

## Chapitre 3

# Interactions et désintégrations (2)

### 3.1 Généralités sur les interactions en MQ

En Mécanique Quantique :

- particules représentées par des états  $|\psi\rangle$
- observables physiques sont des valeurs moyennes d'opérateurs  $Q$  qui agissent sur  $|\psi\rangle$  :

$$q = \langle Q \rangle = \langle \psi | Q | \psi \rangle = \int \psi^* Q \psi dV \quad (3.1)$$

Processus d'interaction

- état initial  $|i\rangle$  décrit une ou plusieurs particules d'impulsions entre  $p_i$  et  $p_i + dp_i$  à  $t_i \rightarrow -\infty$  ou du moins bien avant le moment de l'interaction
- état final  $|f\rangle$  décrit une ou plusieurs particules d'impulsions entre  $p_f$  et  $p_f + dp_f$  à  $t_f \rightarrow +\infty$  ou du moins bien après le moment de l'interaction

#### 3.1.1 Transition d'un état vers un autre

Calcul du taux de transition (probabilité de transition par unité de temps) de l'état  $|i\rangle$  à l'état  $|f\rangle$  fait intervenir l'élément de matrice de transition

$$M_{fi} = \langle f | H_{int} | i \rangle \quad (3.2)$$

où  $H_{int}$  est la partie de l'hamiltonien  $H$  correspondant aux interactions, c'est à dire :

$$H = H_0 + H_{int} \quad (3.3)$$

La règle d'or de Fermi donne alors la probabilité de transition par unité de temps :

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \rho_f(E_f) \quad (3.4)$$

où  $\rho_f(E_f)$  est la densité d'états finals, ou si l'on veut  $\rho_f(E_f)dE_f$  est le nombre d'états finals d'énergie comprise entre  $E_f$  et  $E_f + dE_f$ . On parle souvent de "volume d'espace de phase" pour  $\rho_f(E_f)$ .

Revoir description de Schrödinger (états évoluant et opérateurs fixes) vs description de Heisenberg (états fixes, opérateurs évoluant)

La règle d'or de Fermi sert

- dans le cas des désintégrations pour calculer la durée de vie  $\tau$
- dans les interactions pour calculer les sections efficaces  $\sigma$

### 3.1.2 Espace des phases

On a souvent besoin de calculer volume d'espace des phases défini plus haut. Chaque configuration cinématique différente ( $x, y, z, p_x, p_y, p_z$  pour toutes les particules de l'état final) correspond à un "état" final possible. On définit un volume élémentaire de l'espace des phases  $d^6V = dx dy dz dp_x dp_y dp_z = d^3\mathbf{x} d^3\mathbf{p}$ . Le nombre d'états possibles dans ce volume élémentaire sera

$$dn = \frac{d^3\mathbf{x} d^3\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} \quad (3.5)$$

L'intégration se fait toujours sur la position en utilisant

$$\int \psi^* \psi d^3\mathbf{x} = 1 \quad (3.6)$$

Et si on intègre sur les angles  $d^3\mathbf{p} \rightarrow 4\pi p^2 dp$

Dans le cas de  $m$  particules finales, on multiplie simplement les nombres d'états

## 3.2 Désintégrations

Cas  $A \rightarrow 1 + 2 + \dots$

### 3.2.1 Durée de vie

MQ → proba de transition par unité de temps.

Elément de matrice fait intervenir théorie quantique des champs (niveau M2). On le considérera comme constant la plupart du temps. On peut étudier des généralités et la cinématique.

Si on a  $N_0$  particules à  $t = 0$  pouvant se désintégrer. A l'instant  $t$ , si on suppose que le nombre de particules se désintégrant est proportionnel aux nombres de particules présentes (hypothèse très générale), on a :

$$dN = -N\lambda dt \Rightarrow N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (3.7)$$

- Proba pour une particule de vivre au moins un temps  $t$  :  $P(\geq t) = \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$
- Proba pour une particule de mourir entre  $t$  et  $t+dt$  :  $dP = \frac{|dN|}{N_0} = e^{-\lambda t} \lambda dt$   
Note :  $dP$  n'est pas compris entre 0 et 1, doit être petit. Mais  $\int_0^\infty dP = 1$
- Temps de vie moyen :

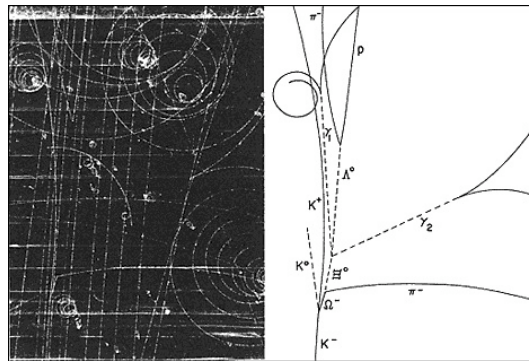
$$\langle t \rangle = \frac{\int_0^\infty t dN}{\int_0^\infty dN} = \dots = \frac{1}{\lambda} \quad (3.8)$$

