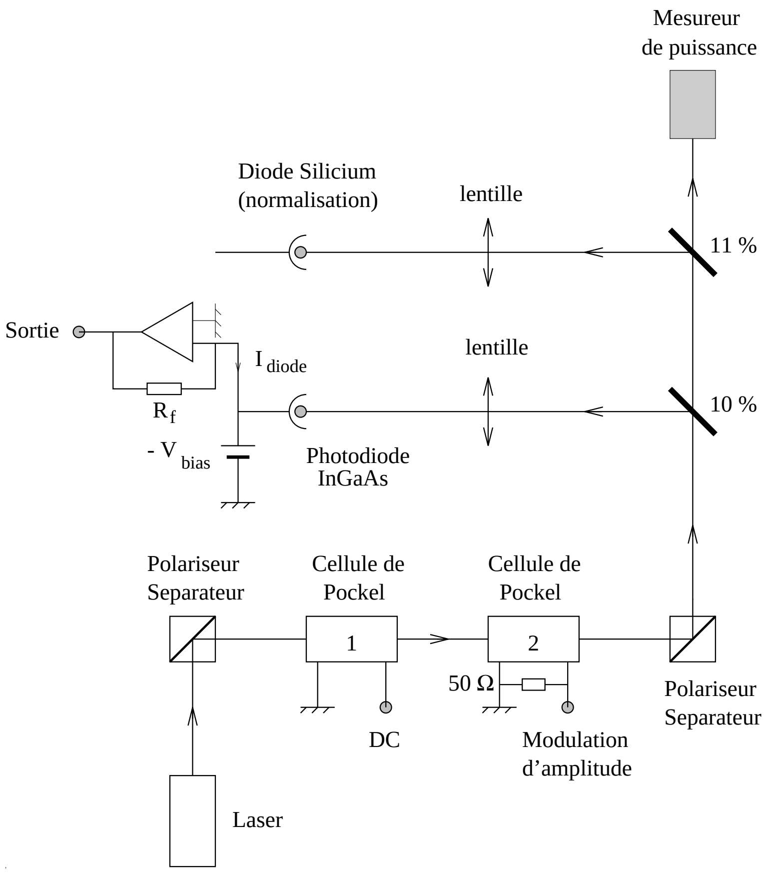

Figure 7.2.8: *Banc de test pour la linéarité en continu et à haute fréquence de la réponse des photodiodes.*

La source utilisée est un laser Nd:YAG ($\lambda = 1.064$ μm) dont on sélectionne la polarisation S à l'aide d'un polariseur (placé à la sortie du laser). On peut faire varier la puissance continue incidente sur les photodiodes, soit en modifiant l'intensité du laser, soit en appliquant une tension continue sur la première cellule de Pockel. La seconde cellule de Pockel sert à moduler en amplitude le faisceau à haute fréquence. Une diode silicium et un "mesureur de puissance" contrôlent continuellement la puissance laser arrivant sur les photodiodes en test et servent donc de référence.

Les réponses continues des diodes ont été mesurées avec un faisceau de rayon 0.2 mm focalisé au centre du détecteur. Les résultats sont tracés sur la figure (7.2.9), pour une puissance incidente allant jusqu' à 50 mW et pour différentes valeurs de tension inverse appliquée (V_{bias}).

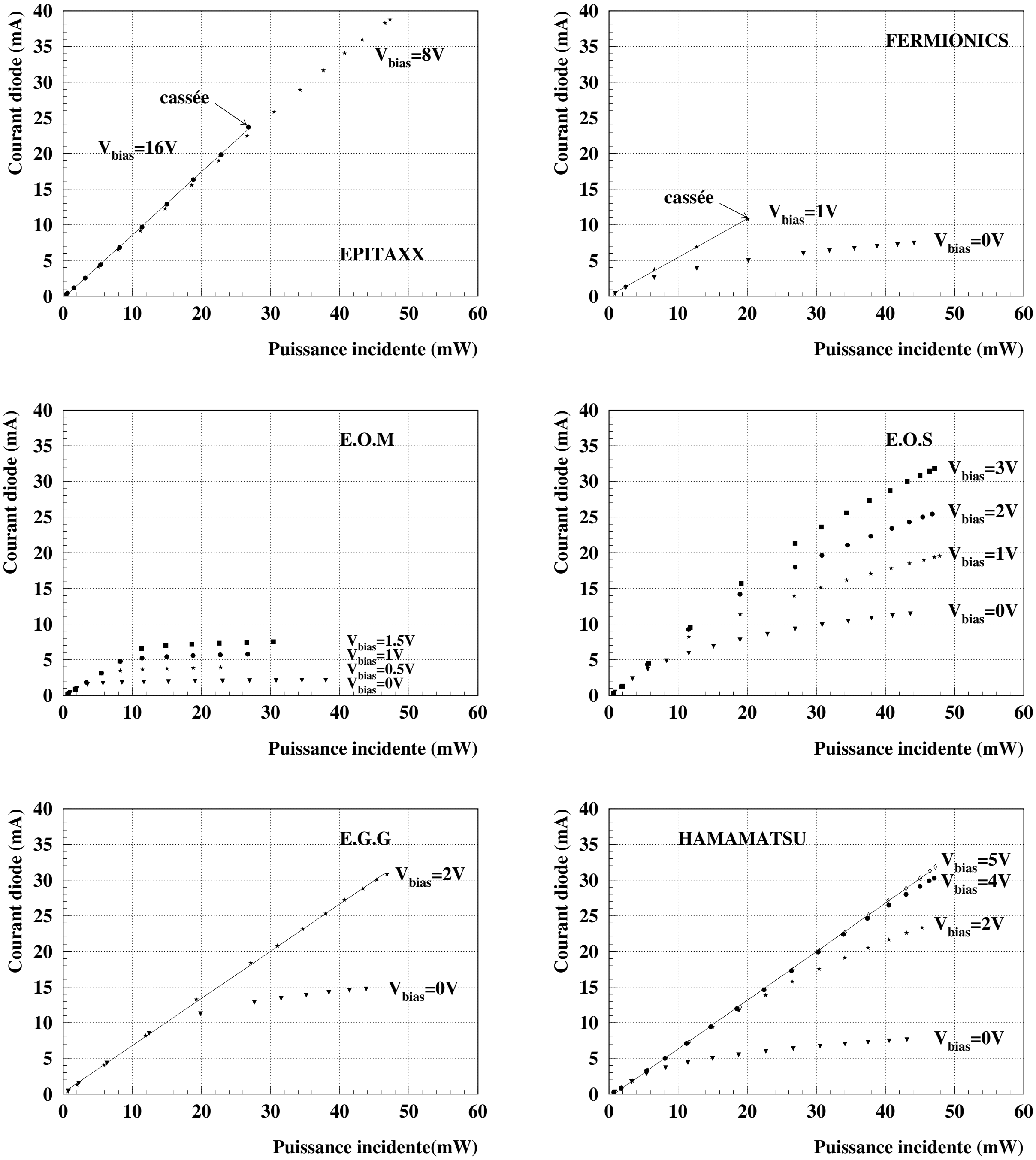

Figure 7.2.9: *Réponse en continu des diodes de diamètre 1 mm, à un faisceau de taille 0.4 mm, focalisé au centre du détecteur, pour une puissance incidente allant jusqu'à 50 mW et pour différentes valeurs de tension inverse. La ligne tracée sur les graphes correspond au résultat d'un ajustement linéaire des données.*

La première photodiode testée "Epitaxx" a été détruite au cours de la mesure. Avec une tension inverse appliquée de 16 V, la diode devait dissiper une puissance d'environ 500 mW. Une augmentation de la température de la diode due à une dissipation trop lente de la chaleur a conduit à la destruction de celle-ci. En tirant les leçons de ce premier test nous avons testé les photodiodes suivantes avec une tension inverse V_{bias} moins forte.

La seconde photodiode "Fermionics" a également été détruite pendant les mesures mais à une puissance de 10 mW alors qu'elle était garantie par le fabricant jusqu'à une puissance incidente de 20 mW. Cette photodiode a donc été éliminée des tests suivants.

La réponse donnée par la photodiode "E.O.M" apparaît nettement inférieure par rapport aux réponses des trois photodiodes suivantes. Elle fournit un courant deux fois plus faible pour $V_{bias} = 1$ V que celui fourni, par exemple, par la photodiode "E.O.S" pour la même tension inverse. Cette disparité est probablement liée à la différence de technologie utilisée par le constructeur.

Les trois photodiodes suivantes "E.O.S", "E.G.G" et "Hamamatsu" présentent des bonnes réponses. Elles restent donc des canditates potentielles pour les détecteurs de VIRGO.

Les données de la figure (7.2.9) montrent que plus la tension inverse V_{bias} appliquée aux photodiodes augmente, plus la linéarité de la réponse des photodiodes s'améliore. Cet effet est particulièrement important à grande puissance incidente. Nous l'attribuons à la résistance série non nulle de la photodiode. En effet, si $r_s = 0$, la droite de charge sur la figure (7.2.10) serait égale à l'équation V= - V_{bias}. Le point de fonctionnement serait donc

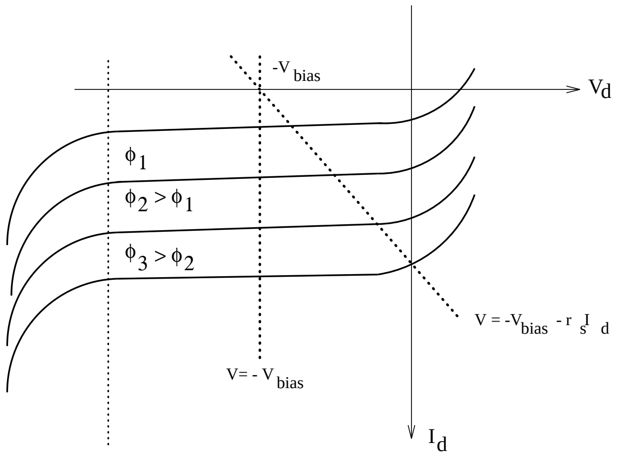

Figure 7.2.10: *Caractéristiques courant-tension d'une photodiode avec droite de charge.*

dans la partie linéaire des caractéristiques courant-tension des diodes. Or si $r_s \neq 0$, suivant la valeur de cette résistance le point de fonctionnement sera plus ou moins rapidement dans la zone non linéaire de ces courbes lorsque le flux incident augmente. Cette saturation à grande puissance lumineuse incidente peut donc être réduite en appliquant une tension inverse V_{bias} conséquente.

Linéarité à haute fréquence

Il est à noter que, dans le cas où cette saturation n'apparaît pas en continu, elle apparaît en revanche à haute fréquence (MHz). Cet effet est illustré par la figure (7.2.11) où sont tracées les réponses à 10 MHz de la photodiode E.O.S pour des tensions inverses de 0 et 1,5 volts. A haute fréquence, on constate aussi (7.2.11) que l'application d'une tension inverse réduit l'effet de saturation.

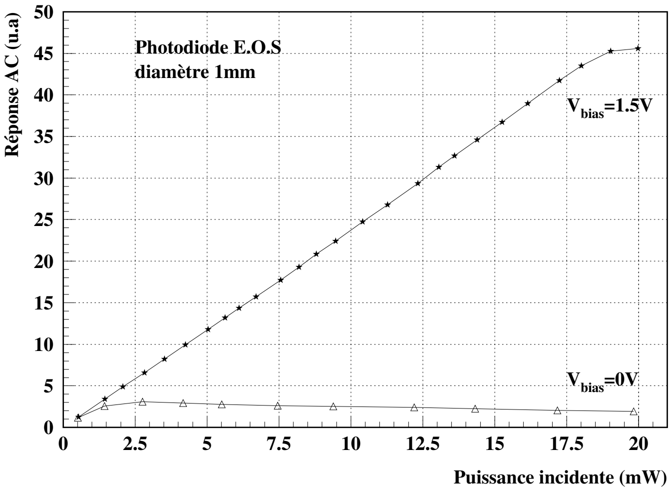

Figure 7.2.11: *Réponse à 10 MHz de la photodiode E.O.S pour des tensions inverses de 0. et 1,5 volts. La ligne dessinée permet seulement de guider l'oeil.*

Effet de densité

L'effet de saturation observé sur les réponses des diodes en continu (pour une puissance incidente supérieure à 20 mW) et à haute fréquence (dès quelques mW) pour V_{bias} = 0V peut être réduit par l'application d'une tension inverse. Cet effet de saturation est probablement dû à une recombinaison d'électron-trou. Si cette hypothèse est vraie, il est alors possible de réduire encore ce phénomène de saturation en modifiant la densité de lumière incidente sur la zone sensible du détecteur. Afin de s'en assurer, nous avons mesuré la réponse d'une photodiode éclairée par un faisceau de rayon 0.2 mm, puis éclairée par un faisceau de rayon 0.32 mm. Sur la figure (7.2.12) sont tracées les réponses en continu de la photodiode E.O.S en fonction de la puissance incidente dans les deux cas de figure de taille de faisceau. D'après cette figure, le phénomène de saturation est clairement dû à un effet de densité.

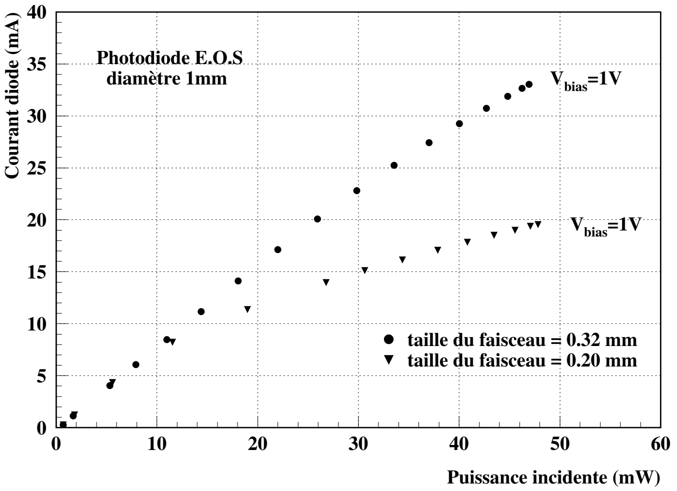

Figure 7.2.12: *Réponse en continu de la photodiode E.O.S pour deux tailles différentes de faisceau incident.*

Cet effet, observé sur les autres diodes testées, nous a conduit à nous tourner vers des photodiodes de diamètre plus grand (3 mm) pouvant ainsi accepter un faisceau incident plus large.

Linéarité des photodiodes de diamètre 3 mm

Les fabricants des photodiodes de diamètre 1 mm nous ont fourni les mêmes photodiodes InGaAs avec un diamètre de 3 mm. Le tableau (7.2) répertorie les capacités mesurées de ces photodiodes, leur tension de claquage et leur courant d'obscurité.

En examinant ces caractéristiques, on constate que le courant d'obscurité des photodiodes "E.G.G" et "E.O.M" est comparativement plus élevé. Un courant d'obscurité élevé est un signe indirect de la présence d'impuretés dans la jonction. Les électrons risquent

	Référence	Capacité (pF)	Tension de claquage (à 10 μA)	Courant d'obscurité (à 10 V)
E.O.S	IGA030	253	85 V	1 nA
Epitaxx	ETX-3000T5	330	30 V	11.5 nA
Hamamatsu	G5114-03	-	80 V	1.6 nA
E.G.G	C30665E	144	"mou"	1 μA
E.O.M	InGaAs-3mm	125	"mou"	150 μA

Tableau 7.2: *Caractéristiques des différentes photodiodes sélectionnées de diamètre 3 mm.*

de se recombiner avec ces impuretés abaissant ainsi l'efficacité quantique. Nous avons, pour ces raisons, concentré nos mesures sur les autres photodiodes ("E.O.S", "Epitaxx" et "Hamamatsu").

Dans un premier temps, nous avons mesuré les réponses en continu et à haute fréquence (10 MHz) des photodiodes en fonction de la tension inverse appliquée pour différentes puissances incidentes P_{inc}. Le faisceau utilisé pour tester les photodiodes de diamètre 3 mm a une taille de 1 mm. Cette dimension permet d'illuminer toute la surface de la diode en ne perdant que 0,3 % de la puissance lorsque le faisceau est bien centré sur la photodiode. La figure (7.2.13) montre les réponses, par exemple, de la photodiode "E.O.S".