Notation :  $\langle t \rangle \equiv \tau = \frac{1}{\lambda}$

Quelques valeurs :

	n	$\mu^\pm$	$\pi^\pm$	$K^\pm$
$\tau$	885,7(8) s	2,19703(4) $\mu$ s	26,033(5) ns	12,38(2) ns
$c\tau$	$2,655 \cdot 10^{11}$ m	660 m	7,8 m	3,7 m

**Mesure expérimentale** Collision → particules produites, dont celle étudiée.



La particule voyage et se désintègre à la distance  $l$  → durée de vie (labo)  
 $t = l/v$ .

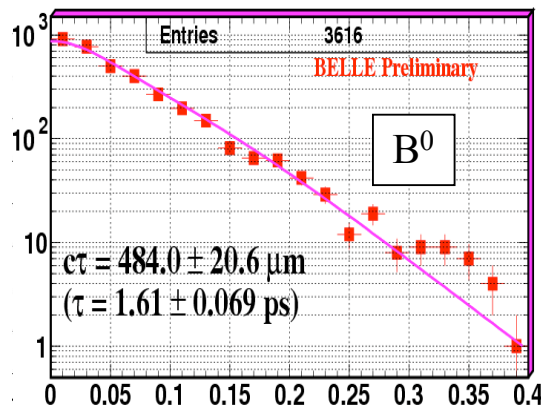
On histogramme les valeurs de  $t$  avec une largeur de pas  $\Delta t$ .

Théorie : nombre d'événements dans l'intervalle  $\Delta t$  :

$$dN = -N(t)\lambda dt \quad \Rightarrow \quad \Delta N(\text{canal } i) = N(t) \frac{\Delta t}{\tau} \quad (3.9)$$

$$\Delta N(\text{canal } i) = N_0 e^{-\frac{t_i}{\tau}} \frac{\Delta t}{\tau} = K e^{-\frac{t_i}{\tau}} \quad (3.10)$$

On peut donc mesurer  $\tau$  grâce à la pente (échelle log) et  $N_0$  grâce à  $K$ , donc grâce à l'ordonnée à l'origine.



### 3.2.2 Modes de désintégration

Généralement, on a pour une désintégration plusieurs états finals possibles. Pour un état initial  $i$ , le taux de désintégration est pour chaque état final  $f_a$  proportionnel à :

$$\lambda_a \propto |\langle f_a | H_{int} | i \rangle|^2 = M_{f_a i}^2 \quad (3.11)$$

Comme ci-dessus, on peut écrire pour chaque mode de désintégration le nombre de désintégrations dans l'état final  $f_a$  :  $dN_a = -N\lambda_a dt$ .

Le nombre total de désintégrations dans tous les modes est alors

$$dN = \sum_a dN_a = -N\lambda dt \quad (3.12)$$

avec  $\lambda = \sum_a \lambda_a$ .

Et l'on a donc une loi unique, quel que soit le mode choisi, car on part d'un ensemble unique de particules. Une particule qui se désintègre dans le mode  $f_a$  n'est plus disponible pour les autres modes.

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau} \quad (3.13)$$

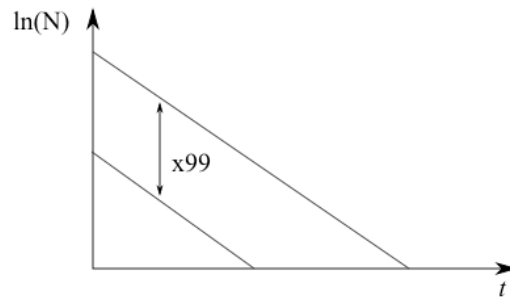
On a aussi, puisque  $dN_a = dN \cdot \lambda_a / \lambda$  la relation  $N_a = N_{tot} \cdot \lambda_a / \lambda$ .

**Définition** : le *rapport d'embranchement* ("branching fraction" ou "branching ratio") est la fraction de désintégrations dans le mode  $a$  et s'écrit :

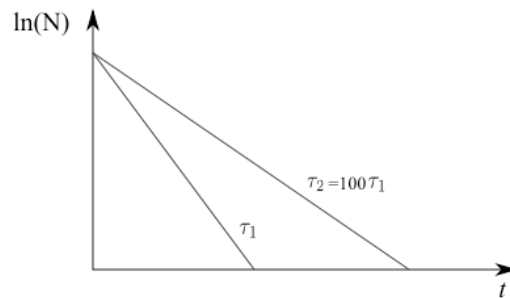
$$BR_a = \frac{\lambda_a}{\lambda} \quad (3.14)$$

Ce rapport est indépendant de  $t$  !

**Exemple** Supposons deux modes de désintégration  $BR_1 = 99\%$  et  $BR_2 = 1\%$ . Partons de  $N_0 = 10^6$  particules. A chaque désintégration, 1 chance sur 100 de donner  $f_2$  et 99 chances sur 100 de donner  $f_1$ . A la fin,  $10^4$  modes  $f_2$ ,  $99 \cdot 10^4$  modes  $f_1$ . On a :



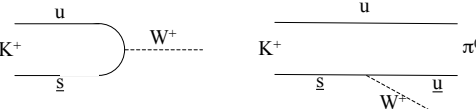
Et on n'a pas :



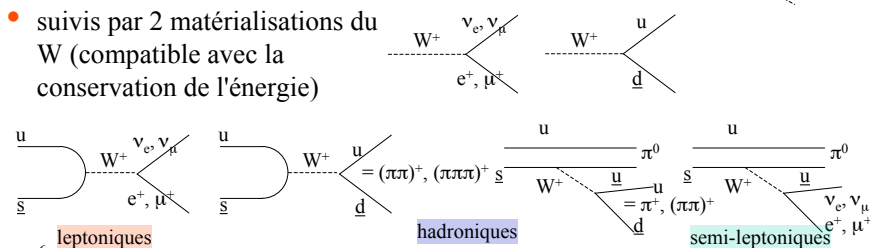
**Exemple : le  $K^+ = us$**

	$\mu^+ \nu_\mu$	$e^+ \nu_e$	$\pi^+ \pi^0$	$\pi^+ \pi^+ \pi^-$	$\pi^+ \pi^0 \pi^0$	$\pi^0 e^+ \nu_e$	$\pi^0 \mu^+ \nu_\mu$
BR	$(63.4 \pm 0.2)\%$	$(1.6 \pm 0.1) \times 10^{-5}$	$(21.1 \pm 0.1)\%$	5.6%	1.7%	$(4.9 \pm 0.1)\%$	$(3.3 \pm 0.1)\%$
	modes leptoniques (que des leptons)		modes hadroniques (que des hadrons)			modes semi-leptoniques	

- 2 mécanismes de base  
le  $W^+$  est virtuel (80 GeV !)



- suivis par 2 matérialisations du W (compatible avec la conservation de l'énergie)



**Exemple pratique : le  $K^+$**

**3.2.3 Faisceaux de particules**

Nombre de désintégrations le long du parcours. Loi de désintégration contient temps propre. Conversion vers temps labo.  $T_{empslabo} = t_{empspropre} * \gamma$ .

**3.2.4 Cinématique**

**Conservation de l'énergie**

Dans la désintégration  $A \rightarrow 1 + 2 + \dots$ , et dans le référentiel du centre de masse, conservation de l'énergie impulsion :

$$E_A = M_A = E_1 + E_2 + \dots$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \dots$$

La désintégration est "interdite" à cause de la cinématique si  $\sum m_i > M_A$ . Energie "disponible"  $Q = M - \sum m_i$ . Plus  $Q$  est grand, plus l'observation est facile.

**Désintégration à deux corps**

Etude dans le CM puis transformation dans labo.

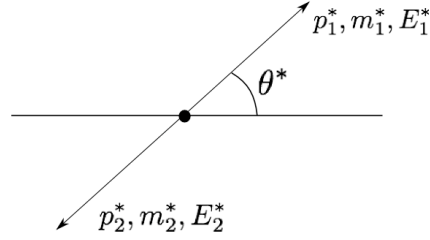


FIG. 3.1 – Notations dans le centre de masse

**Système CM** Conservation de l'énergie-impulsion :

$$\begin{aligned} M &= E_1^* + E_2^* \\ \mathbf{0} &= \mathbf{p}_1^* + \mathbf{p}_2^* \end{aligned} \quad (3.15)$$

Norme :

$$p_1^* = p_2^* \equiv p^* \quad (3.16)$$

En utilisant la relation  $E = \sqrt{p^2 + m^2}$  :

$$M = \sqrt{p_1^{*2} + m_1^2} + \sqrt{p_2^{*2} + m_2^2} \Rightarrow p^{*2} + m_1^2 = \left( M - \sqrt{p^{*2} + m_2^2} \right)^2$$

On a la qté de mouvement et l'énergie :

$$p^* = \frac{\sqrt{[M^2 - (m_1 + m_2)^2][M^2 - (m_1 - m_2)^2]}}{2M} \quad (3.17)$$

$$E_1^* = \frac{M^2 + m_1^2 - m_2^2}{2M} \quad (3.18)$$

Cas particuliers

- Cas  $m_1 = m_2 \equiv m$

$$E_1^* = E_2^* = \frac{M}{2} \quad \text{et} \quad p^* = \sqrt{\frac{M^2}{4} - m^2} \quad (3.19)$$

- Cas  $m_1 = m$  et  $m_2 = 0 \Rightarrow E_2^* = p^*$  conservation E (écrire détails)  
donne

$$p^* = \frac{M^2 - m^2}{2M} \quad (3.20)$$

$$\rightarrow E_2^* = \frac{M^2 - m^2}{2M} \quad (3.21)$$

$$E_1^* = \frac{M^2 + m^2}{2M} \quad (3.22)$$

Dans ce qui précède, pas de contrainte sur la direction  $\theta$ . Seule la dynamique (MQ) contraint la distribution angulaire  $dP/d \cos \theta^* d\phi^*$  pour un grand nombre de désintégrations.