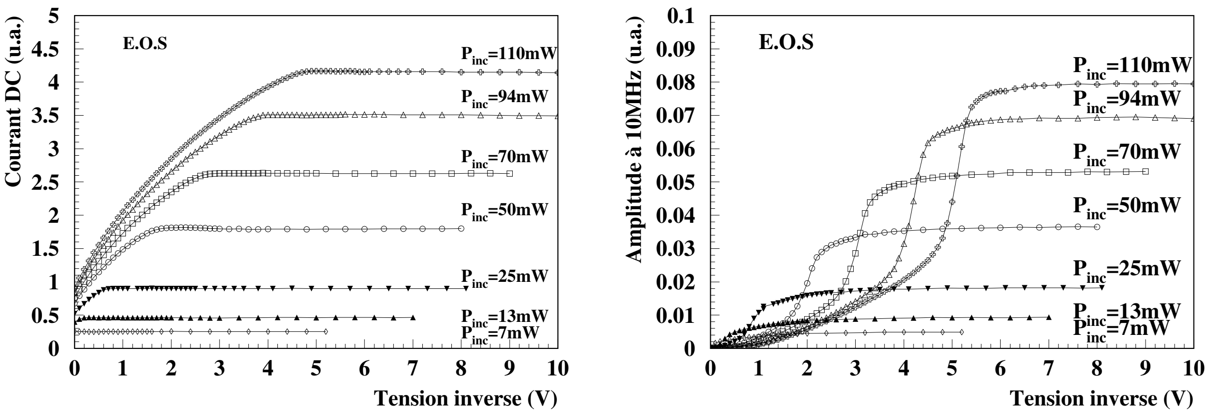

Figure 7.2.13: *Réponse de la photodiode E.O.S en continu et à haute fréquence (10 MHz) en fonction de la tension inverse pour différentes puissances incidentes. Les lignes dessinées servent à guider l'œil.*

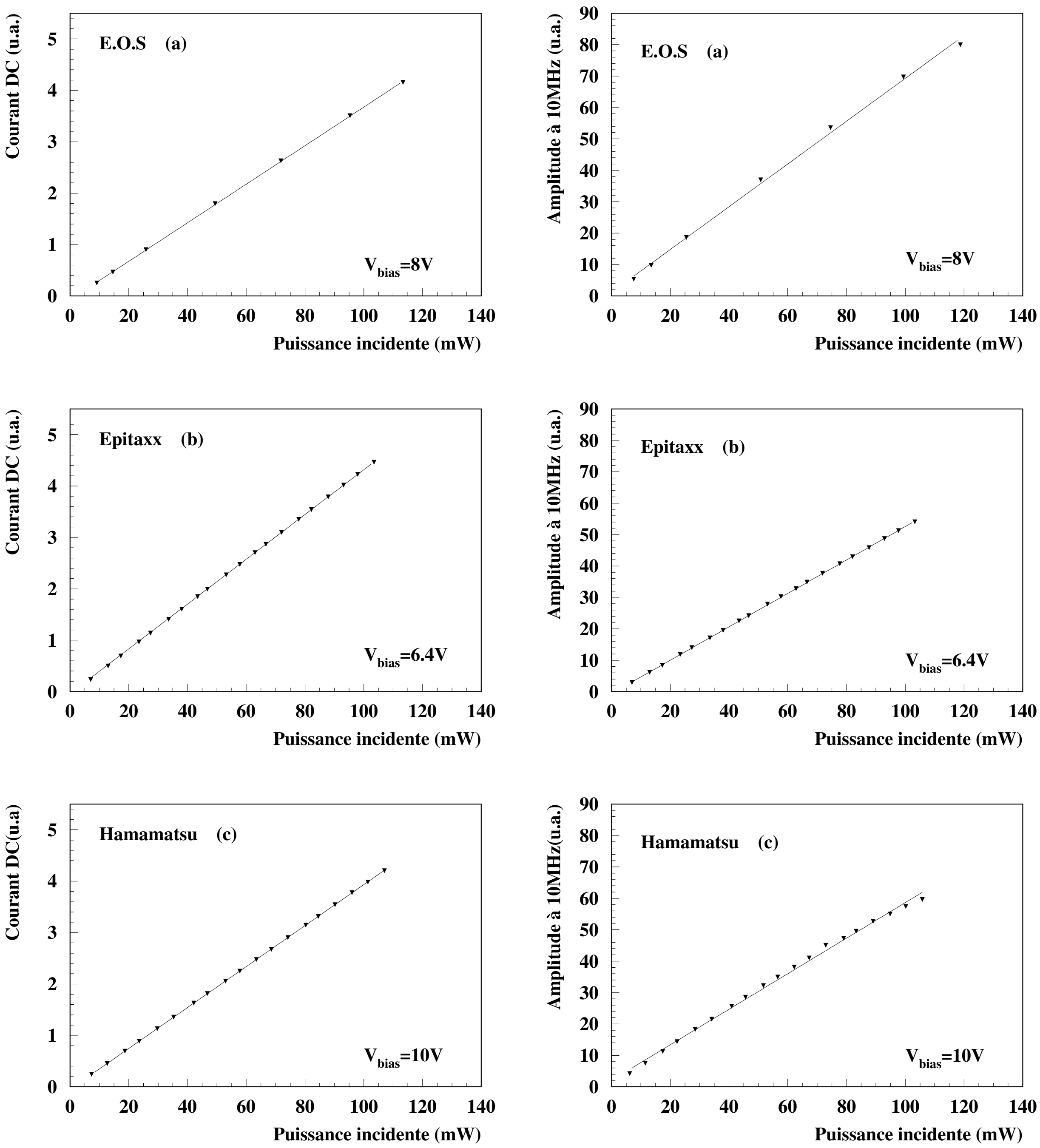

Figure 7.2.14: *Linéarité de la réponse en continu et à 10 MHz des photodiodes E.O.S (a), Epitaxx (b) et Hamamatsu (c). Les lignes dessinées correspondent à un ajustement linéaire des données.*

Pour pouvoir se placer dans une partie linéaire de la réponse de la photodiode on voit, d'après la figure (7.2.13), que le V_{bias} appliqué doit être supérieur à 6 V.

La réponse continue et à 10 MHz de la photodiode "E.O.S" en fonction de la puissance incidente est tracée sur la figure (7.2.14.a) pour $V_{bias} = 8$ V (pour se réserver une marge). On constate que la diode "E.O.S" a une réponse linéaire jusqu'à une puissance de plus de 100 mW en continu et à haute fréquence (faible modulation).

La même mesure a été effectuée sur les deux autres photodiodes ("Epitaxx" et "Hamamatsu"). D'après les résultats montrés sur la figure (7.2.14), chacun de ces trois détecteurs présente une réponse linéaire jusqu'à 100 mW. Ces trois détecteurs sont donc des candidats potentiels pour la détection du signal de VIRGO.

Sélection

Ayant le plus faible courant d'obscurité, notre choix s'est porté vers la photodiode "E.O.S". Nous avons donc commandé dix de ces photodiodes et dès réception, mesuré leur caractéristique courant-tension. Mais, à notre grand désappointement, aucun de ces dix exemplaires n'avait la même caractéristique que le premier spécimen testé. Le tableau (7.3) réunit les caractéristiques mesurées sur les dix photodiodes "E.O.S" à comparer avec la première testée "0".

Photodiode	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tension de claquage (à 10μA) (V)	85	42	30 (3μA)	10 (7μA)	72	78	58	14	68	-	50 (4μA)
Courant d'obscurité (à 10 V) (nA)	1	180	200	300 (5 V)	55	140	110	2500	120	4000 (5 V)	180

Tableau 7.3: *Caractéristiques de la première photodiode E.O.S testée et des dix exemplaires similaires commandés. La valeur entre parenthèses donne le courant auquel la tension de claquage a été mesurée ainsi que la tension à laquelle le courant d'obscurité a été mesuré dans le cas où la diode présentait un claquage mou et que la tension aux bornes de celle-ci ne pouvait être augmentée sans risque de destruction.*

Sur les dix photodiodes, aucune n'a les mêmes caractéristiques. De plus, ces différentes caractéristiques sont toutes moins bonnes que les caractéristiques de la première photodiode "E.O.S." Le test de validation sur une plus grande statistique a donc tourné court pour les photodiodes "E.O.S." et nous nous sommes tournés vers les deux autres firmes.

Ces photodiodes sont montées dans un boîtier ayant une fenêtre d'entrée. Une partie de la lumière est perdue par réflexion sur la fenêtre ainsi que sur le détecteur lui-même. En appliquant un traitement anti-reflet sur la fenêtre et sur le photodétecteur, il est possible d'augmenter l'efficacité. Nous avons donc demandé à chacun des deux fabricants de nous garantir une efficacité quantique en tenant compte du traitement anti-reflet possible sur la fenêtre et sur le photodétecteur. Le constructeur "Epitaxx" a refusé de nous donner cette garantie (ou alors à un prix exorbitant), le constructeur "Hamamatsu" en revanche, a accepté (pour un prix par photodiode acceptable).

Nous avons donc commandé dix photodiodes Hamamatsu et dans un premier temps, nous avons mesuré et vérifié leurs caractéristiques. Celles-ci correspondaient au premier spécimen en notre possession. Ces photodiodes sont garanties, avec la fenêtre et le photodétecteur traités anti-reflet, à une efficacité quantique de 85 %. Nous avons alors continué nos tests uniquement sur les photodiodes de cette firme.

7.3 Photodiode Hamamatsu

7.3.1 Bruit intrinsèque

Les diverses sources de courant de bruit dans une photodiode sont:

- le "shot noise" (ou bruit de grenaille): ce bruit est lié aux fluctuations du courant moyen qui traverse le dispositif:

$$\bar{i_b^2} = 2\ e\ (I_o + I_p)\ \Delta f$$

  où e est la charge de l'électron, I_o le courant d'obscurité, I_p le courant photoélectrique dû au flux moyen et Δf la bande de fréquence dans laquelle on fait la mesure.

- le bruit en 1/f: ce bruit peut être négligé car il n'est important qu'à basses fréquences, fréquences inférieures aux fréquences habituelles de modulation.

La comparaison des valeurs de ces différents bruits montre que le "shot noise" est la cause principale du bruit d'une photodiode.

Des mesures de bruit ont été faites en illuminant la photodiode Hamamatsu de diamètre 3 mm avec une lampe, produisant ainsi un courant continu à travers celle-ci. Le courant induit par le shot noise a été converti en tension et mesuré par un analyseur de spectre bas bruit à 10 MHz. La figure (7.3.1) montre les résultats obtenus et les compare aux valeurs théoriques attendues. Le shot noise mesuré en fonction du courant continu

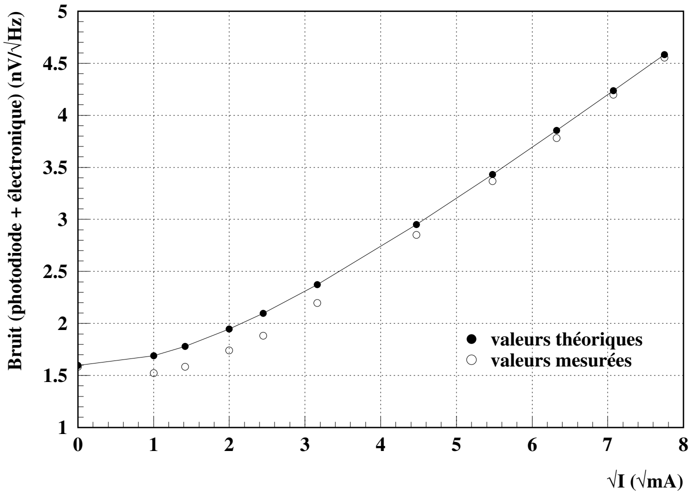

Figure 7.3.1: *Mesure du "shot noise" avec la photodiode Hamamatsu de diamètre 3 mm.*

suit une loi en racine carrée, comme attendu. Ce shot noise devient dominant à partir d'un courant continu d'environ 16 mA (il faut noter que ces photodiodes fonctionneront dans VIRGO à un courant continu de 38 mA). Nous pouvons donc conclure de ces mesures qu'aucun autre bruit pouvant venir directement de la photodiode n'a été mesuré. Le bruit intrinsèque de cette photodiode est suffisamment bas pour que ce photodétecteur satisfasse les conditions requises pour VIRGO.

7.3.2 Effet de la température

Soumise à une puissance lumineuse, la photodiode est parcourue par un courant qui peut conduire à une forte augmentation de la température de la diode. Durant toutes les premières mesures effectuées, les photodiodes étaient entourées d'un radiateur d'aluminium permettant l'évacuation de la chaleur par conduction. Mais il est important de vérifier quelle augmentation de température risque de détériorer les performances du photodétecteur.

La détérioration d'une diode se manifeste par l'augmentation de son courant d'obscurité. Nous avons donc étuvé une photodiode Hamamatsu dans un four et mesuré son courant d'obscurité avant et après chauffage jusqu'à 150°C (figure 7.3.2). Le décalage observé entre les deux courbes de la figure (7.3.2) est dû à une différence des conditions expérimentales en température entre les deux mesures (une normalisation n'a pas était faite). Aucune détérioration significative n'a donc été observée après le chauffage de la photodiode.

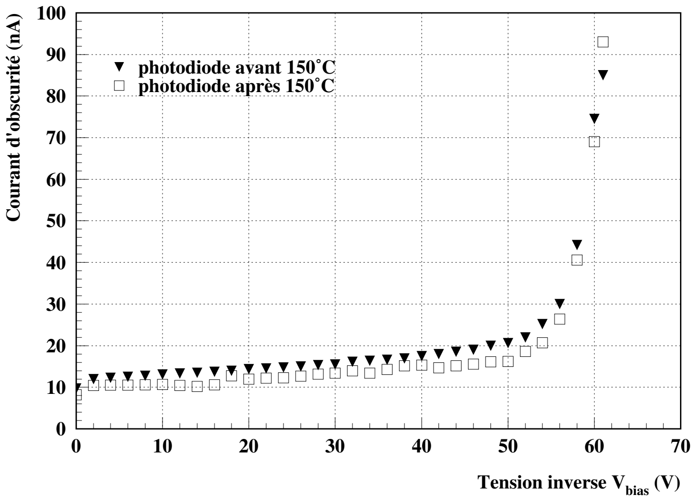

Figure 7.3.2: *Courant d'obscurité d'une photodiode Hamamatsu avant et après étuvage à 150° C.*

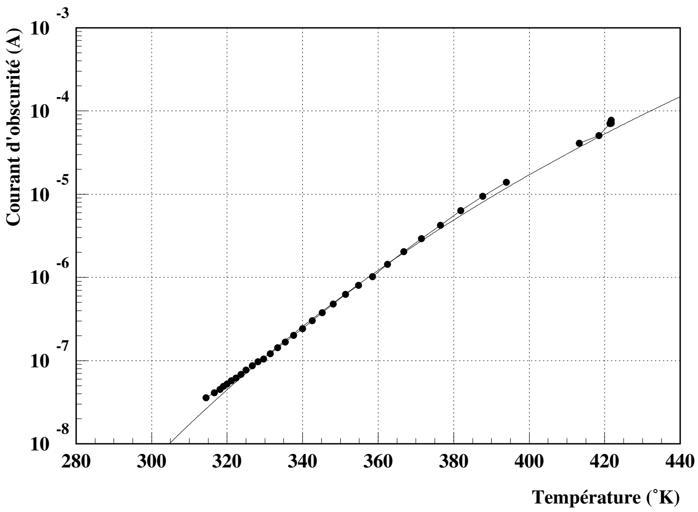

Figure 7.3.3: *Courant d'obscurité en fonction de la température d'une photodiode Hamamatsu.*

Nous avons également mesuré le courant d'obscurité de la photodiode en fonction de la température, en gardant une tension inverse appliquée de 10 V (figure 7.3.3). Les résultats tracés sur la figure (7.3.3) s'ajustent avec la fonction théorique prévue [34]:

$$I_{obscurit\acute{e}} = C_I \times \; e^{-\frac{E_g}{kT}}$$

où E_g est l'écart en énergie (ou *gap*) entre la bande de valence et la bande de conduction, k la constante de Boltzmann, T la température et C une constante.

Le résultat de l'ajustement donne un *gap* pour la photodiode Hamamatsu $E_g = 0.841 \pm 0.003$ eV et $C_I = 0.36 \times 10^6$ A. Cette mesure expérimentale du *gap* semble correcte si on la compare à la valeur trouvée dans la littérature égale à 0.82 eV [35].

7.3.3 Longue exposition à une haute puissance incidente

Au cours des tests précédents, les photodiodes ont travaillé très loin des spécifications données par le constructeur. Parfois la condition de mesure était dix fois, voire même vingt fois, supérieure à la condition limite prescrite mais ces photodiodes ont résisté et surtout bien répondu à nos tests. Les photodiodes utilisées pour VIRGO seront soumises à une grande puissance incidente pendant longtemps. Nous devons vérifier si ces conditions d'illumination ne risquent pas de détruire la photodiode au cours du temps. Nous avons donc mesuré le courant d'obscurité en fonction de la tension inverse appliquée pour une photodiode neuve et pour cette même photodiode après 17 heures d'exposition pour une puissance incidente de 100 mW (figure 7.3.4).

D'après la figure (7.3.4), le courant d'obscurité n'a pas augmenté. La photodiode ne semble donc pas s'être détériorée après une illumination de 17 heures. Afin de confirmer ces premiers résultats et vérifier leur fiabilité, une mesure similaire devra être faite pendant un temps encore plus long.

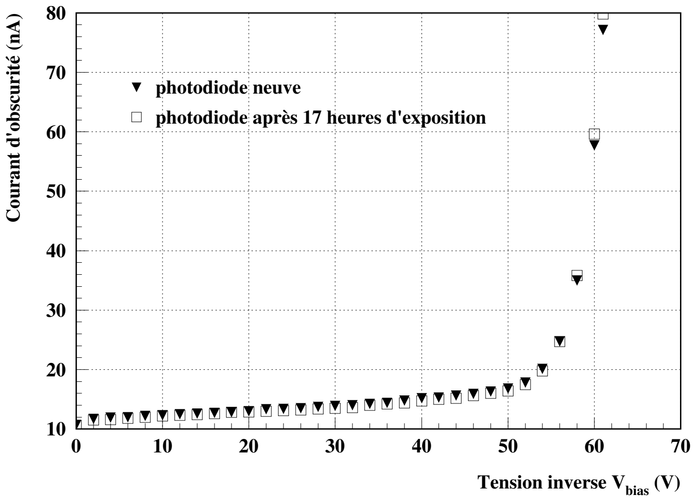

Figure 7.3.4: *Evolution du courant d'obscurité en fonction de la tension inverse appliquée à une photodiode Hamamatsu neuve puis ayant subi 17 heures d'illumination ($P_{incident}$ = 100 mW).*

7.4 Electronique : spécifications

Le courant fourni par les photodiodes va devoir être converti par une électronique adéquate en un signal prêt à être numérisé. Ce paragraphe décrit le schéma général et les critères de l'électronique associée aux photodiodes.

7.4.1 Nombre de photodiodes

Nous avons vu (chapitre 3) que le système de détection devait être capable de gérer une puissance de 1 W. Une unique photodiode InGaAs n'étant pas capable de supporter cette puissance, le système de détection sera constitué de plusieurs photodétecteurs. Les tests effectués sur les photodiodes ont montré que chacune d'elle répondait jusqu'à une puissance de 100 mW. Cette puissance ne sera donc pas détectée par un seul photodétecteur mais sera divisée et répartie par des lames séparatrices sur un jeu de seize photodiodes (ce nombre permettant d'avoir un peu de marge). A chaque diode sera associée une voie d'électronique de conversion.