**Référentiel du labo** Calcul de  $\beta$  et  $\gamma$  pour la Transf. Lorentz. Soit une particule de masse  $M$ , énergie-impulsion  $(E, p)$  selon  $Oz$

$$\gamma = \frac{E}{M} \quad , \quad \beta\gamma = \frac{P}{M} \quad , \quad \beta = \frac{P}{E} \quad (3.23)$$

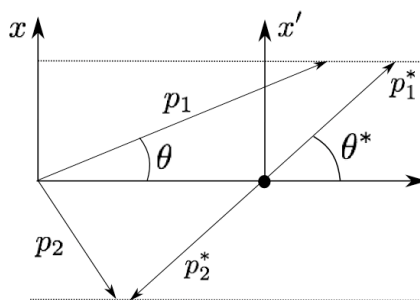


FIG. 3.2 – Notations dans le ref. du labo

$$\begin{cases} E_1 &= \gamma(E_1^* + \beta p^* \cos \theta^*) \\ p_{1z} &= \gamma(p^* \cos \theta^* + \beta E_1^*) \\ p_{1x} &= p^* \sin \theta^* \end{cases} \quad (3.24)$$

$$\tan \theta_1 = \frac{p_x}{p_z} = \frac{1}{\gamma} \frac{\sin \theta^*}{\cos \theta^* + \beta \frac{E_1^*}{p^*}} \quad (3.25)$$

6 variables  $(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$  - 4 conditions de conservation = 2 degrés de liberté = 2 angles  $\theta^*$  et  $\phi^*$ .  $p^*$  est fixé!

### Désintégration à trois corps

Trois particules dans l'état final

Conservation de l'énergie-impulsion :

$$\begin{aligned} M &= E_1^* + E_2^* + E_3^* \\ \mathbf{0} &= \mathbf{p}_1^* + \mathbf{p}_2^* + \mathbf{p}_3^* \quad \rightarrow \quad \text{Les trois particules sont coplanaires} \end{aligned} \quad (3.26)$$

9 variables  $(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3)$  - 4 conditions de conservation = 5 degrés de liberté

2 pour orientation du plan de la désintégration dans l'espace, 1 pour l'orientation de la désintégration dans ce plan, 2 pour la configuration de désintégration.



### 3.2.5 Résonances

Mesure pratique de la masse  $\rightarrow$  élargissement du spectre de masse dû à une convolution de deux facteurs :

- la résolution expérimentale  $\sigma$
- la largeur naturelle  $\Gamma$  d'origine quantique

Raisonnement grossier dans le cas non relativiste (heuristique="invention d'un pas à pas scientifique")

- Fonction d'onde d'une particule *stable* au repos :  $\psi_s \propto e^{-i\frac{M_0 c^2}{\hbar}t}$  notée  $e^{-iM_0 t}$  en unités naturelles. Donc  $|\psi_s|^2$  indépendante de  $t$ ,  $\psi_s$  état propre de  $H$ .
- Particule instable, se désintègre avec une proba de rester en vie  $|\psi|^2 \propto e^{-\frac{t}{\tau}}$ .  
donc  $\psi \propto e^{-i(M_0 - \frac{i}{2\tau})t}$
- Système non stationnaire donc pas état propre de  $H$ . On peut toujours décomposer en états stationnaires

$$\psi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\psi}(M) e^{-iMt} dM \quad (3.27)$$

On peut inverser cette équation, qui ressemble furieusement à une transformée de Fourier... :

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}(M) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} \psi(t) e^{iMt} dt \\ &\propto \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ -i \left( M_0 - \frac{i}{2\tau} \right) t + iMt \right] dt \\ &\propto \frac{1}{M - M_0 + \frac{i}{2\tau}} \end{aligned} \quad (3.28)$$