7.4.2 Signal à détecter

Le faisceau que doivent détecter les photodiodes est modulé. Les fréquences de modulation possible (voir chapitre 3) sont aux environs de 10 MHz. Un circuit électronique est d'autant plus difficile à réaliser que la fréquence du signal qu'il doit traiter est élevée. L'électronique a donc été étudiée pour répondre à la première fréquence de modulation possible, plus exactement égale à 6.27 MHz. Un changement de fréquence ne pourra pas, avec cette solution, se faire simplement car il entrainerait des modifications au niveau de l'électronique.

Chaque photodiode doit non seulement détecter le signal à la fréquence de modulation mais aussi le signal continu.

Le signal en continu nous renseigne sur l'état de la diode. Son grand avantage est qu'il est présent même si le démodulateur ne marche pas. La mesure de ce signal continu permettra également de centrer la position des photodiodes par rapport au faisceau optique. Une diminution de ce signal peut indiquer, soit un décalage de la photodiode par rapport à sa position optimum, soit une détérioration de celle-ci. Ce signal sera aussi utilisé dans l'asservissement global de l'interféromètre.

Pour ce qui est du signal à la fréquence de modulation, dans la zone de fréquence où l'on attend une onde gravitationnelle (c'est-à-dire entre 10 Hz et 10 kHz), on doit être capable d'atteindre le niveau du bruit de photons. Cette exigence impose de sévères contraintes sur l'électronique au niveau de sa dynamique.

7.4.3 Dynamique de l'électronique

Pour chaque photodiode, le courant maximum atteint 75 mA (pour une sensibilité de 0.75 A/W) et le courant moyen 38 mA. Le shot noise induit est égal à 110 pA/$\sqrt{\mathrm{H}z}$. La détection ne doit être limitée que par ce bruit. Donc la dynamique sur le courant devra être de:

$$\frac{75 \text{ m}A}{110 \text{ p}A/\sqrt{\mathrm{H}z}} \simeq 8 \times 10^8 \sqrt{\mathrm{H}z}$$

qui représente une valeur importante pour la dynamique d'une électronique. La plus grande valeur du signal est due à la composante au double de la fréquence de modulation 2Ω. La composante à la fréquence de modulation Ω qui portera le signal de l'onde gravitationnelle, est, elle, plus faible: probablement inférieure à 10 mA [22]. Afin de réduire la dynamique d'un facteur 10 environ, la composante à 2Ω ainsi que la composante continue doivent être filtrées et portées à un niveau inférieur à la composante à Ω. Dans ce cas de figure, la dynamique requise devient d'environ $10^8\sqrt{\mathrm{Hz}}$.

7.5 Electronique : schéma envisagé

Le schéma électronique présenté ici est la solution de référence au début de l'année

1996. Il faut savoir que cette solution est en constante optimisation. Cependant, les principales fonctionnalités sont bien définies. Elles nécessitent :

- un filtre
- une amplification
- un mélangeur
- un déphaseur

7.5.1 Filtre de la composante à 2Ω

Le filtre est obtenu par un cable court-circuité dont la longueur doit être ajustée par rapport à la fréquence à filtrer. Une représentation schématique de ce cable est dessinée sur la figure (7.5.1). On peut déduire des équations générales d'une ligne de transmission

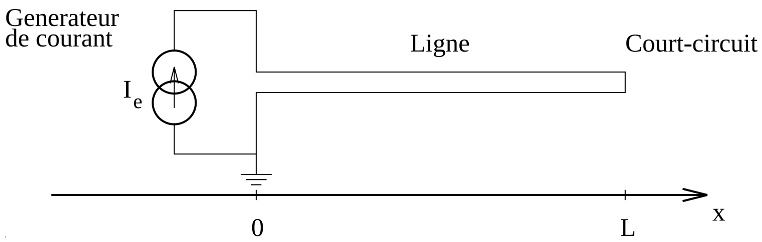

Figure 7.5.1: *Représentation schématique d'une ligne en court-circuit.*

sans pertes les positions des nœuds et des ventres de tension le long de la ligne. Les nœuds de tension se trouvent aux positions :

$$x = L - k\,\frac{\lambda}{2} \tag{7.5.1}$$

et les ventres de tension aux positions :

$$x = L - (2k+1)\,\frac{\lambda}{4} \tag{7.5.2}$$

Le cable doit être un court-circuit pour le signal au double de la fréquence de modulation. D'après l'équation (7.5.1), la longueur de la ligne devra donc être un multiple de la demi longueur d'onde (pour 2 Ω). Cette même longueur correspondra alors à un multiple de $\lambda/4$ pour la fréquence de modulation Ω : $L = \lambda_{mod}/4$. Pour cette fréquence Ω, la ligne se comporte comme un circuit ouvert ayant une impédance infinie en entrée.

Des mesures ont été effectuées sur un tel cable ayant une vitesse de propagation de 208 000 km.s^{-1}. La fréquence de modulation choisie étant de 10 MHz, le cable a été coupé à environ 5 m. Les mesures ont montré qu'un tel système pouvait réduire d'un facteur 100 (40 dB) la composante à 2 Ω.

7.5.2 Préamplification

Ce cable est représenté sur la figure (7.5.2) dans la configuration générale d'une voie d'électronique associée à une photodiode.

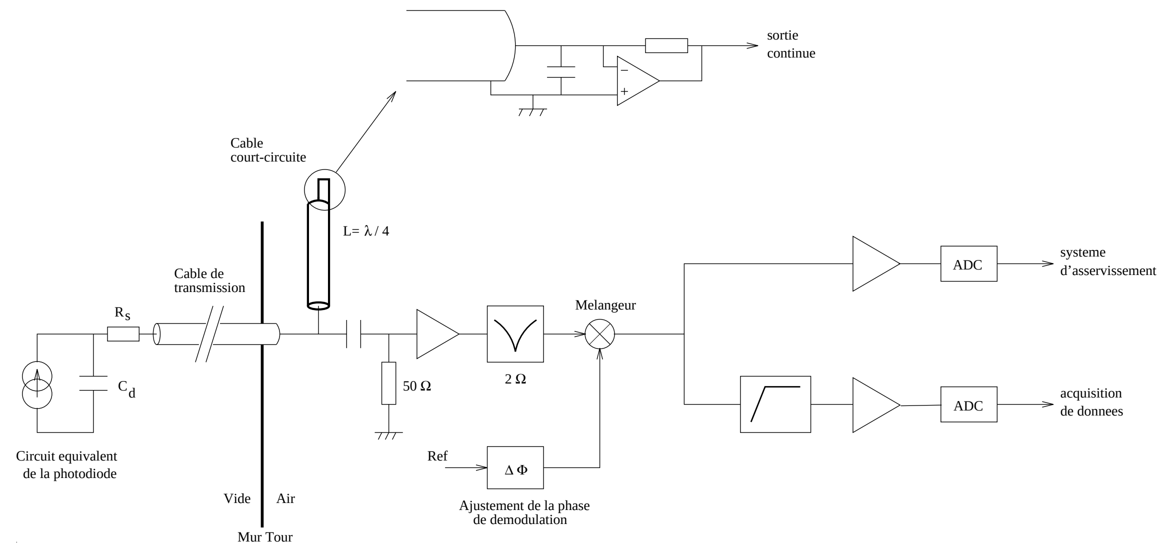

Figure 7.5.2: *Diagramme schématique d'une voie de détection.*

La photodiode est représentée par son circuit équivalent. Le signal donné par celle-ci est transmis à l'extérieur de la tour de détection par un cable triaxial (cable de transmission). La tension continue fournie est transmise par l'âme de ce cable tandis que la gaine peut être utilisée pour amener la tension inverse V_{bias} aux bornes de la photodiode.

A la sortie de la tour, le signal à 2 Ω est filtré par le cable court-circuité et le courant DC est "bloqué" par une capacité. Mais le signal continu peut être extrait à la sortie du cable court-circuité par une capacité (voir figure 7.5.2) (car il contribuera peut-être aux signaux nécessaires pour l'asservissement).

Le courant à la fréquence de modulation, lui, est converti en tension par la résistance de 50 Ω. Puis cette tension est amplifiée afin de s'ajuster aux valeurs d'entrées demandées par le mélangeur. L'amplificateur opérationnel utilisé est le CLC425, dont les caractéristiques sont les suivantes:

- tension de bruit = 1,05 $\text{nV}/\sqrt{\text{H}z}$

- produit gain-bande = 1,7 GHz
- offset = 100 μV
- gain = 10 à 1000
- dynamique = 182,5 dB$\sqrt{\mathrm{H}z}$

Bruit de l'électronique

La limite de détection doit toujours rester le shot noise. Les composants électroniques ne doivent pas ajouter de bruit. Le bruit de tension produit par le shot noise au niveau de la résistance de 50 Ω est d'environ 5 nV/$\sqrt{\mathrm{H}z}$. Le bruit de l'électronique doit donc être inférieur à cette valeur.

Des mesures faites sur un premier circuit prototype ont donné un bruit ramené en entrée de l'électronique de 1,6 nV/$\sqrt{\mathrm{H}z}$. La limite du shot noise semble donc pouvoir être atteinte.

7.5.3 Démodulation

A la suite de ce premier amplificateur, un filtre réjecteur permet d'atténuer encore d'un facteur 60 à 80 dB le signal à la fréquence 2 Ω. Puis un second amplificateur ajuste l'amplitude du signal avant l'entrée RF du démodulateur.

Le signal à la fréquence de modulation doit être parfaitement en phase avec l'oscillateur local afin de ne pas perdre d'informations lors de la démodulation. Un retard ajustable au niveau de l'oscillateur local permettra de compenser des retards éventuels dûs à l'électronique ou autre.

7.5.4 Numérisation

Les résultats de simulations [22] réalisées avec "SIESTA" [27] donne le spectre du signal après démodulation tracé sur la figure 7.5.3. Cette simulation, faite en considérant une solution possible de l'asservissement global de VIRGO, donne les grandeurs typiques que l'on pense obtenir lorsque l'interféromètre sera asservi.

La figure 7.5.3 montre que la dynamique à assurer rend impossible la numérisation du signal par un seul ADC. Le signal démodulé sera donc divisé suivant deux canaux : un canal dédié à l'acquisition de données et l'autre à l'asservissement de l'interféromètre.

Cette figure montre que les plus grandes amplitudes du signal se trouvent à basse fréquence. La sensibilité de l'interféromètre est limitée à basse fréquence à 10 Hz par l'atténuation sismique. Le signal démodulé peut donc être filtré à basse fréquence par un

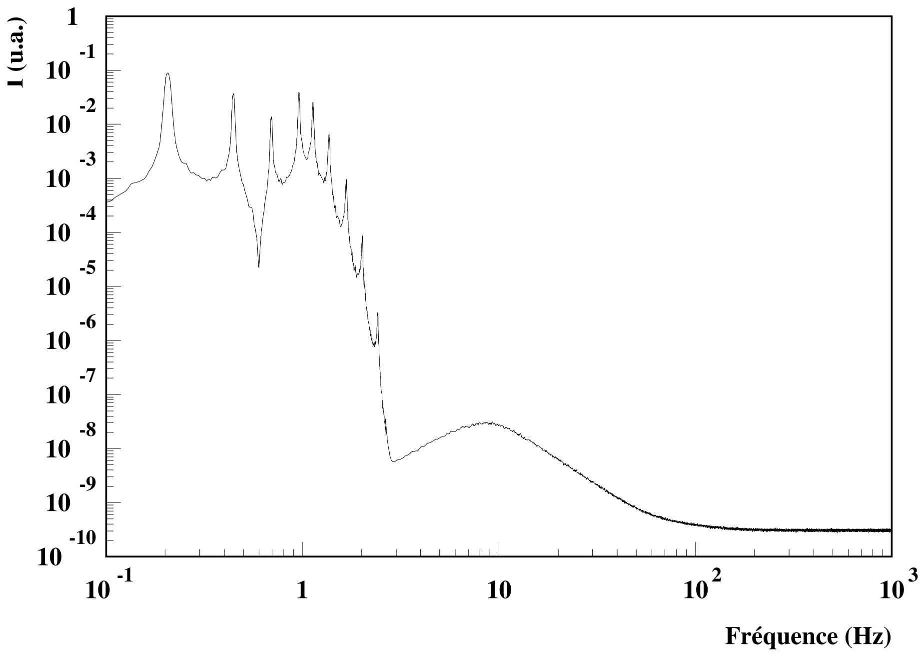

Figure 7.5.3: *Spectre du signal après démodulation (d'après simulation).*

passe-haut sans risque de perte de signal gravitationnel. La dynamique est ainsi diminuée et le signal peut être mesuré par un seul ADC.

Pour le canal concernant l'asservissement, nous n'avons pas besoin d'être sensible au shot noise. Ce canal sera donc seulement constitué d'un ADC.

7.6 Conclusion

Nous avons testé les propriétés des photodiodes InGaAs disponibles sur le marché. Ces mesures nous ont montré :

- une uniformité très satisfaisante de la réponse sur toute la surface des photodiodes.
- un effet de saturation à grande puissance lumineuse incidente; cette saturation peut être réduite en appliquant une tension inverse conséquente (V_{bias}=10V) aux bornes de la photodiode.
- une saturation due a un effet de densité. Ceci nous a conduit à utiliser des photodiodes de diamètre plus grand (3mm). Mais le diamètre de la photodiode ne peut

s'agrandir à notre guise car plus son diamètre sera grand, plus sa capacité le sera aussi limitant par là même la réponse en fréquence de la diode. Le compromis actuel a donc été de choisir un diamètre de 3 mm.

- le niveau de bruit mesuré des photodiodes de diamètre 3 mm est faible et répond aux conditions VIRGO.

- face à une grande puissance incidente et à une haute température, ces photodiodes n'ont pas donné de signes de faiblesse.

Ces photodiodes détectent donc avec une bonne linéarité un faisceau lumineux incident de 100mW modulé à haute fréquence. Nous pouvons conclure que les produits disponibles aujourd'hui sur le marché satisfont les demandes de VIRGO. La photodiode de diamètre 3 mm choisie est celle de la firme Hamamatsu (G5114-03).

Nous avons déjà testé dix exemplaires de ces photodiodes Hamamatsu. Il reste à vérifier ces tests sur un plus grand nombre de diodes afin de connaître l'écart statistique d'une diode à l'autre.

Chapitre 8

Configuration générale du banc de détection

Le rôle principal du banc de détection est de mesurer la lumière résultante de l'interférence entre les faisceaux réfléchis par les deux bras de l'interféromètre. Ce faisceau, appelé faisceau principal (A), contient l'effet produit par une onde gravitationnelle (figure 8.0.1).

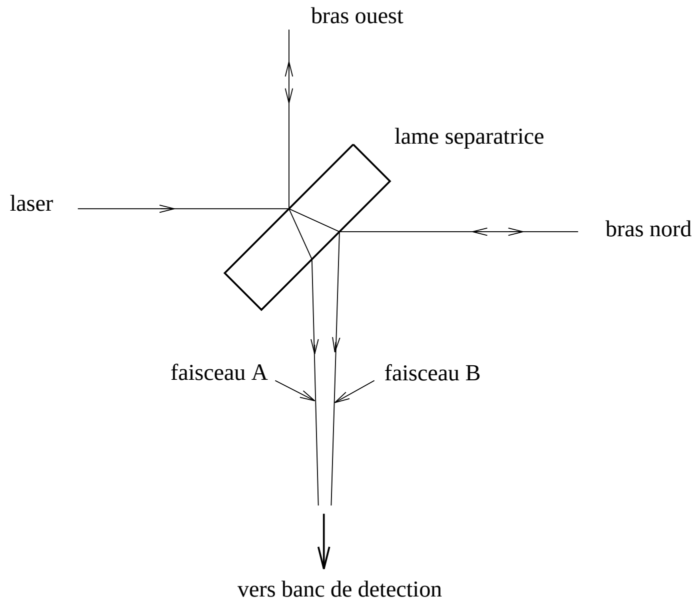

Figure 8.0.1: *Représentation schématique des deux faisceaux incidents sur le banc de détection.*

Le banc de détection doit également mesurer le signal amené par le faisceau provenant du bras nord de l'interféromètre et réfléchi sur la deuxième face de la lame séparatrice. Ce faisceau, appelé faisceau secondaire (B), sert pour l'asservissement global de l'interféromètre mais également pour l'alignement du banc de détection. Afin d'être détectés, ces deux faisceaux sont séparés et adaptés en taille et en position aux différents éléments optique du banc de détection par un télescope placé sur ce banc. Ce chapitre explique les différents buts que le télescope doit permettre d'atteindre et les solutions envisagées. Il donne ensuite la disposition générale possible du banc de détection ainsi que la précision à laquelle son alignement doit être réalisé.

8.1 Télescope

Le télescope va jouer deux rôles:

- celui de séparer les deux faisceaux réfléchis sur les deux faces de la lame séparatrice
- celui d'adapter en taille et en position le faisceau principal (A) à la cavité "mode cleaner"

8.1.1 Séparation des deux faisceaux

A l'entrée du banc, les centres des deux faisceaux sont distants de moins d'un centimètre et leur taille respective est égale à deux centimètres. Ces faiceaux sont pratiquement superposés et non séparables dans cette configurarion. Grâce au fait que les deux faces de la séparatrice sont non parallèles, les deux faisceaux ont une direction de propagation différente et l'angle Ω qu'ils forment entre eux donne la possibilité de pouvoir les séparer. Cet angle Ω est proportionnel à l'angle α entre les faces de la lame séparatrice :

$$\Omega \approx \; 3,6 \; \alpha \quad \text{pour} \quad n = 1,45$$

n étant l'indice de réfraction de la séparatrice [36].