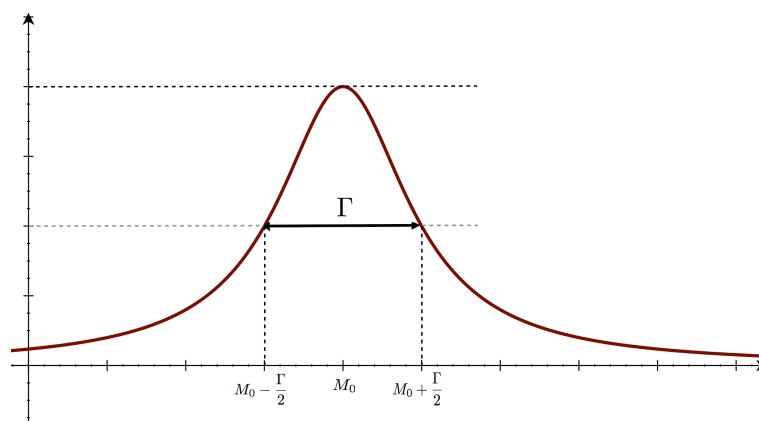
On peut donc exprimer la proba d'avoir une masse donnée lors d'une désintégration :

$$|\psi(M)|^2 = \frac{1}{(M - M_0)^2 + \frac{1}{4\tau^2}} \quad (3.29)$$

Si on pose  $\Gamma = \frac{1}{\tau}$  en unités naturelles ( $\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$  SI), On a :

$$|\psi(M)|^2 = \frac{1}{(M - M_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad (3.30)$$

On appelle cette fonction une "Breit-Wigner" ou une "Lorentzienne" :



$\Gamma$  = largeur à mi-hauteur = "largeur"

Vient de Heisenberg :  $\Delta E \Delta t \sim \hbar \rightarrow \Gamma \tau = \hbar$

Etat de durée de vie longue (resp. courte)  $\rightarrow$  spectre énergétique étroit (resp. large).

- $\tau = 10^{-6}$  s  $\rightarrow \Gamma = \frac{\hbar c}{c\tau} \sim 10^{-9}$  eV (visible en phys. atomique)
- $\tau = 10^{-23}$  s  $\rightarrow \Gamma = 100$  MeV

A retenir (discussion physique) :

- particules instables ont un spectre de masse de largeur non nulle  $\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$
- lorsqu'une particule est créée dans une collision, puis se désintègre, la masse observée est choisie selon la Breit-Wigner autour de sa masse nominale  $M_0$
- on peut produire la particule même si le seuil strict en énergie n'est pas atteint, mais avec une probabilité correspondant à la partie basse du spectre
- Breit-Wigner relativiste :

$$|\psi_{rel}(M)|^2 = \frac{1}{(M^2 - M_0^2)^2 + M_0^2 \Gamma^2} \quad (3.31)$$

### 3.2.6 Dynamique des désintégrations

Perturbation dépendant du temps, règle d'or de Fermi :

$$\Gamma = \frac{1}{M} \sum_f |\langle f | \mathcal{M} | i \rangle|^2 \quad (3.32)$$

Largeur (et temps de vie) dépend

- de la la matrice  $\mathcal{M}$ , donc de l'interaction responsable.

$$\Gamma(\text{int. forte}) > \Gamma(\text{int. e.m.}) > \Gamma(\text{faible}) \quad (3.33)$$

- du nombre d'états finals possibles. Plus ce nombre est grand, plus le nombre de possibilités (canaux) de désintégrations est grand, plus le temps de vie est court et plus la largeur  $\Gamma$  est grande. Le nombre d'états finals dépend lui-même :

- de l'état de spin final
- de la nature de l'interaction et de ses lois de conservation
- de la configuration cinématique (volume de l'espace des phases). Ce volume est d'autant + grand que  $p^*$  est grand.

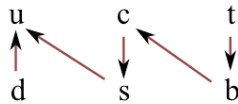
Exemple de deux désintégrations avec force forte :

$$\rho(770) \rightarrow \pi^+\pi^-, p^* = 360 \text{ MeV}, \Gamma = 150 \text{ MeV}$$

$$\phi(1020) \rightarrow K^+K^-, p^* = 130 \text{ MeV}, \Gamma = 4 \text{ MeV}$$

### Désintégration des hadrons fondamentaux

Par interaction faible, on a la chaîne de désintégrations :



### Diagrammes de Feynman (?)

## 3.3 Collisions

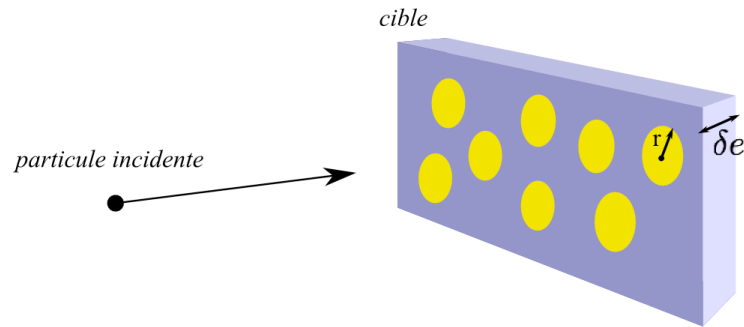
Cas  $A + B \rightarrow 1 + 2 + \dots$

On commence par quelques aspects expérimentaux.