A l'heure actuelle, la lame séparatrice a été fabriquée. Elle a une épaisseur de 55 mm et l'angle entre ses faces vaut 1 mrad. Sur la figure (8.1.1) sont reportées les positions des deux faisceaux par rapport à l'axe du bras ouest de l'interféromètre en fonction de la distance à la lame séparatrice. A l'entrée du banc, la distance entre les deux faisceaux sera de 7.8 mm; une distance plus petite que leur rayon. Il est possible de les séparer en employant une lentille de focale f adéquate.

Considérons un faisceau gaussien passant à travers une lentille. Son waist w_2 après la lentille dépend du waist avant la lentille w_1, de la position de ce waist par rapport à la

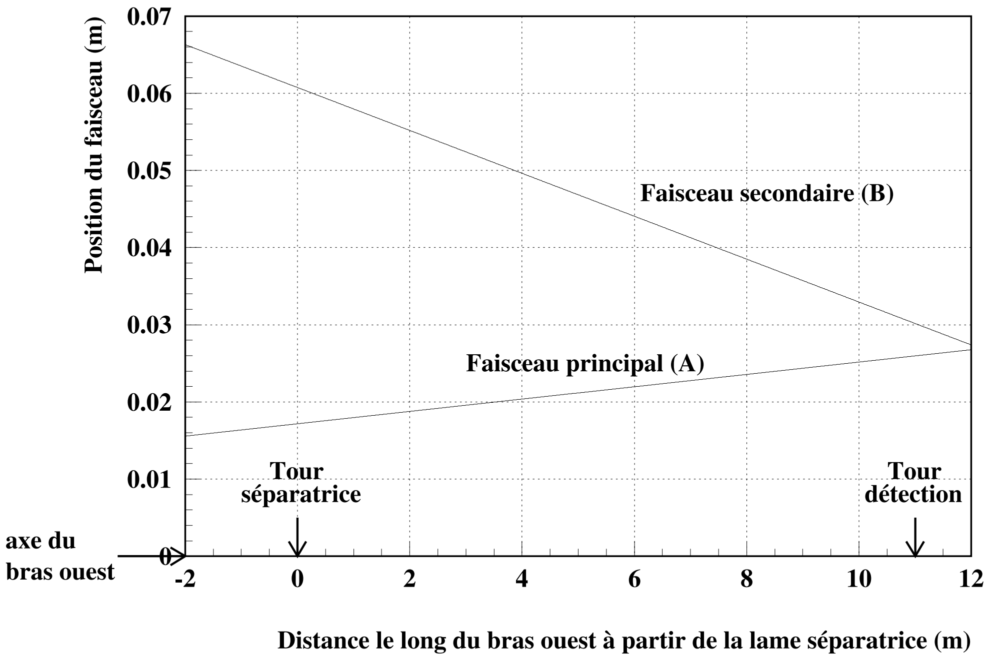

Figure 8.1.1: *Position du faisceau principal et du faisceau réfléchi par la lame séparatrice par rapport à l'axe du bras ouest et en considérant la lame séparatrice comme origine.*

lentille d_1 et de la focale de la lentille f [20] :

$$\mathrm{w}_2^2 = \frac{\mathrm{w}_1^2}{\left(1 - \frac{d_1}{f}\right)^2 + \left(\frac{b_1}{2f}\right)^2} \tag{8.1.1}$$

où $b_1 = \frac{2\pi \mathrm{w}_1^2}{\lambda}$ est le paramètre confocal du faisceau d'entrée.

Supposons le faisceau incident sur la lentille quasiment parallèle. Pour pouvoir faire cette hypothèse, la distance d_1 séparant la lentille du waist doit être petite par rapport au paramètre confocal b_1 : $d_1 \ll b_1$ (figure 8.1.2). Dans le cas de VIRGO, cette condition est vérifiée car $d_1 = 16$ m et $b_1 = 2360$ m. L'équation (8.1.1) peut, dans ce cas, se simplifier comme :

$$\mathrm{w}_2 \simeq f \times \frac{\lambda}{\pi\ \mathrm{w}_1} \tag{8.1.2}$$

Un tel faisceau converge approximativement dans le plan focal de la lentille. Le faisceau aura alors un waist de taille $\frac{f\lambda}{\pi \mathrm{w}_1}$ situé à une distance f de la lentille.

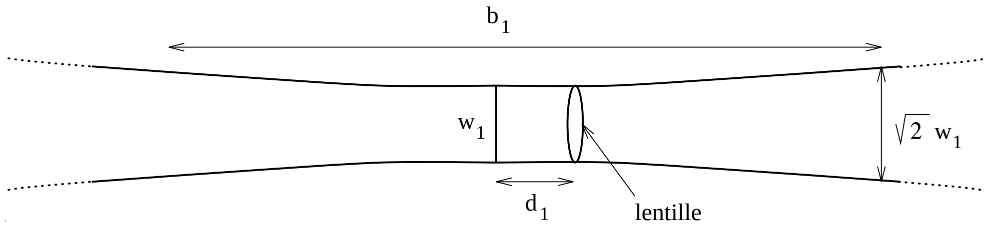

Figure 8.1.2: *Faisceau gaussien de waist* w_1. *Le paramètre confocal* b_1 *est la distance entre les points de l'axe optique où la taille du faisceau est égale à* $\sqrt{2}\,\mathrm{w}_1$. *Pour se placer dans la partie parallèle du faisceau, la lentille doit être à une distance* d_1 *du waist petite par rapport au paramètre confocal* b_1.

Lorsque deux faisceaux séparés d'un angle Ω arrivent sur une telle lentille, ils donnent deux spots dans le plan focal, distants d'une valeur d [36] :

$$d \simeq f \times \Omega \tag{8.1.3}$$

Au plan focal de la lentille correspond le plan du waist du faisceau gaussien (c'est-à-dire là où le faisceau a sa plus petite taille). C'est donc au niveau de ce plan que la séparation des faisceaux est la plus propice car le risque de superposition, et par conséquent de perte de signal, est plus faible.

L'équation (8.1.3) montre que plus la longueur focale f de la lentille est grande, plus la distance d séparant les deux spots sera grande (pour un angle Ω fixé). Mais le choix de cette longueur focale est limitée par la place disponible sur le banc de détection. En choisissant une longueur focale de 1.3 m, les spots des deux faisceaux seront séparés de 4.7 mm au niveau du plan focal de la lentille et auront un waist de 22 μm. La distance d est suffisante pour placer un petit prisme d'angle au sommet 90° au niveau du plan focal et renvoyer ainsi les faisceaux dans deux directions opposées afin de les séparer (figure 8.1.3).

8.1.2 Adaptation du faisceau

Une fois séparé de l'autre faisceau, le faisceau principal, porteur du signal gravitationnel, doit être détecté. Nous avons vu dans le chapitre 3 (figure 3.2.9) que le niveau du rapport signal sur bruit dépendait du contraste à la sortie de l'interféromètre. Il est possible d'améliorer le contraste en filtrant le faisceau principal par une cavité optique, le mode cleaner. Pour que le faisceau soit transmis par cette cavité, il faut que les caractéristiques de celui-ci soient adaptées aux caractéristiques de la cavité. Le waist du faisceau à l'entrée du banc étant de 1,984 cm et le waist du mode cleaner de 140 μm,

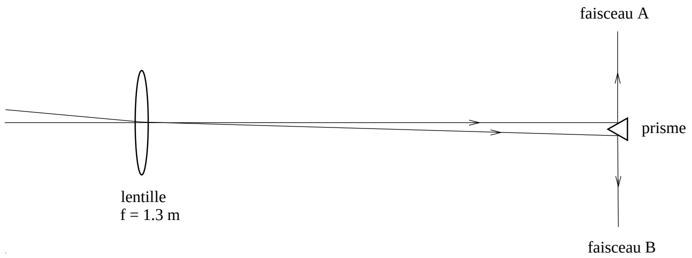

Figure 8.1.3: *Séparation des faisceaux A et B au niveau du plan focal de la lentille grâce à un prisme.*

la taille de ce faisceau doit être réduite d'un facteur 200 environ. Un télescope formé de lentilles va adapter la taille du faisceau ainsi qu'ajuster la position du waist du faisceau à la position du waist de la cavité.

Un télescope constitué de seulement deux lentilles pourra difficilement pourvoir au grand facteur de réduction en taille demandé. La réduction du faisceau devra se faire en deux étapes. Le télescope envisagé actuellement comprend trois lentilles (figure 8.1.4).

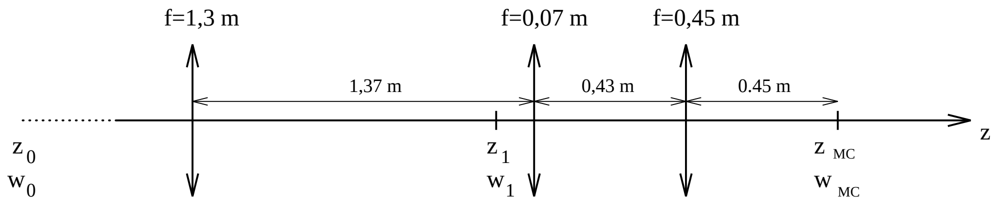

Figure 8.1.4: *Représentation schématique du télescope d'entrée du banc de détection.*

Le waist des deux faisceaux arrivant sur le banc de détection est supposé placé au niveau des miroirs d'entrée des cavités Fabry-Perot c'est-à-dire 16 m avant le banc de détection. La première lentille focalise ces deux faisceaux, quasiment parallèles, sur son plan focal à 1.3 m. La seconde lentille de longueur focale 7 cm est placée de telle sorte que son point focal objet coïncide avec le point focal image de la lentille précédente. Cette configuration donne, après la seconde lentille, un faisceau parallèle[1], de waist 1 mm environ. Ce faisceau est ensuite focalisé au niveau du mode cleaner par une troisième lentille ayant une focale de 45 cm. On obtient ainsi un faisceau ayant un waist de 140 μm adapté à celui du mode cleaner.

[1]il peut être considéré comme parallèle car le paramètre confocal d'environ 6 m est grand par rapport aux distances en jeu.

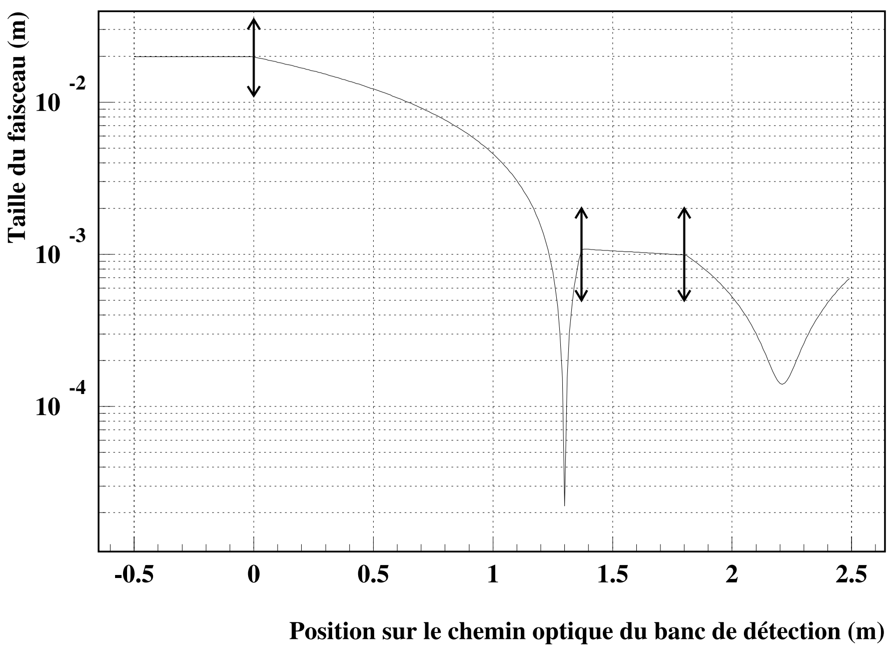

Figure 8.1.5: *Evolution de la taille du faisceau le long du télescope en considérant comme origine la position de la première lentille.*

La figure (8.1.5) montre l'évolution de la taille du faisceau tout le long de son chemin optique dans le télescope en prenant comme origine la position de la première lentille du télescope.

Ce télescope est conçu théoriquement avec des longueurs focales précises. Mais dans la réalité, les longueurs focales des lentilles fabriquées peuvent s'écarter de leur valeur nominale. Avant la mise en place du télescope, les lentilles fabriquées devront être caractérisées. Dans le cas où leur longueur focale différerait trop de la valeur désirée, nous avons toujours la possibilité de modifier légèrement la position des lentilles afin de réajuster le télescope.

Le problème sera plus délicat lorsque le télescope sera déjà installé sous vide dans la tour de détection. La mesure des longueurs focales des lentilles fabriquées comportera toujours une erreur expérimentale de mesure. Il est important de savoir s'il est possible de rattraper cette erreur en modifiant, avec une excursion minime, la position des deux dernières lentilles du télescope sous vide (la première lentille étant de grande taille, restera fixe; mais les deux autres, montées sur des supports motorisés fonctionnant sous vide, pourront être déplacées). Les écarts maximum sur les erreurs de caractérisation doivent être déterminés.

Nous avons cherché, par simulation, la position optimale des lentilles 2 et 3 qui minimise la somme quadratique des erreurs relatives sur le waist du faisceau et sur sa position en fonction des longueurs focales des lentilles. Nous avons cherché à minimiser la valeur M égale à :

$$\mathrm{M} = \left(\delta z \; \frac{\lambda}{2\pi \mathrm{w}_{MC}^2}\right)^2 + \left(\frac{\delta \mathrm{w}}{\mathrm{w}_{MC}}\right)^2 \tag{8.1.4}$$

cette grandeur étant une mesure des pertes. La limite supérieure de cette valeur fixée à 0.1 % donne l'écart possible sur l'erreur des longueurs focales des lentilles.

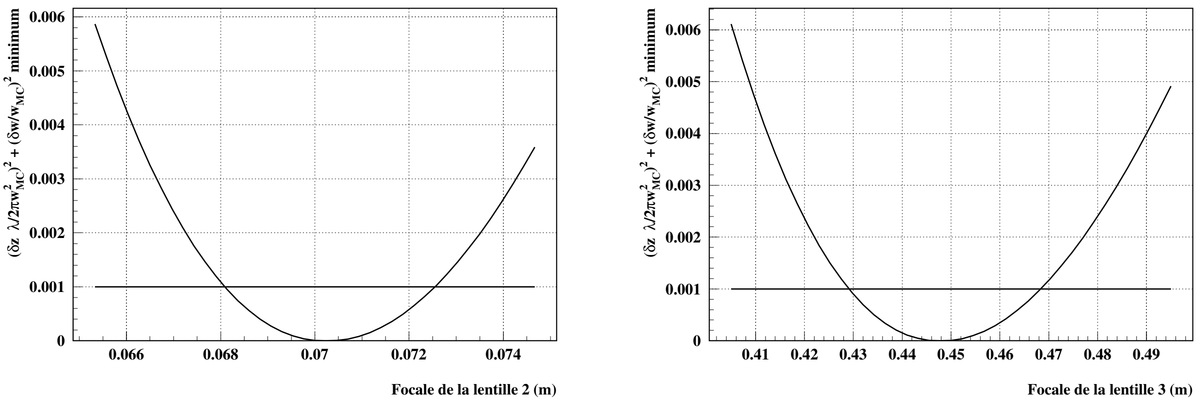

Figure 8.1.6: *Valeur M minimisée en faisant varier la position des lentilles 1 et 2 en fonction de la longueur focale de la lentille 2 (gauche) et de la lentille 3 (droite).*

Le graphe (8.1.6 gauche) montre que la longueur focale de la lentille 2 doit être mesurée à mieux que ± 0.25 cm. C'est-à-dire, si la différence entre la valeur mesurée de la longueur focale et la longueur focale vraie est inférieure à ± 0.25 cm, on pourra trouver une position pour les lentilles 2 et 3 qui rattrape cette imprécision de mesure. Mais si cette différence est plus grande on ne pourra corriger cette erreur en agissant seulement sur les lentilles motorisées sous vide. D'après la figure (8.1.6), le télescope pourra être réajusté sous vide si la longueur focale de la lentille 2 est connue à mieux que 3 % et celle de la lentille 3 mieux que 8 %.

La même méthode de minimisation peut être utilisée pour connaître l'erreur que l'on peut avoir sur la connaissance du waist du mode cleaner ainsi que sa position. Le graphe

(8.1.7 gauche) montre que si la taille du waist est connu à ± 5 μm, il y aura une position optimum des lentilles 2 et 3 qui permettra de réajuster le waist du faisceau au waist du mode cleaner. Mais si cette taille est connue avec une précision moindre, il sera impossible

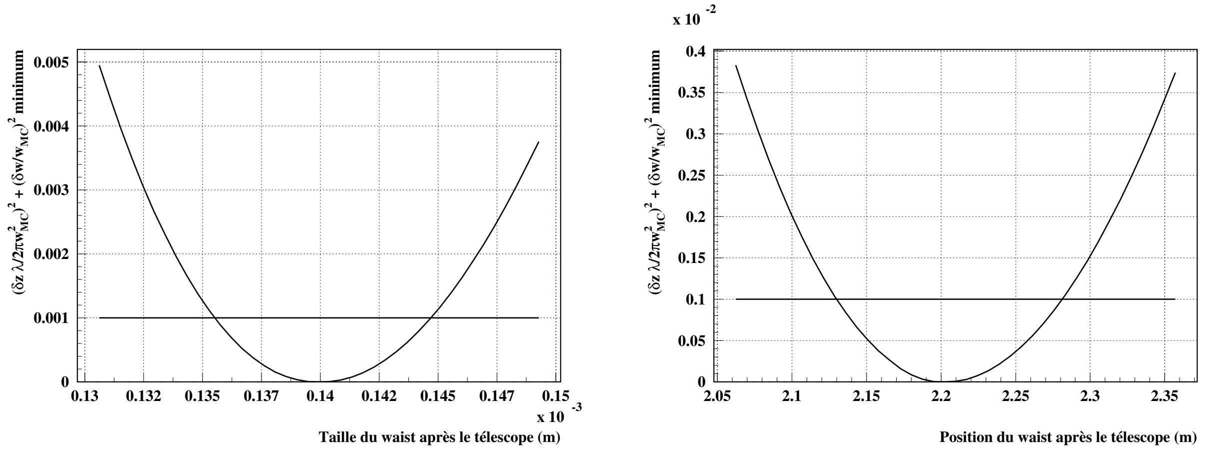

Figure 8.1.7: *Valeur M minimisée en faisant varier la position des lentilles 1 et 2 en fonction de la valeur du waist du faisceau (gauche) et de la position de ce waist (droite).*

de la compenser sous vide. Pour ce qui concerne la position du mode cleaner, d'après la figure (8.1.7), celle-ci devra être connue à mieux que ± 3 cm.