### 3.3.1 Section efficace

#### Définition

Modèle des sphères dures :



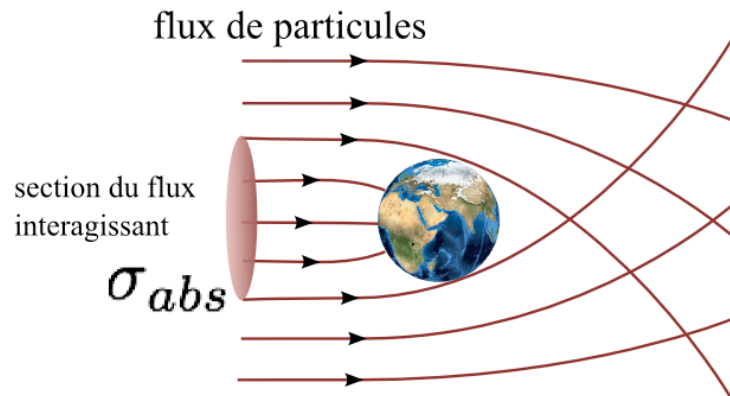
Probabilité de collision :

$$\delta P_{int} = \frac{\text{surface des sphères projetée}}{\text{surface totale}} = \delta N \frac{\pi r^2}{S} = n \cdot \delta e \cdot \pi r^2 \quad (3.34)$$

avec  $\delta N$  le nombre de boules vues pour une surface  $S$ .  $n$  est la densité volumique de sphères et  $\delta e$  l'épaisseur de la cible.  $n \cdot \delta e$  est la densité surfacique de sites.

$\sigma = \pi r^2$  est la section efficace géométrique.

Exemple de la section efficace "gravitationnelle", pour montrer le rôle du champ de force :



Si  $N$  particules incidentes et  $dN$  interactions pour une cible d'épaisseur  $dx$ , définition de  $\sigma$  :

$$dN = -Nn\sigma dx \quad (3.35)$$

$\sigma$  mesurée en  $\text{cm}^2$  ou en "barn"

$$1 \text{ barn} = 1 \text{ b} = 10^{-24} \text{ cm}^2 = 10^{-28} \text{ m}^2$$

sous multiples : millibarn = mb, microbarn =  $\mu\text{b}$ , etc...

Exemples :

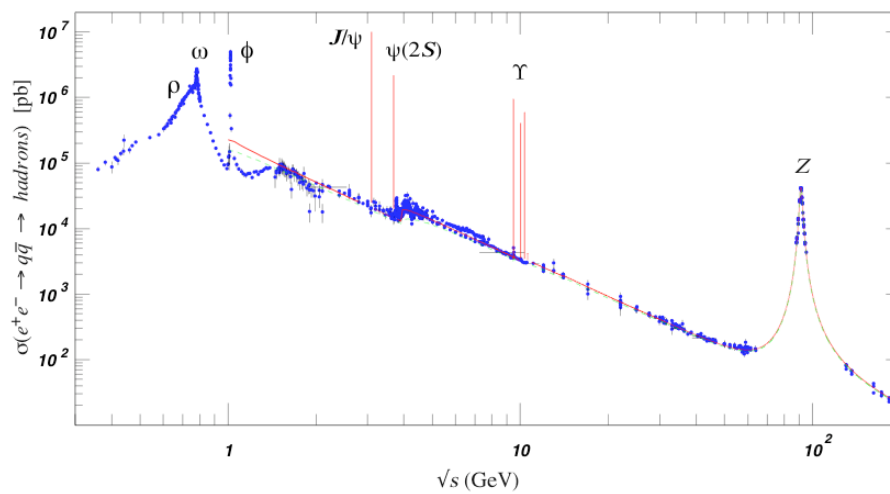
proton +	air	H <sub>2</sub> liq	béton	Fe	W	Pb
$\lambda/\text{cm}$	68600	717	40	17	10	17
$\sigma/\text{mb}$	265	33	390	700	1650	1770

- La section efficace ne dépend que du projectile et de la cible élémentaire.
- $\sigma \sim 100 \text{ mb} \rightarrow r_0 = \sqrt{\frac{\sigma}{\pi}} \sim 10^{-15} \text{ m} = 1 \text{ fm}$  : taille typique des nucléons.
- Explique que  $\sigma(p + \text{noyau}) \propto A^{2/3}$  car rayon du noyau  $\propto A^{1/3}$ .

### Sections efficaces hadroniques

### Sections efficaces des neutrinos

**Sections efficaces  $e^+e^-$**  Section efficace en fonction de  $\sqrt{s}$ , énergie disponible dans le centre de masse. Décroît comme  $1/s$ , pics dûs aux résonnances, sauts au seuils de création de paires de quarks.