Le télescope ajuste en taille et en position le faisceau d'entrée du banc de détection au mode cleaner pour que le faisceau puisse être filtré. Un désalignement du faisceau à l'entrée de la cavité peut introduire une perte de signal. Le sujet du paragraphe suivant est de donner les spécifications sur l'ajustement demandé en taille et en position du faisceau à l'entrée du mode cleaner à basse et à haute fréquence afin d'atteindre la sensibilité requise pour VIRGO ($\tilde{h} = 3 \times 10^{-23}/\sqrt{\mathrm{H}z}$ à 100 Hz).

8.2 Précision de l'ajustement du faisceau

Le champ électromagnétique à l'entrée du mode cleaner est composé de trois fréquences: la porteuse de fréquence $f = \nu_0$ et les deux bandes latérales de fréquence $f = \nu_0 \pm \nu$. Considérons un champ gaussien fondamental aligné sur l'axe optique de la cavité. Ce champ s'écrit :

$$\begin{aligned} \psi(x,y,t) &= A(t)\ U_0(x)\ U_0(y) \\ \text{avec} \quad A(t) &= A_0\ e^{i\omega_0 t} + A_+\ e^{i(\omega_0+\Omega)t} + A_-\ e^{i(\omega_0-\Omega)t} \end{aligned} \tag{8.2.1}$$

où A_0, A_+ *et* A_- sont les amplitudes de la porteuse et des bandes latérales.
$U_0(\mu)$ ($\mu = x$ ou y) est le mode fondamental normalisé de Hermite-Gauss [23] :

$$U_0(\mu) = \left(\frac{2}{\pi \mathrm{w}_0^2}\right)^{\frac{1}{4}} \times e^{-\frac{\mu^2}{\mathrm{w}_0^2}}$$

Il existe quatre types d'inadaptations possibles du faisceau à l'entrée du mode cleaner (figure 8.2.1) :

- un déplacement transverse dans la direction x ou y (8.2.1.a)
- une variation angulaire suivant les angles α_x ou α_y (8.2.1.b)
- une différence de taille du waist (8.2.1.c)
- un déplacement axial de la position du waist (8.2.1.d)

Chacun de ces défauts a deux conséquences : la première est la perte d'une partie du signal d'onde gravitationnelle ; la deuxième est la naissance de signaux parasites.

Dans les paragraphes suivants nous considérons chacun des quatre défauts d'ajustement possibles. Tous les calculs de précision sont faits en utilisant les paramètres du mode cleaner suivants :

longueur de la cavité = 2,5 cm
rayon de courbure du miroir 3 = 0,3 m
finesse = 100
waist = 140 μm

La méthode suivie est celle utilisée par Dana Z.Anderson dans son article "Alignment of resonant optical cavities" [37].

8.2.1 Déplacement transverse

Considérons tout d'abord le cas d'un déplacement transverse du faisceau incident de δa dans la direction x (figure 8.2.1.a). L'expression du faisceau incident devient :

$$\psi(x - \delta a, y, t) = A(t)\ U_0(x - \delta a)\ U_0(y)$$

Si $X = \frac{\delta a}{\mathrm{w}_0} \ll 1$, nous pouvons développer l'exponentielle de cette expression jusqu'au deuxième ordre et négliger les termes d'ordre supérieur. Le champ devient:

$$\psi(x - \delta a, y, t) \approx A(t)\ \left[(1 - \frac{1}{2}\ X^2)\ U_0(x) + X\ U_1(x) + \frac{1}{\sqrt{2}} X^2\ U_2(x)\right] \qquad (8.2.2)$$

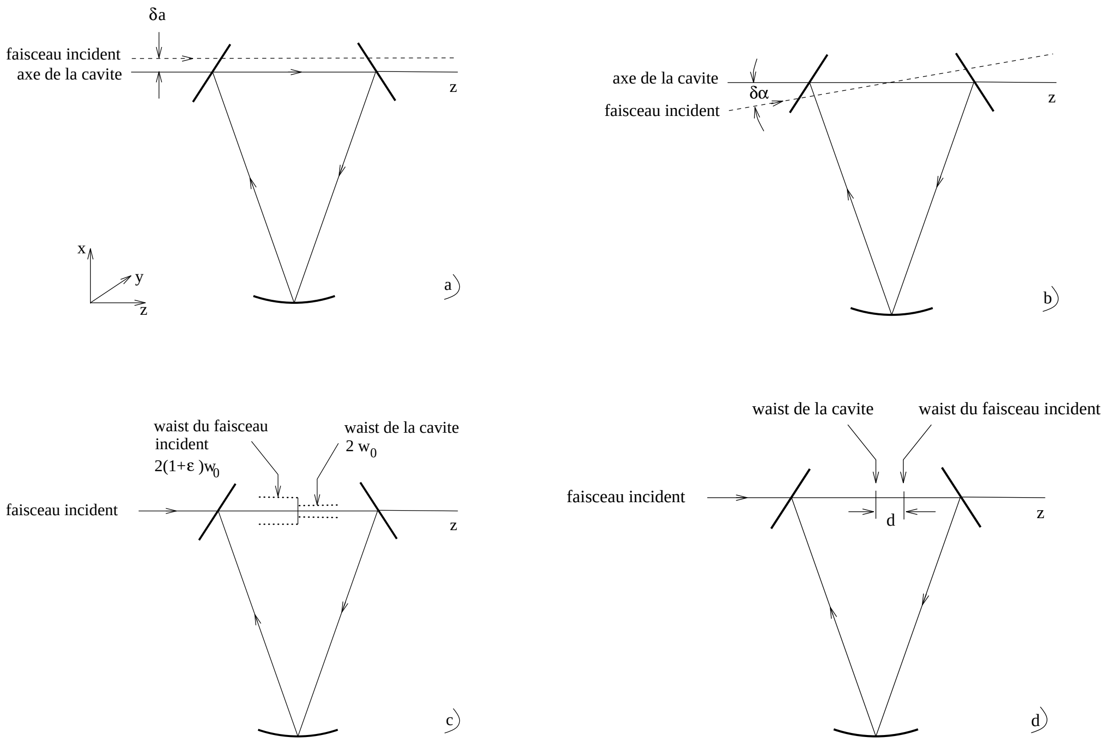

Figure 8.2.1: *Différentes inadaptations possibles du faisceau à l'entrée du mode cleaner.*

où $U_1(x)$ et $U_2(x)$ sont les deux premiers modes de Hermite-Gauss d'ordre supérieur.

La formule (8.2.2) montre qu'à la suite d'un déplacement transverse un faisceau TEM_{00} incident sur la cavité est vu par celle-ci comme une superposition de plusieurs modes.

A partir des expressions (8.2.2) et (8.2.1) l'amplitude du champ transmis par le mode cleaner a été calculée. Dans le calcul, on a supposé un défaut de contraste $1 - C = 10^{-4}$ (pour le mode TEM_{00} de la porteuse) et une profondeur de modulation de 0.3. A partir du champ transmis, le signal à la fréquence de modulation est ensuite calculé. Le signal démodulé est reporté sur la figure (8.2.2.a) en fonction du déplacement transverse.

Si le faisceau incident est aligné sur l'axe de la cavité, le signal en sortie du mode cleaner est égal à zéro. Un déplacement transverse induit un signal à la fréquence de modulation équivalent à un signal produit par une onde gravitationnelle. Le graphe (8.2.2) montre que le signal transmis S varie avec le déplacement tranverse selon la formule suivante :

$$S = C_{\delta a}\ \delta a^2 \quad \text{avec} \quad C_{\delta a} = 772\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

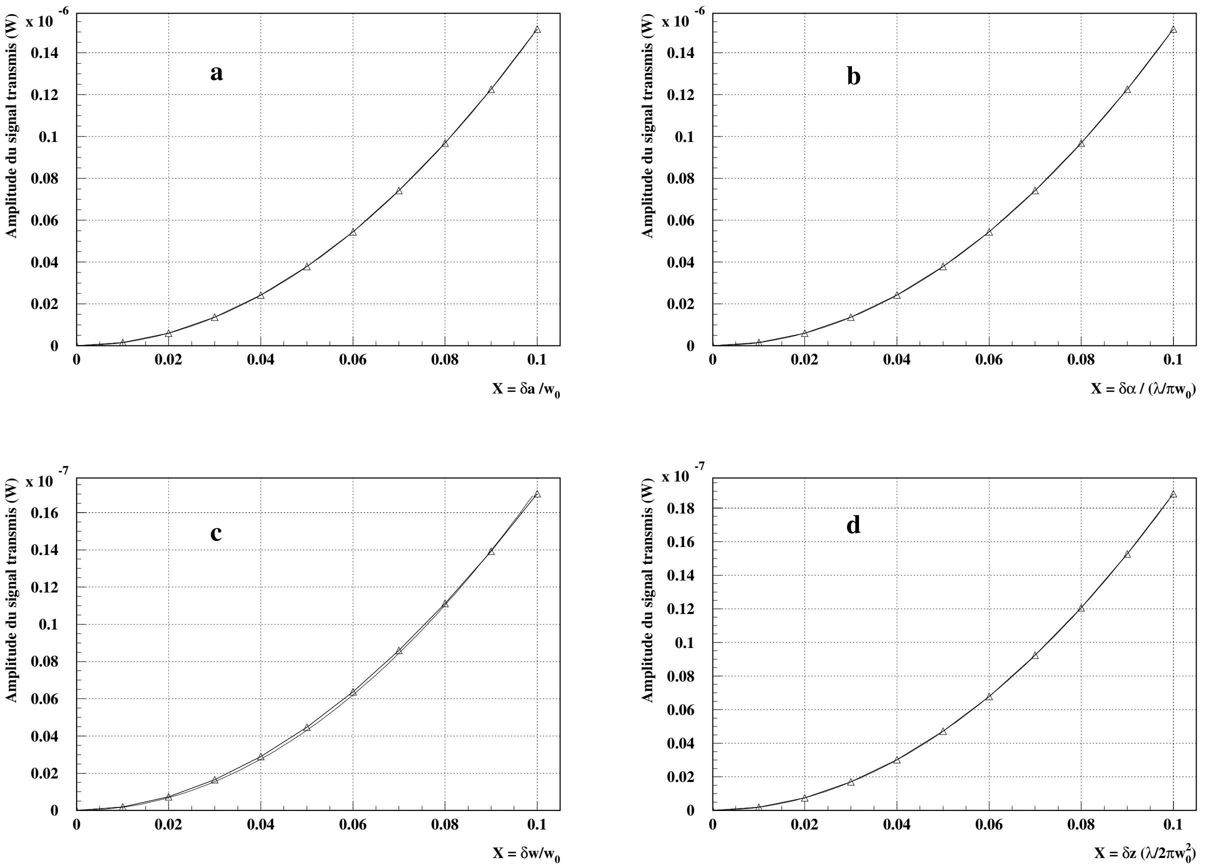

Figure 8.2.2: *Amplitude du signal démodulé en fonction de la grandeur relative caractérisant un déplacement transverse* $X = \frac{\delta a}{\mathrm{w}_0}$ *(a), une variation angulaire* $X = \frac{\alpha}{\lambda/\pi \mathrm{w}_0}$ *(b), une variation de taille du waist* $X = \frac{\delta \mathrm{w}}{\mathrm{w}_0}$ *(c) ou un déplacement axial de la position du waist* $X = \delta z \left(\frac{\lambda}{2\pi \mathrm{w}_0^2}\right)$ *(d).*

8.2.2 Désalignement angulaire

Nous supposons ici que le waist du faisceau incident s'accorde parfaitement avec le waist de la cavité. Mais que l'axe du faisceau incident forme un angle α par rapport à l'axe de la cavité (figure 8.2.1.b).

L'expression du champ incident devient :

$$\psi(x,y,t) = A(t)\ U_0(x)\ e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}\ x\ \alpha_x\right)}\ U_0(y)$$

Si $X = \frac{2\pi}{\lambda}\ x\ \alpha_x \ll 1$, les termes du troisième ordre et plus du développement de l'exponentielle peuvent être négligés et nous obtenons l'expression suivante :

$$\psi(x,y,t) \approx A(t)\ \left[(1-\frac{1}{2}\ X^2)\ U_0(x) + iX\ U_1(x) - \frac{1}{\sqrt{2}}X^2\ U_2(x)\right] \qquad (8.2.3)$$

Un désalignement angulaire du faisceau incident donne aussi lieu à des modes d'ordre supérieur de la cavité.

En utilisant la formule précédente pour le faisceau incident, le signal à la fréquence de modulation à la sortie du mode cleaner a été calculé. La figure (8.2.2) montre le signal démodulé en fonction du désalignement angulaire.

Le signal transmis S varie avec le carré du désalignement $\delta\alpha$:

$$S = C_{\delta\alpha}\ \delta\alpha^2 \quad \text{avec} \quad C_{\delta\alpha} = 2.6\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{rad}^2}$$

8.2.3 Différence de taille du waist d'entrée

Dans ce cas, la taille du waist du faisceau incident est différente de la taille du waist de la cavité (figure 8.2.1.c): $\mathrm{w}_0\ (1+\varepsilon) = \mathrm{w}_0$'.
Le champ incident s'exprime:

$$\psi(r,t) = A(t)\sqrt{\frac{2}{\pi}}\ \frac{1}{\mathrm{w}'_0}\ e^{-\frac{r^2}{\mathrm{w}'^2_0}}$$

En considérant $X = \frac{\delta \mathrm{w}}{\mathrm{w}_0} \ll 1$, nous obtenons l'expression suivante pour le champ:

$$\psi(r,t) \approx A(t)\ \left[(1-\frac{1}{2}\ X^2)\ V_0(r) - (X - \frac{X^2}{2})\ V_1(r) + X^2\ V_2(r)\right] \qquad (8.2.4)$$

avec $V_0(r), V_1(r)$ *et* $V_2(r)$ les modes de Laguerre-Gauss [20].

Même si le faisceau incident est correctement aligné, une petite différence de taille au niveau du waist donne naissance à des modes radiaux du premier et second ordre.

Le signal à la fréquence de modulation est reporté sur le graphe (8.2.2.c) en fonction de la taille du waist. Le signal transmis S varie quadratiquement en fonction de la taille du waist :

$$S = C_{\delta \mathrm{w}}\ \delta \mathrm{w}^2 \quad \text{avec} \quad C_{\delta \mathrm{w}} = 88\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

8.2.4 Déplacement axial de la position du waist

Le dernier cas de désalignement possible correspond à un écart de position le long de l'axe z entre le waist du faisceau et le waist de la cavité (figure 8.2.1.d).

L'expression du faisceau incident est donné sous une forme un peu plus générale par :

$$\psi(r,t,z) = A(t)\ \sqrt{\frac{2}{\pi}}\ e^{-\frac{r^2}{\mathrm{w}(z)^2}\ -\ i\frac{kr^2}{2R(z)}}$$

Considérons que le waist du faisceau incident s'est déplacé d'une distance δz le long de l'axe de la cavité à partir de la position du waist de la cavité. Avec $X = \delta z \times \frac{\lambda}{2\pi \mathrm{w}_0^2} \ll 1$, nous trouvons l'expression du champ :

$$\psi(r,t,\delta z) \approx A(t)\ \left[(1 - iX + X^2)\ V_0(r) + iX\ V_1(r) - X^2\ V_2(r)\right] \tag{8.2.5}$$

Le graphe (8.2.2.d) montre le signal à la fréquence de modulation en fonction du déplacement de la position du waist le long de l'axe z. Le signal transmis S varie avec le déplacement axial de la position du waist suivant la formule:

$$S = C_{\delta z}\ \delta z^2 \quad \text{avec} \quad C_{\delta z} = 1.4 \times 10^{-4}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

8.3 Spécifications

En utilisant les résultats des paragraphes précédents, le signal à la fréquence de modulation peut s'exprimer comme[2] :

$$S_\Omega(t) = C_{\delta a}\ \delta a(t)^2 + C_{\delta\alpha}\ \delta\alpha(t)^2 + C_{\delta\omega}\ \delta\omega(t)^2 + C_{\delta z}\ \delta z(t)^2 + C_h\ h(t)$$

[2] on ne considère pas la contribution due aux termes mixtes (par exemple, $\delta a \times \delta\alpha$).

Le dernier terme, $C_h\ h(t)$, représente la contribution au signal due à une onde gravitationnelle. Les autres termes représentent l'éventuelle contribution induite par des inadaptations possibles du faisceau.

La transformée de Fourier de ce signal donne :

$$\begin{aligned}
\tilde{S}_\Omega(w) &= C_{\delta a} \int \delta\tilde{a}(w-w')\ \delta\tilde{a}(w')\ dw' + C_{\delta\alpha} \int \delta\tilde{\alpha}(w-w')\ \delta\tilde{\alpha}(w')\ dw' \\
&+ C_{\delta \mathrm{w}} \int \delta\tilde{\mathrm{w}}(w-w')\ \delta\tilde{\mathrm{w}}(w')\ dw' + C_{\delta z} \int \delta\tilde{z}(w-w')\ \delta\tilde{z}(w')\ dw' \\
&+ C_h\ \tilde{h}(w)
\end{aligned}$$

Si l'on considère que les contributions à une inadaptation seront plus importantes à basse fréquence qu'à haute fréquence, nous pouvons en déduire la densité spectrale du signal :

$$\begin{aligned}
\tilde{S}_\Omega(w) &\approx 2\ C_{\delta a}\ \delta a_{rms}\ \delta\tilde{a}(w) + 2\ C_{\delta\alpha}\ \delta\alpha_{rms}\ \delta\tilde{\alpha}(w) \\
&+ 2\ C_{\delta \mathrm{w}}\ \delta \mathrm{w}_{rms}\ \delta\tilde{\mathrm{w}}(w) + 2\ C_{\delta z}\ \delta z_{rms}\ \delta\tilde{z}(w) \\
&+ C_h\ \tilde{h}(w)
\end{aligned}$$

où $\delta a_{rms}, \delta\alpha_{rms}, \delta \mathrm{w}_{rms} \mathrm{et} \delta z_{rms}$ sont les écarts quadratiques moyens des quatre désadaptations possibles.

Pour que ces différents désalignements produisent un bruit inférieur au signal créé par une onde gravitationnelle, les conditions suivantes doivent être respectées:

$$\begin{aligned}
2\ C_{\delta a}\ \delta a_{rms}\ \delta\tilde{a}(w) &\ll C_h\ \tilde{h}(w) \\
2\ C_{\delta\alpha}\ \delta\alpha_{rms}\ \delta\tilde{\alpha}(w) &\ll C_h\ \tilde{h}(w) \\
2\ C_{\delta \mathrm{w}}\ \delta \mathrm{w}_{rms}\ \delta\tilde{\mathrm{w}}(w) &\ll C_h\ \tilde{h}(w) \\
2\ C_{\delta z}\ \delta z_{rms}\ \delta\tilde{z}(w) &\ll C_h\ \tilde{h}(w)
\end{aligned}$$

avec $\tilde{h} = 3 \times 10^{-23}\sqrt{\mathrm{H}z}$ (sensibilité en $\tilde{h}$ de VIRGO à 100 Hz).

Pour chacune de ces inégalités il reste encore deux inconnues : les valeurs *rms* de chaque désalignement et les densités spectrales correspondantes. Il est possible de calculer les spécifications sur les densités spectrales à partir des spécifications sur les valeurs *rms*. Afin de déterminer ces dernières, on a calculé les pertes du signal portant l'onde gravitationnelle dues à une inadaptation quelconque du faisceau. Calculées en fonction du coefficient X, ces pertes sont exactement les mêmes pour chaque type de désalignement. Le résultat est montré sur la figure (8.3.3).

Si nous prenons la condition stricte de limiter les pertes à 1 ‰ du signal, la valeur maximum que peut prendre X est égale à $3{\times}10^{-2}$. Cette condition nous permet de déduire

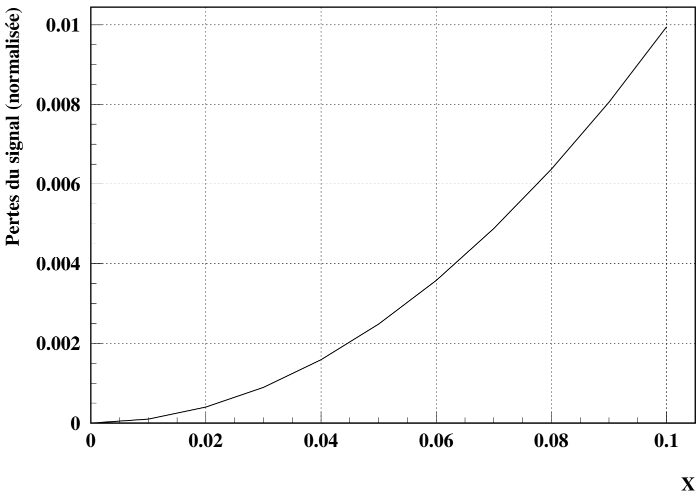

Figure 8.3.3: *Perte du signal causée par une des quatre inadaptations possibles du faisceau d'entrée.*

les spécifications sur les valeurs *rms* acceptables pour chaque désadaptation :

Désalignement	Valeur *rms*
Déplacement transverse	$\delta a_{rms} \leq 4,2 \times 10^{-6}$ m
Variation angulaire	$\delta \alpha_{rms} \leq 73 \times 10^{-6}$ rad
Variation de la taille du waist	$\delta \mathrm{w}_{rms} \leq 4,2 \times 10^{-6}$ m
Déplacement de la position du waist	$\delta z_{rms} \leq 3,5 \times 10^{-3}$ m

En utilisant l'inégalité suivante (8.3.6) prise pour un déplacement transverse et celles similaires pour les autres défauts d'alignement, nous pouvons, à présent, trouver la limite supérieure des différentes densités spectrales à haute fréquence.

$$\delta \tilde{a}(w) \ll \frac{1}{2} \frac{C_h}{C_{\delta a}} \frac{\tilde{h}(w)}{a_{rms}} \tag{8.3.6}$$

où la constante C_h a été calculée égale à : $C_h = \frac{5}{2} \times 10^{13}$ W.

Les résultats obtenus sur les limites des densités spectrales sont résumés dans la table suivante :

Désalignement	Densité spectrale à haute fréquence
Déplacement transverse	$\delta\tilde{a}(100\mathrm{Hz}) \leq 0.12 \times 10^{-6}\ \mathrm{m}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$
Variation angulaire	$\delta\tilde{\alpha}(100\mathrm{Hz}) \leq 2 \times 10^{-6}\ \mathrm{rad}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$
Variation de la taille du waist	$\delta\tilde{\mathrm{w}}(100\mathrm{Hz}) \leq 1 \times 10^{-6}\ \mathrm{m}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$
Déplacement de la position du waist	$\delta\tilde{z}(100\mathrm{Hz}) \leq 0.8 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$

8.4 Précision sur l'alignement du banc de détection

Le paragraphe précédent a présenté les spécifications auquelles doit obéir le faisceau à l'entrée du mode cleaner. Ce faisceau peut être désajusté suite à un désalignement du banc par rapport au faisceau provenant de l'interféromètre. Par conséquent l'alignement de ce banc doit être contrôlé en permanence. Des photodiodes quadrants placées sur le banc de détection vont permettre cette surveillance. Le signal qu'elles vont fournir permettra d'asservir en retour la position du banc. Les spécifications demandées au niveau de la sensibilité de ces photodiodes sont déduites des spécifications calculées à l'entrée du mode cleaner.

8.4.1 Précision d'alignement du faisceau à l'entrée du banc

Dans un premier temps, les spécifications d'alignement à l'entrée du banc sont calculées grâce à la matrice de transfert du télescope comme :

$$\begin{pmatrix} X_i \\ X_i' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{MC} \\ X_{MC}' \end{pmatrix}$$

où X_{MC} et X'_{MC} sont la position et l'angle du faisceau sortant du télescope par rapport à l'axe optique du mode cleaner; X_i et X_i' sont les mêmes quantités calculées à l'entrée du télescope. $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ est la matrice de transfert inverse du télescope.

Les précisions sur l'alignement du faisceau à l'entrée du banc en position et en angle sont données par:

$$\begin{cases} \sigma^2_{X_i} &= A^2\ \sigma^2_{X_{MC}} + B^2\ \sigma^2_{X'_{MC}} \\ \sigma^2_{X_i'} &= C^2\ \sigma^2_{X_{MC}} + D^2\ \sigma^2_{X'_{MC}} \end{cases}$$

où les valeurs de $\sigma_{X_{MC}}$ et $\sigma_{X'_{MC}}$ sont équivalentes aux valeurs *rms* d'un déplacement transverse ou d'une variation angulaire calculées précédement :

$$\sigma_{X_{MC}} = 4,2 \times 10^{-6}\ \mathrm{m}$$

$$\sigma_{X'_{MC}} = 73 \times 10^{-6} \text{ rad}$$

Les spécifications sur l'alignement du faisceau à l'entrée du banc sont donc les suivantes :

$$\begin{array}{lcl} \text{à basse fréquence} & : & \sigma_{X_i} = 0{,}61 \times 10^{-3} \text{ m} \\ & & \sigma_{X'_i} = 0{,}5 \times 10^{-6} \text{ rad} \\ \text{à haute fréquence} & : & \sigma_{X_i} = 16{,}7 \times 10^{-6} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} \\ & & \sigma_{X'_i} = 14{,}4 \times 10^{-9} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}} \end{array}$$

On remarque que les spécifications au niveau des angles sont plus sévères que celles au niveau des déplacements. Ceci est dû au fait que le télescope tend à dimimuer l'effet d'un déplacement du banc (de la même façon qu'il réduit la taille du faisceau) mais amplifie tout mouvement angulaire (de la même façon qu'il augmente la divergence angulaire du faisceau).

Ces spécifications sont données pour un déplacement transverse du banc (selon les axes x et y) ou une déviation angulaire selon ces mêmes axes. Le banc peut aussi bouger suivant l'axe optique Oz. Un calcul similaire donne pour un déplacement longitudinal du banc de $\pm$ 10 cm une variation en taille du waist après le télescope de $\Delta w = \pm 0,3 \times 10^{-6}$ m et un déplacement le long de l'axe z de ce même waist de $\Delta z = \pm 128 \times 10^{-6}$ m. Le déplacement du banc suivant l'axe optique est donc moins critique par rapport à son désalignement possible suivant les axes x et y.

8.4.2 Précision d'alignement au niveau des diodes quadrants

Les photodiodes quadrants chargées de surveiller l'alignement du banc sont placées sur le faisceau secondaire réfléchi par la lame séparatrice. Ce faisceau passe par un télescope similaire à celui placé sur le trajet du faisceau principal. La diode mesurant la position transverse du banc (en x et y) est placée au niveau du faisceau parallèle c'est-à-dire après la seconde lentille. La diode devant contrôler la variation angulaire est précédée d'une lentille de focalisation qui permet de focaliser le faisceau au niveau de la photodiode et ainsi de mesurer avec une meilleure sensibilité le désalignement qui peut s'être produit. Cette seconde photodiode est donc placée après une troisième lentille. Les spécifications d'alignement au niveau des diodes sont déduites des spécifications à l'entrée du banc connaissant les matrices de transfert des télescopes associés à chacune des photodiodes quadrants.

Pour la diode contrôlant la position (X,Y):

$$\begin{array}{llll} \text{si} \ \ \sigma_{X_i} = 0{,}61 \times 10^{-3} \text{ m} & \sigma_{x,y} & \simeq & 33 \times 10^{-6} \text{ m} \\ \text{si} \ \ \sigma_{X_i'} = 0{,}5 \times 10^{-6} \text{ rad} & \sigma_{x,y} & \simeq & 0{,}7 \times 10^{-6} \text{ m} \end{array}$$

Pour la diode contrôlant l'angle (α_x, α_y):

$$\begin{array}{llll} \text{si} \ \ \sigma_{X_i} = 0{,}61 \times 10^{-3} \text{ m} & \sigma_{\alpha_x,\alpha_y} & \simeq & 0{,}5 \times 10^{-6} \text{ m} \\ \text{si} \ \ \sigma_{X_i'} = 0{,}5 \times 10^{-6} \text{ rad} & \sigma_{\alpha_x,\alpha_y} & \simeq & 4 \times 10^{-6} \text{ m} \end{array}$$

Le système de ces photodiodes quadrants est donc capable de distinguer entre les deux types de mouvement et la sensibilité demandée est à la portée d'un tel détecteur.

8.5 Configuration du banc de détection

Les paragraphes et chapitres précédents ont caractérisé les éléments essentiels du banc de détection de l'expérience VIRGO : le mode cleaner, les photodiodes, le télescope et les diodes quadrants. Tous ces éléments doivent maintenant être mis en place sur un banc pouvant s'intégrer facilement dans la tour de détection c'est-à-dire dans un cercle de 2 m de diamètre.

La forme choisie est un octogone de dimensions 88 $\times$ 88 cm^2. Cette taille permettra à un opérateur de circuler facilement autour du banc à l'intérieur de la tour et d'avoir accès "à longueur de bras" à tous les éléments du banc. La figure (8.5.1) donne une représentation schématique de la configuration du banc de détection que nous allons décrire en suivant la direction de propagation des faisceaux A et B. Les deux faisceaux à la sortie de l'interféromètre sont décalés par rapport à l'axe de la tour d'environ 3 cm. La première lentille du télescope est donc décalée de même par rapport à cet axe.

Le télescope est replié à l'aide de plusieurs miroirs pour pouvoir conserver la longueur focale de 1.3 m nécessaire à la séparation des faisceaux. La place disponible est telle que si cela s'avère nécessaire, la longueur focale de la lentille peut être augmentée jusqu'à 2 m. Le prisme placé à la distance focale de la première lentille du télescope renvoie le faisceau principal et le faisceau secondaire dans des directions opposées.

Le faisceau B (réfléchi par le prisme "sur la droite" du schéma) est mesuré par les deux diodes quadrants et servira au contrôle de l'alignement du banc. Le faisceau principal (renvoyé par le prisme "sur la gauche" du schéma) est ajusté en taille par les deux lentilles suivantes pour que le waist du faisceau corresponde en taille et en position à celui du mode cleaner. Le mode cleaner étant asservi sur le mode fondamental du faisceau, le

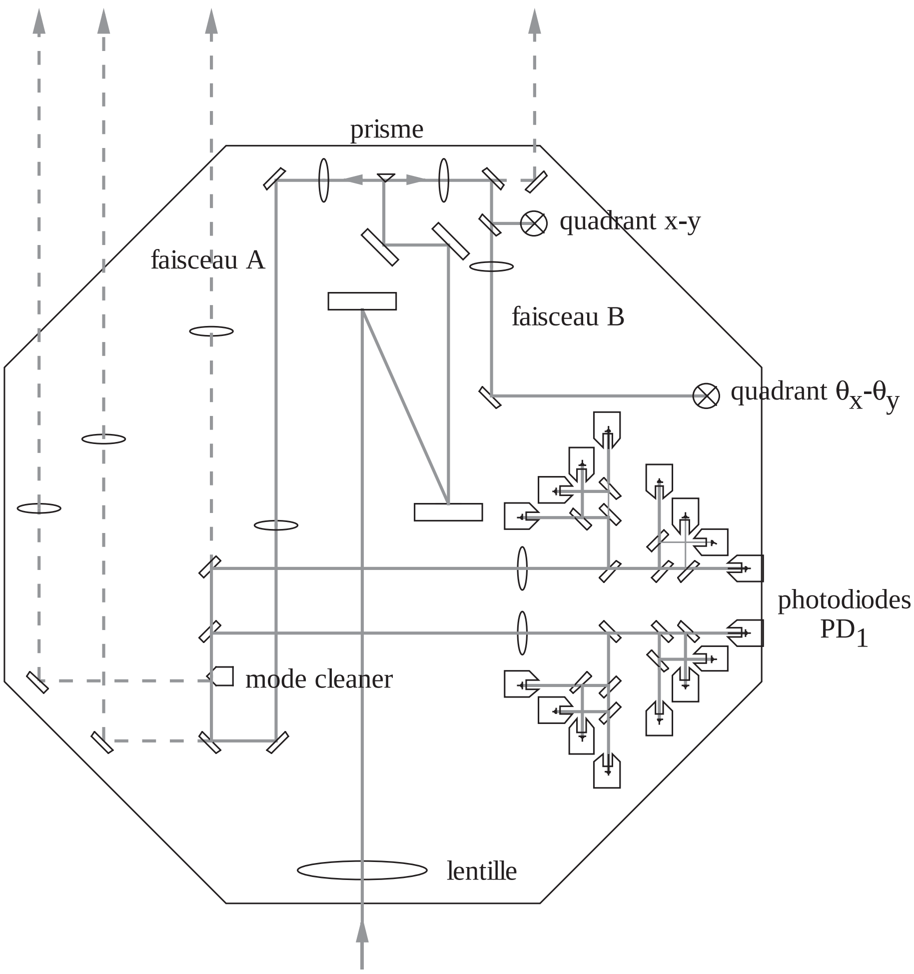

Figure 8.5.1: *Représentation schématique du banc de détection.*

mode TEM_{00} du faisceau sera transmis tandis que les autres modes seront réfléchis. Le faisceau est ainsi filtré par le mode cleaner ne gardant que le signal porteur de l'onde gravitationnelle. Le signal transmis est ensuite renvoyé par les deux lames séparatrices (l'une à 50 % et l'autre pratiquement 100 %) vers les photodétecteurs.

Les photodiodes sont organisées par bloc de quatre éléments. Le faisceau incident à un bloc est réparti par trois lames séparatrices sur les quatre photodiodes. La figure (8.5.1) montre que deux de ces blocs sont assemblés à l'aide d'une lame séparatrice 50% les précédant. Une telle configuration offre l'avantage de pouvoir placer une unique lentille devant ce système afin de focaliser le faisceau sur toutes les photodiodes en même temps. Le système total de détection est constitué de deux de ces deux blocs de quatre photodiodes assemblés, soit seize photodiodes (figure 8.5.1).

Contrôle des faisceaux

Nous avons décrit le trajet optique des faisceaux A et B parcourant le banc de détection. Il est important de pouvoir connaître en permanence les caractéristiques de ces faisceaux (leur allure, leur waist, leur puissance) afin de déceler rapidement un problème de désalignement ou de désadaptation. Ainsi, en plusieurs points des chemins optiques des faisceaux A et B, une portion de lumière est relevée et renvoyée à l'extérieur de la tour de détection sur un banc externe (figure 8.5.2) pour être mesurée par des diodes et observée par des caméras. (Chaque photodiode est en réalité un bloc de quatre diodes pour une question de marge de sécurité par rapport à la puissance du faisceau incident et par rapport à la fiabilité des diodes.)

Le faisceau B est surveillé en mesurant la partie transmise par la première lame séparatrice placée après le télescope (figure 8.5.2). En fait, seule une petite partie du faisceau est renvoyé vers les photodiodes quadrants; la majeure partie de ce faisceau est mesurée par le bloc de diodes appelé PD5 car ce signal sera utilisé pour l'asservissement global de l'interféromètre.