### Section efficace partielle

Collisions peuvent donner lieu à plusieurs états finals. Pour un état final particulier  $f$ , définit la section efficace  $\sigma_f$  :

$$dN_f = -N n dx \cdot \sigma_f \quad (3.36)$$

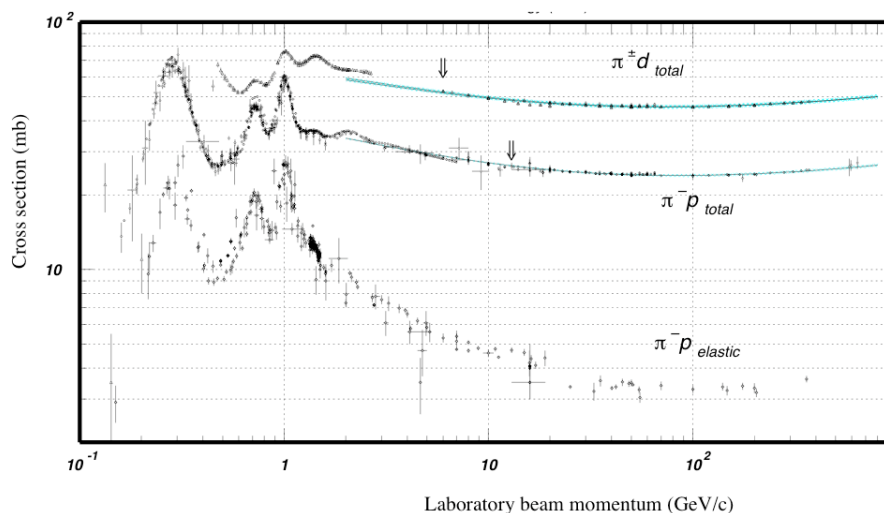
On définit :

- section efficace élastique :  $p + p \rightarrow p + p$
- section efficace quasiélastique :  $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ N(1420)$  ou  $\rho^+ p$  ou  $\rho^+ N(1420)$ . Excitation de l'un ou des deux participants.
- section efficace exclusive : état final précis, par ex.  $p + p \rightarrow p + p + \pi^0$  ou  $pp \rightarrow pn\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0$
- section efficace inclusive : état final partiellement précisé, par ex.  $p + p \rightarrow p + X$  ou  $\bar{p} + X$

La somme de toutes les s.e. partielles exclusives est la section efficace totale :

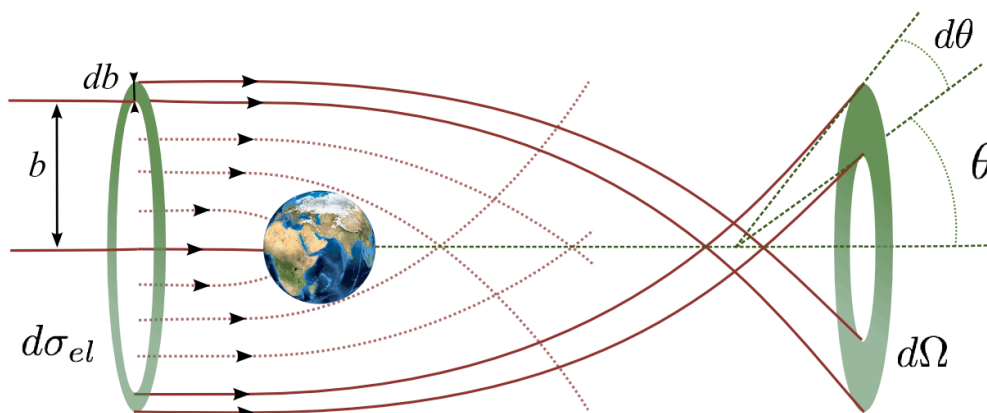
$$\sum \sigma_{exclusif} = \sigma_{tot} \quad , \quad \sum \sigma_{inclusif} > \sigma_{tot} \quad (3.37)$$

- section efficace topologique : un certain nombre de particules chargées (en général) dans l'état final



### Section efficace différentielle

La section efficace (probabilité d'interaction) dépend des paramètres géométriques :

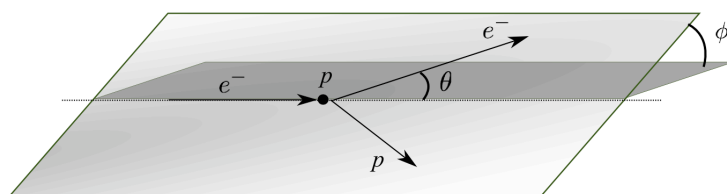


Flux  $\Phi = \frac{d^2 N}{dt ds}$  de particules uniforme dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation. Nombre de particules diffusées par unité de temps et par unité d'angle solide dans la direction  $(\theta, \theta + d\theta)$  :

$$\frac{d^2 N}{dt d\Omega} = \frac{d^2 N}{dt d\sigma_{el}} \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = \Phi \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} \quad (3.38)$$

On peut aussi écrire dans le cas de la figure ci-dessus  $\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = \frac{2\pi b db}{2\pi \sin \theta d\theta}$ . Information expérimentale la plus complète

Exemple :  $e^- p \rightarrow e^- p$



$e^-$  incident et  $(e^-, p)$  finals coplanaires.