Pour le faisceau A, une lame séparatrice placée avant le mode cleaner permet de transmettre quelques pourcents de ce faisceau et de savoir ainsi si les caractéristiques du faisceau incident à la cavité correspondent aux caractéristiques de celle-ci. Ce faisceau sera également utilisé pour maintenir l'interféromètre sur la frange noire avant que le mode cleaner ne soit amené à la résonance. Le faisceau réfléchi par le mode cleaner est lui aussi mesuré et observé ("PD1") car il donne de précieuses indications sur l'état du mode cleaner (résonance ou non). Le faisceau transmis par le mode cleaner est également surveillé afin de connaître l'état du faisceau envoyé sur les photodétecteurs.

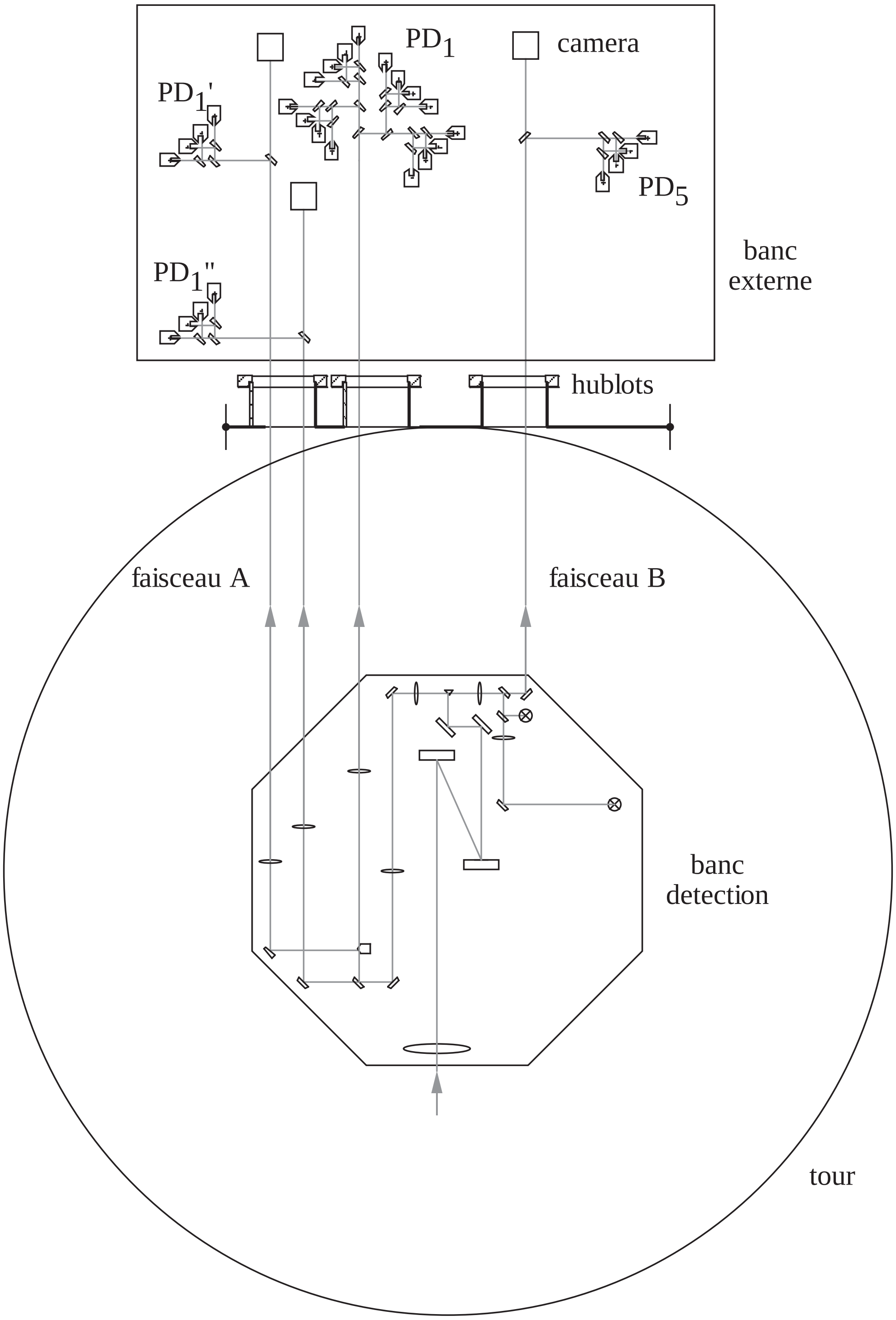

Figure 8.5.2: *Principe permettant de surveiller en permanence les faisceaux du banc de détection. (Version avec photodiodes à l'extérieur)*

Test d'alignement

Toutes ces diodes et caméras de surveillance seront utilisées lorsque l'interféromètre fonctionnera et fournira les faisceaux A et B. Mais avant de pouvoir recevoir correctement ces faisceaux, il faut pouvoir vérifier le bon fonctionnement du banc de détection indépendamment de l'interféromètre c'est-à-dire vérifier l'alignement des différents éléments du banc les uns par rapport aux autres et leur fonctionnement. Grâce aux différentes lames séparatrices déjà existantes, il est possible d'injecter un faisceau laser en amont de l'élément que l'on veut tester. Ainsi les photodiodes quadrants pourront être testées en envoyant un faisceau sur la première lame séparatrice après le télescope (figure 8.5.3). Le mode cleaner lui, sera testé par un faisceau transmis par la lame séparatrice placée après la seconde lentille du télescope. Pour vérifier les photodétecteurs, il faudra rajouter un miroir adéquat pour qu'un faisceau puisse être renvoyé par les deux lames séparatrices (50 % et environ 100 %) vers tout le système de détection.

Les photodiodes quadrants, le mode cleaner et les photodiodes InGaAs auront pu être testés et validés ainsi que leur alignement independamment du faisceau sortant de l'interféromètre.

Remarquons que, sur la figure (8.5.2) le système de détection des seize photodiodes (PD1) n'est pas dessiné sur le banc de détection mais à l'extérieur de la tour. Nous n'avons pas exclu l'hypothèse de pouvoir mettre les photodiodes de détection dans l'air sur le banc externe. En cas de problème, ces photodiodes peuvent être rapatriées sous vide sur le banc interne où un emplacement est prévu et réservé pour elles. Le chemin optique est modulable pour pouvoir satisfaire les deux configurations : photodiodes sur le banc de détection ou non.

Le passage des faiceaux entre le banc interne et le banc externe se fera par trois hublots traités anti-reflet et positionnés à un angle de quelques degrés pour s'affranchir du faisceau réfléchi.

La configuration générale du banc de détection présentée dans ce paragraphe est la configuration actuelle du banc mais est aussi celle adoptée par la collaboration VIRGO pour l'expérience.

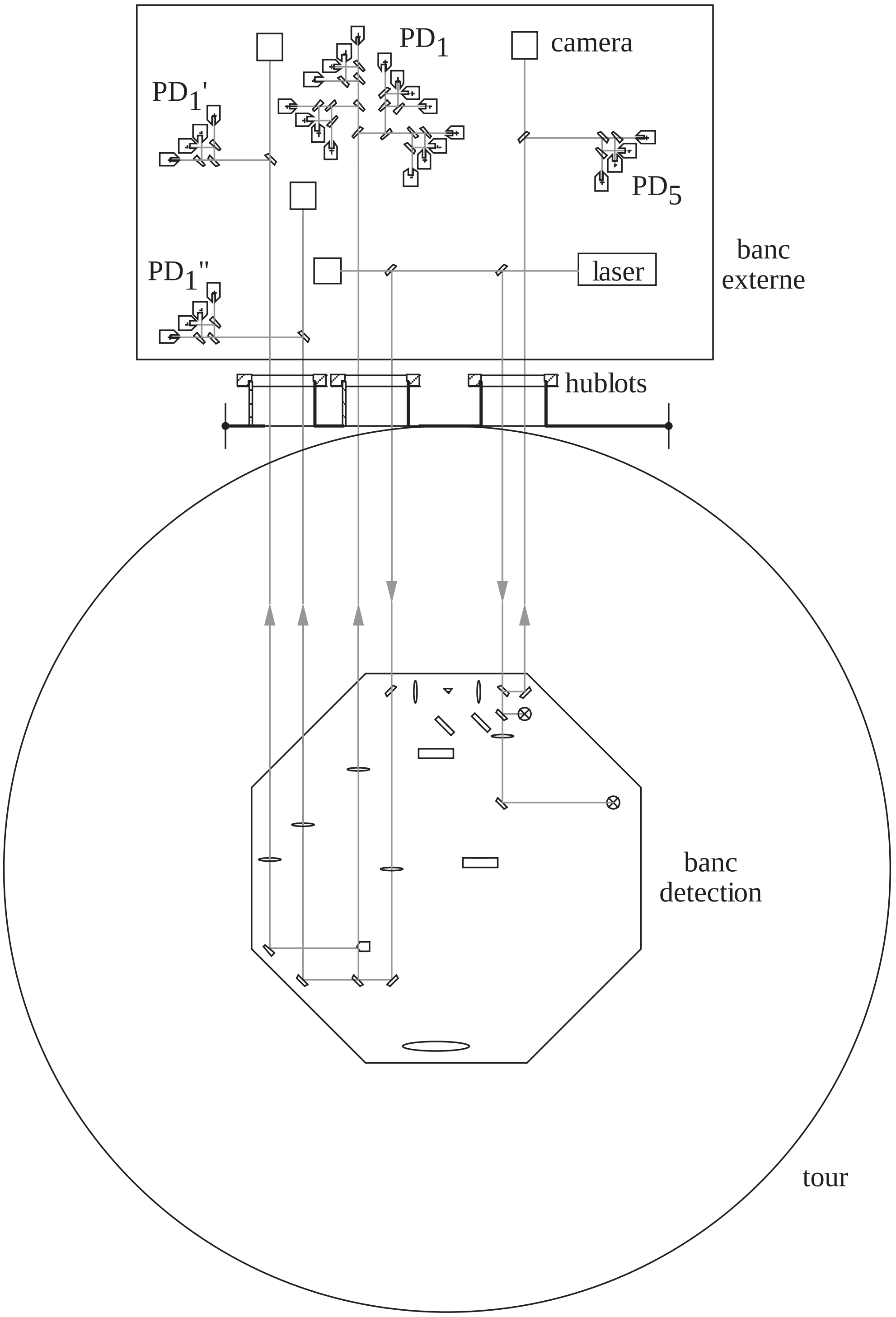

Figure 8.5.3: *Principe pour tester les différents éléments du banc de détection.*

Conclusion

Le travail de cette thèse est constitué de l'étude et des tests des principaux éléments du banc de détection de l'expérience VIRGO. Il a abouti à la conception de ce banc.

Ainsi, les différents photodétecteurs disponibles sur le marché ont été testés et comparés. Le résultat de cette comparaison a abouti à la sélection de la photodiode InGaAs de diamètre 3 mm de la firme Hamamatsu. Cette photodiode présente une bonne uniformité de réponse et peut détecter un signal à haute fréquence (10 MHz) jusqu'à une puissance de 100 mW avec une haute efficacité quantique (environ 86 %).

Afin de maximiser le rapport signal sur bruit à la sortie de l'interféromètre, le faisceau issu de celui-ci doit être filtré. Ce filtrage va être fait au niveau du banc de détection à l'aide d'une cavité optique : si une telle cavité est maintenue en résonance sur le mode fondamental du laser, elle ne transmettra que ce mode réfléchissant les modes d'ordre supérieur et agissant ainsi comme un filtre.

L'étude théorique et par simulation de différentes cavités optiques chargées de ce filtrage du faisceau avant détection a conduit à la détermination d'un mode cleaner triangulaire, de petites dimensions (l = 2,5 cm) constitué d'un monobloc de silice fondue. Un prototype ayant une finesse de 50 et un waist de 140 μm a été réalisé. Les principales caractéristiques optiques du prototype ont été mesurées. Les tests effectués sur le prototype montrent qu'un contrôle thermique permet de limiter les variations de longueur du mode cleaner à mieux que $\lambda/30\ 000$. Ce mode cleaner devra par la suite être placé à la sortie d'un interféromètre de Michelson afin de vérifier sa capacité de filtrage, valider la technique d'asservissement en sortie de l'interféromètre et essayer de mesurer le bruit introduit par ses vibrations internes.

Une configuration générale du banc de détection est aujourd'hui disponible. La structure mécanique du banc ainsi que sa suspension sont à l'étude et devraient déboucher très prochainement sur sa phase de réalisation. Le banc complet devra encore être testé sous vide afin d'être entièrement validé et opérationnel pour la première phase de l'expérience en 98.

A l'heure actuelle, cette première phase de VIRGO est en pleine construction comme en témoigne la photo ci-dessous (8.5.4) qui cette fois n'est plus virtuelle !

Figure 8.5.4: *Photo prise sur le site de VIRGO le 16 mai 1996.*

Annexe A

Cavité Fabry-Perot

Considérons la cavité schématisée sur la figure (A.0.1) constituée de deux miroirs plans espacés d'une longueur l.

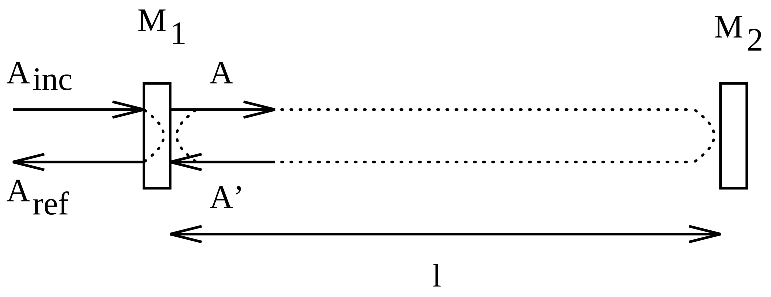

Figure A.0.1: *Cavité optique plan-plan.*

Chaque miroir est caractérisé par son coefficient de réflexion r_i et de transmission t_i. Il est à noter que lors de la réflexion d'un faisceau d'un milieu d'indice de réfraction plus élevé à un milieu d'indice plus faible, le faisceau réfléchi est déphasé de π (le faisceau transmis ne subit aucun déphasage). Ce déphasage se traduit par un changement de signe du coefficient de réflexion r.

Supposons qu'une onde plane d'amplitude A_{inc} arrive sur cette cavité. L'amplitude du champ A à l'intérieur de la cavité est égale (en régime quasi stationnaire) à :

$$\begin{aligned} A &= t_1\ A_{inc} - r_1\ A' \\ \text{avec}\quad A' &= -\ r_2\ e^{i\phi}\ A \end{aligned}$$

où ϕ est le déphasage pris par la lumière lors d'un aller-retour dans la cavité : $\phi = 2kl$ (avec $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ le vecteur d'onde associé).

Le champ A à l'intérieur de la cavité est égal en fonction du champ incident à :

$$A = \frac{t_1}{1 - r_1 r_2 e^{i\phi}} \; A_{inc} \tag{A.0.1}$$

Ce champ est maximum lorsque $\phi = 2n\pi$, avec n entier. La cavité est alors dite en "résonance". La lumière est stockée dans la cavité et fait plusieurs aller-retour avant de ressortir. La puissance équivalente stockée par la cavité est telle que (d'après A.0.1) :

$$P = \frac{t_1^2}{(1 - r_1 r_2)^2} \; \frac{1}{1 + \left(\frac{2\mathcal{F}}{\pi}\right)^2 \; \sin^2 \frac{\phi}{2}} \; P_{inc} \tag{A.0.2}$$

où P_{inc} est la puissance incidente et $\phi = 2kl$ le déphasage subi lors d'un aller- retour dans la cavité. La constante $\mathcal{F} = \frac{\pi \sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2}$ est appelée la finesse de la cavité.

Si l'on trace la puissance stockée (figure A.0.2) en fonction du déphasage $\phi/2$, on obtient une succession de pics appelés pics d'Airy, régulièrement espacés, correspondant à chacune des résonances de la cavité. La finesse peut également se définir comme le rapport entre la distance entre les pics, appelée "intervalle spectral libre (ISL)", et la largueur à mi-hauteur des pics. Ceci représente la sélectivité de la résonance d'une cavité. Plus la finesse est élevée, plus les pics d'Airy sont fins et plus la puissance est atténuée entre les pics.

La puissance stockée est maximale lorsque $\phi = 2n\pi$ (n entier), soit, en terme de longueur, lorsque la longueur de la cavité est multiple d'une demi longueur d'onde : $l = n \, \frac{\lambda}{2}$.

Si l'on regarde maintenant ce que réfléchit la cavité, le champ A_{ref} est égal à :

$$\begin{aligned} A_{ref} &= r_1 \; A_{inc} + t_1 \; A' \\ &= \frac{r_1 - r_2(r_1^2 + t_1^2)e^{i\phi}}{1 - r_1 r_2 e^{i\phi}} \; A_{inc} \end{aligned} \tag{A.0.3}$$

Si l'on considère le miroir d'extrémité M_2 parfaitement réfléchissant ($r_2 = 1$) et les pertes par absorption ou par diffusion du miroir M_1 négligeables ($r_1^2 + t_1^2 = 1$), l'expression (A.0.3) se simplifie comme :

$$\frac{A_{ref}}{A_{inc}} = \frac{r_1 - e^{i\phi}}{1 - r_1 e^{i\phi}} \tag{A.0.4}$$

Le rapport $\left(\frac{A_{ref}}{A_{inc}}\right)$ est l'équivalent du coefficient complexe de réflexion de la cavité totale. L'amplitude de ce coefficient est égale à 1 ($\left|\frac{A_{ref}}{A_{inc}}\right| = 1$) et sa phase à l'argument du rapport :

$$\arg\left(\frac{A_{ref}}{A_{inc}}\right) = \arg\left(- \frac{e^{i\frac{\phi}{2}} - r_1 e^{-i\frac{\phi}{2}}}{e^{-i\frac{\phi}{2}} - r_1 e^{i\frac{\phi}{2}}}\right)$$

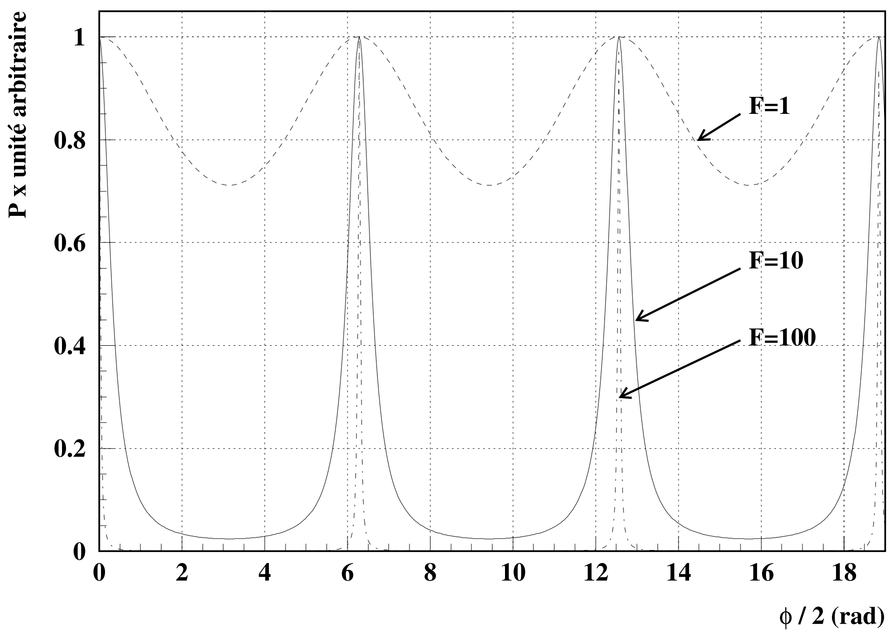

Figure A.0.2: *Puissance stockée à l'intérieur de la cavité Fabry-Perot en fonction du déphasage subi par la lumière lors de sa propagation dans la cavité et pour trois valeurs de finesse de celle-ci ($\mathcal{F}$=1, 10, 100).*

$$\arg\left(\frac{A_{ref}}{A_{inc}}\right) \quad = \quad \pi + 2 \ \arctan\left(\frac{1+r_1}{1-r_1} \ \tan\frac{\phi}{2}\right) \tag{A.0.5}$$

En se plaçant au voisinage de la résonance, $\phi = 2n\pi + \Delta\phi$, avec $\Delta\phi$ petit, l'expression (A.0.5) peut être approchée par :

$$\arg\left(\frac{A_{ref}}{A_{inc}}\right) = \pi + \frac{1+r_1}{1-r_1} \ \Delta\phi \tag{A.0.6}$$

En considérant le coefficient de transmission $t_1 \ll 1$, le rapport $\left(\frac{1+r_1}{1-r_1}\right)$ peut s'exprimer en fonction de la finesse de la cavité après quelques approximations, comme :

$$\frac{1+r_1}{1-r_1} = \frac{2}{\pi} \ \mathcal{F} \tag{A.0.7}$$

Le coefficient complexe de réflexion de la cavité s'écrit alors :

$$\frac{A_{ref}}{A_{inc}} = 1 \times e^{i\pi} \ e^{i\frac{2}{\pi} \ \mathcal{F} \ \Delta\phi} \tag{A.0.8}$$

où $\Delta\phi$ est le déphasage dû à une variation de longueur statique ΔL : $\Delta\phi = \frac{4\pi}{\lambda}\,\Delta L$.

L'amplitude du champ réfléchi par la cavité est donc, en fonction de l'amplitude du champ incident, donnée par :

$$A_{ref} = -e^{i\,\frac{2}{\pi}\mathcal{F}\,\times\,\frac{4\pi}{\lambda}\Delta L}\;A_{inc} \tag{A.0.9}$$

Annexe B

Signal produit par une onde gravitationnelle

Considérons l'interféromètre maintenu en position d'interférence destructive. Le champ électromagnétique à la sortie de l'interféromètre peut s'écrire, si l'on ne considère que le mode fondamental, sous la forme générale suivante :

$$\Psi(t) = A(t)\Psi_{00}$$

$$\text{avec} \quad A(t) = A_0 e^{i\omega_0 t} + A_+ e^{i(\omega_0+\Omega)t} + A_- e^{i(\omega_0-\Omega)t}$$

où A_0, A_+ et A_- sont les amplitudes complexes de la porteuse et des deux bandes latérales. Rappelons que si le contraste de l'interféromètre est parfait (C=1) alors $A_0 = 0$. Il est toujours possible de redéfinir les phases de A_0, A_+ et A_- en les multipliant par un facteur commun afin que A_0 soit réelle. Dans ce cas, si A_{rec} est l'amplitude du champ à l'intérieur de la cavité de recyclage, A_0 est égale à :

$$A_0 = |A_{rec}| \sqrt{\frac{(1-C)}{2}} \tag{B.0.1}$$

La puissance P_Ω à la fréquence de modulation Ω est donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} P_\Omega &= \left(A_+A_0^* + A_0A_-^*\right) e^{i\Omega t} + \text{complexe conjugué} \\ &= A_0 \left(A_+ + A_-^*\right) e^{i\Omega t} + \text{complexe conjugué} \end{aligned} \tag{B.0.2}$$

Si la sortie de l'interféromètre est asservie sur la frange noire, $P_\Omega = 0$ et :

$$A_-^* = -\, A_+$$

(Cette dernière expression sera utile par la suite).

Supposons maintenant que cet interféromètre soit investi par une onde gravitationnelle. A_0 est la superposition des deux champs $A_0^{(1)}$ et $A_0^{(2)}$ venant des deux bras de l'interféromètre et interférant de façon destructive au niveau du photodétecteur :

$$A_0 = A_0^{(1)} - A_0^{(2)} = |A_{rec}| \sqrt{\frac{1-C}{2}} \tag{B.0.3}$$

Le signal dû à une onde gravitationnelle provoque un déphasage sur les champs $A_0^{(1)}$ et $A_0^{(2)}$:

$$\begin{aligned} A_0 + \delta A_0 &= A_0^{(1)} e^{i\Delta\phi} - A_0^{(2)} e^{-i\Delta\phi} \\ &\approx |A_{rec}| \sqrt{\frac{1-C}{2}} + (A_0^{(1)} + A_0^{(2)})\ i\ \Delta\phi \\ &\approx A_0 + |A_{rec}|\ i\ \Delta\phi \end{aligned} \tag{B.0.4}$$

où $\Delta\phi$ est la phase produite par une onde gravitationnelle d'amplitude h sur chaque bras de l'interféromètre:

$$\Delta\phi = \frac{2\mathcal{F}}{\pi} \frac{4\pi}{\lambda} \frac{hL}{2} \tag{B.0.5}$$

avec $\mathcal{F}$ la finesse des cavités Fabry-Pérot de chaque bras et L la longueur d'un bras de l'interféromètre.

L'onde gravitationnelle ne produit aucun effet sur les bandes latérales car elles ne sont pas résonnantes dans les cavités Fabry-Pérot. Par conséquent, A_+ et A_- restent inchangées.

Le signal P_Ω à la sortie de l'interféromètre est donné d'après (B.0.3) par :

$$P_\Omega = \delta[A_+ A_0^* + A_0 A_-^*]\ e^{i\Omega t} + \text{complexe conjugué} \tag{B.0.6}$$

En substituant $\delta A_0^* = -\delta A_0$, et $A_-^* = -A_+$, on obtient :

$$\begin{aligned} \delta[A_+ A_0^* + A_0 A_-^*] &= A_+ \delta A_0^* + \delta A_0 A_-^* \\ &= -2 A_+ \delta A_0 \\ &\approx -2\ i\ \Delta\phi\ |A_{rec}|\ A_+ \qquad \text{(d'après } B.0.4\text{)} \end{aligned} \tag{B.0.7}$$

Le signal produit en sortie de l'interféromètre par une onde gravitationnelle dépend du déphasage entre les bras de l'interféromètre mais aussi de l'amplitude des bandes latérales et par conséquent de la profondeur de modulation m.

Annexe C

Signal produit par les variations de longueur du mode cleaner

Soit $A_{inc}(\omega)$ l'amplitude du champ à l'entrée du mode cleaner. Le champ $A_t(\omega)$ transmis à la sortie de la cavité est donné par l'expression (annexe A):

$$A_t(\omega) = \frac{t^2}{1 - r^2\ e^{i\phi(\omega)}}\ A_{inc}(\omega) \tag{C.0.1}$$

où $t_1 \simeq t_2 \simeq t$; $r_1 \simeq r_2 \simeq r$ et $\phi(\omega) = 2\ k\ l$ le déphasage subi lors d'un aller-retour dans le mode cleaner (cas d'une onde plane).

Une variation δl de la longueur du mode cleaner provoque une variation du déphasage $\phi(\omega)$ de $\delta\phi = 2\ k\ \delta l$ et par conséquent une variation de l'amplitude et de la phase du champ transmis $A_t(\omega)$:

$$\begin{aligned} \delta A_t(\omega) &= \frac{\partial A_t}{\partial \phi}(\omega)\ \delta\phi \\ &= A_t(\omega)\frac{ir^2 e^{i\phi(\omega)}}{1 - r^2 e^{i\phi(\omega)}}\delta\phi \end{aligned} \tag{C.0.2}$$

où ω peut être égal à $\omega_0, (\omega_0 + \Omega)$ ou $(\omega_0 - \Omega)$:

$$\begin{aligned} \delta A_0 &= A_0\ \frac{ir^2}{1 - r^2}\ \delta\phi \quad \text{avec}\ \ \phi(\omega_0) = 2n\pi \\ \delta A_+ &= A_+\ \frac{ir^2 e^{i\phi(\Omega)}}{1 - r^2 e^{i\phi(\Omega)}}\ \delta\phi \quad \text{avec}\ \ \phi(\omega + \Omega) = 2n\pi + \phi(\Omega) \\ \delta A_- &= A_-\ \frac{ir^2 e^{-i\phi(\Omega)}}{1 - r^2 e^{-i\phi(\Omega)}}\ \delta\phi \quad \text{avec}\ \ \phi(\omega - \Omega) = 2n\pi + \phi(-\Omega) = 2n\pi - \phi(\Omega) \end{aligned}$$

Le signal P_Ω à la sortie du mode cleaner est donné par:

$$P_\Omega = \delta[A_+ A_0^* + A_0 A_-^*]\ e^{i\Omega t} + \text{complexe conjugué} \tag{C.0.3}$$

En substituant les expressions de δA, on trouve avec $A_0^* = A_0$, $\delta A_0^* = -\delta A_0$, $A_-^* = -A_+$, $\delta A_-^* = \delta A_+$ (annexe B).

$$\begin{aligned}
\delta[A_+ A_0^* + A_0 A_-^*] &= 2\ \delta A_+ A_0 - 2\ A_+ \delta A_0 \\
&\approx 2\left(\frac{ir^2 e^{i\phi(\Omega)}}{1 - r^2 e^{i\phi(\Omega)}}\ \delta\phi - \frac{ir^2}{1-r^2}\ \delta\phi\right) A_0 A_+ \\
&= 2\ r^2\ i\ \delta\phi\ \frac{e^{i\phi(\Omega)} - 1}{(1 - r^2 e^{i\phi(\Omega)})(1-r^2)}\ |A_{rec}|\ \sqrt{\frac{1-C}{2}}\ A_+ \quad \text{(C.0.4)}
\end{aligned}$$

où $A_0 = |A_{rec}|\ \sqrt{\frac{1-C}{2}}$ (annexe B).

Remarquons que si Ω=0 alors $\phi(\Omega)$=0 et le signal est égal à zéro au premier ordre, conformément à ce qui est attendu. En supposant $\phi(\Omega) = \frac{2\Omega l}{c} \ll 1$ et $r \simeq 1$, l'équation (C.0.4) peut se réécrire plus clairement sous la forme :

$$S_{\delta l} = i\ \frac{2}{\pi} \mathcal{F}_{MC}\ \frac{4\pi}{\lambda}\ \delta l\ |A_{rec}|\ A_+\ \sqrt{\frac{1-C}{2}}\ \left[i\ \frac{\nu}{\Delta\nu} - \left(\frac{\nu}{\Delta\nu}\right)^2 \right] \qquad \text{(C.0.5)}$$

où $\mathcal{F}_{MC}$ est la finesse du mode cleaner, ν la fréquence de modulation et $\Delta\nu$ la bande passante du mode cleaner $\Delta\nu = \frac{c}{2l}\ \frac{1}{\mathcal{F}_{MC}}$.

Bibliographie

[1] C.W. Misner, K.S. Thorne, J. Wheeler "Gravitation", ed. W.H.Freeman, S.Francisco (1973)

[2] G. Diambrini Palazzi and D. Fargion "On gravitational radiation emitted by particles circulating in high-energy accelerators", *Physics Letters B*, Vol. 197, No 1,2, (22 October 1987)

[3] K.S. Thorne "Gravitational Radiation" in *300 Years of Gravitation*, ed. Cambridge University Press, Cambridge (1987)

[4] J.H. Taylor, R.N. Manchester and A.G. Lyne "Catalog of 558 Pulsars", *The Astrophysical Journal Supplement Series*, Vol. 88, No 2, (October 1993) 529-568

[5] J.H. Taylor and J.M. Weisberg, *The Astrophysical Journal*, Vol. 345, No 1 (1 October 1989) 434-450

[6] T. Damour and N. Deruelle, *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, 44 (1986) 263

[7] S.B. Anderson, P.W. Gorham, S.R. Kulkarni, T.A. Prince and A. Wolszczan "Discovery of two radio pulsars in the globular cluster M15", *Letters to Nature*, Vol. 346 (5 July 1990)

[8] A. Wolszczan "A nearby 37.9-ms radio pulsar in a relativistic binary system", *Letters to Nature*, Vol. 350 (25 April 1991)

[9] P. Tourrenc "Relativité Générale et Ondes Gravitationnelles", *Ecole d'été de physique des particules de Gif-sur-Yvette*, $25^{i}eme$ session (13-17 septembre 1993)

[10] R.E. Vogt, "The U.S. LIGO project", *Caltech LIGO Report*, No 91-7 (1991)

[11] A. Abramovici *et al.*, *Science 256*, 325 (1992)

[12] VIRGO collaboration "Proposal for the construction of a large interferometric detector of Gravitational Waves" (1989)

[13] VIRGO collaboration "Final Conceptual Design", (1992)

[14] R.W.P. Drever "Interferometric detectors for gravitational radiation" in *Gravitational Radiation*, Proc. Les Houches Summer Institute, ed. T. Piran and N. Deruelle (1982)

[15] A. Giazotto "Interferometric detection of gravitational waves", *Physics Reports (Review Section of Physics Letters)*, Vol. 182, No 6 (1989) 365-425

[16] P.R. Saulson "Thermal noise in mechanical experiments", *Physical Review*, D 42, 2437 (1990)

[17] Peter R.Saulson "Fundamentals of interferometric gravitational wave detectors", ed. World Scientific (1994)

[18] L. Schupp "Workshop on Gravitational Wave Detectors", Munich (1988)

[19] Brian J.Meers "On the suppression of laser beam geometry fluctuations by spatial filtering", *Optics Communications*, Vol.47, No 4 (15 September 1983)

[20] H. Kogelnik and T. Li "Laser Beams and Resonators", *Applied Optics*, Vol. 5(10), 1550-1560 (October 1966)

[21] P. Hello - Communication personnelle.

[22] B. Bourdas, B.Caron, F.Marion "Study of two control strategies for the locking in the case of frontal modulation", *VIRGO note*, NTS-006 (1995)

[23] A.Siegman "Lasers", ed. University Science Books, Mill Valley, California (1986)

[24] M.Born & E.Wolf "Principles of Optics", *Pergamon Press*, sixième édition, Oxford (1975)

[25] Serge Huard "Polarisation de la lumière", ed. Masson, Paris (1993)

[26] A.Dominjon, R.Flaminio, R.Hermel, M.Yvert "Detection bench parameters optimization, a first step. Virgo note NTS95-010 (March 1995)

[27] B.Caron, A.Dominjon, R.Flaminio, F.Marion, L.Massonnet, R.Morand, B.Mours, D.Verkindt and M.Yvert "A simulation program for the VIRGO experiment", *Nuclear Instruments & Methods in Physics Research* A 360 (1995) 375-378

[28] A. Bazan, R. Flaminio, P. Kramer, J.C. Lacotte, J. Lecoq, L.Massonnet, B.Mours, R. Morand, S. Tissot, D. Verkindt, M. Yvert "A VME based imaging system for the VIRGO project", *Astrophysicle Physics* 2 (1994) 229-234

[29] G.Asch et collaborateurs "Les capteurs en instrumentation industrielle", ed. Bordas, Paris (1982)

[30] CAL-Sensors Inc. - Silicon photodiodes - CP series

[31] CENTRONIC - Silicon photodetectors designed for 1064 nm pulsed operation - Series 4

[32] Germanium Power Devices Corporation - Photodetectors GM series

[33] HAMAMATSU - InGaAs-PIN photodiodes - G series

[34] A.Deuneville "Physique des semiconducteurs er de quelques dispositifs micro et optoélectroniques", Ecole d'Ingénieurs en Informatique Industrielle et Instrumentation, Université J.Fourier, Grenoble

[35] S.R.Forrest *et al.*, "$In_{0.53}Ga_{0.47}As$ photodiodes with dark current limited by generation-recombinaison and tunneling", *Applied Physics Letters* Vol.37,No 3, 1 August 1980

[36] J.Y.Vinet, A.Marraud "Prism Splitter", *VIRGO note*, PJT94-16, Mai 1994

[37] Dana Z.Anderson "Alignment of resonant optical cavities", *Applied Optics* Vol.23, No 17, 1 September 1984