Conservation énergie-impulsion : 6 inconnues  $(\mathbf{p}', \mathbf{p}_p)$  - 4 lois de conservation = 2 variables arbitraires.

- $\phi$  = angle autour de  $\mathbf{p}$
- $\theta$  (par exemple)

Mesure du nombre d'électrons à  $\theta$  fixé  $\rightarrow$

$$dN = N_0 n dx \cdot d\Omega \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (3.39)$$

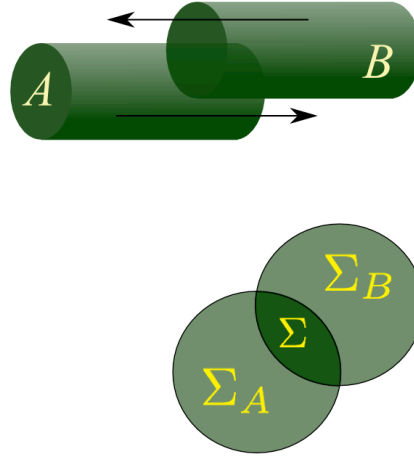
**Attention** :  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  n'est pas la dérivée d'une fonction  $\sigma(\Omega)$  (qu'on pourrait définir, mais...non !). Juste une notation.

On a :

$$\int \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) d\Omega = \sigma_{tot} \quad (3.40)$$

### 3.3.2 Luminosité

Cas des collisionneurs, paquets de particules  $A$  tournent dans un sens, paquets de particules  $B$  dans l'autre sens.  $\Sigma$  est la section de l'intersection entre les deux paquets  $A$  et  $B$  de sections respectives  $\Sigma_A$  et  $\Sigma_B$ .



A chaque croisement, le nombre de collisions "effectives" entre deux particules de chaque paquet est :

$$dN_A = N_A \frac{\Sigma}{\Sigma_A} \cdot n_B \cdot l_B \sigma_{AB} \quad (3.41)$$

où  $N_A$  est le nombre de particules dans le paquet  $A$ ,  $n_B$  la densité volumique de particules dans le paquet  $B$ ,  $l_b$  la longueur du paquet  $B$  et  $\sigma_{AB}$  la section efficace d'interaction entre une particule de  $A$  et une de  $B$ . Puisque  $n_B = \frac{N_B}{\Sigma_B l_B}$ , on peut écrire :

$$dN_A = N_A N_B \frac{\Sigma}{\Sigma_A \Sigma_B} \cdot \sigma_{AB} \quad (3.42)$$

Si  $f$  la fréquence de croisement des paquets au point de détection. Le taux d'interaction global est alors :

$$\frac{dN_A}{dt} = \underbrace{f \cdot N_A N_B \frac{\Sigma}{\Sigma_A \Sigma_B}}_{= \text{luminosité } \mathcal{L}} \cdot \sigma_{AB} \quad (3.43)$$



$$[\mathcal{L}] = \text{barn}^{-1}\text{s}^{-1}$$

Quelques exemples :

LEP I	$\mathcal{L} \sim 10^{31} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$	$\sigma(e^+e^- \rightarrow Z) \sim 30 \text{ nb}$	$\frac{dN}{dt} = 0,3 \text{ Z par seconde}$
Tevatron	$\mathcal{L} \sim 10^{31} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$	$\sigma(p\bar{p}) \sim 50 \text{ mb}$	$\frac{dN}{dt} \sim 10^6 \text{ interactions/seconde}$
LHC	$\mathcal{L} \sim 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$	$\sigma(p\bar{p}) \sim 100 \text{ mb}$	$\frac{dN}{dt} \sim 2 \cdot 10^9 \text{ interactions/seconde}$

Dans un collisionneur, la luminosité décroît au cours du temps (maximale lors du remplissage). Le remplissage du collisionneur prend  $\sim$  une journée.

La luminosité donne le taux d'interactions. Définition de la luminosité intégrée

$$L_{int} = \int \mathcal{L} dt \quad (3.44)$$

qui donne le nombre total d'interactions de chaque type. Il suffit de multiplier par la section efficace correspondante. Si par exemple  $L_{int} = 1 \text{ fb}^{-1} = 10^3 \text{ pb}^{-1}$  :

- $\sigma \sim 1 \text{ nb} \rightarrow N = 10^6 \text{ interactions}$
- $\sigma \sim 1 \text{ pb} \rightarrow N = 10^3 \text{ interactions}$

