

Chapitre 6

Quarks, hadrons et interaction forte (2)

6.1 Le nucléon, notion d'isospin

On peut commencer à classer les hadrons, avec des critères comme le spin total et la parité. On parle de *multiplet* pour désigner un groupe de particules ayant même spin/parité, que l'on note J^P . Si on fait ça, on arrive à, par exemple (ces multiplets ne sont pas complets, c'est juste un exemple) :

Multiplet $J^P = 0^-$	
Mésons	Masse (MeV)
π^+, π^0, π^-	139.6, 135.0, 139.6
K^+, K^-	493.7, 497.7
$\bar{K}^0, K^-$	497.7, 493.7
η	547.5

Multiplet $J^P = 1^-$	
Mésons	Masse (MeV)
ρ^+, ρ^0, ρ^-	768.5
ω	781.9

Multiplet $J^P = \frac{1}{2}^+$	
Baryons	Masse (MeV)
p, n	938.3, 939.6
$\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-$	1189.4, 1192.6, 1197.4

Multiplet $J^P = \frac{3}{2}^+$	
Baryons	Masse (MeV)
$\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0, \Delta^-$	~ 1232
Ξ^{*0}, Ξ^{*-}	1530.8, 1535.0

On remarque qu'on peut encore regrouper les particules en sous-multiplets de masse presque identique et qui se différencient par la charge. On remarque aussi expérimentalement que les interactions fortes sont approximativement identiques pour les systèmes $p-n$, $p-p$ et $n-n$. A part la charge, le proton et le neutron sont deux états d'une même particule, le *nucléon* (Heisenberg, 1932).

Par analogie avec le spin, on introduit la notion de "spin isotopique" ou *isospin* $\mathbf{I}$:

$$\begin{aligned} |p\rangle &= \left| \frac{1}{2} \quad +\frac{1}{2} \right\rangle \\ |n\rangle &= \left| \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \right\rangle \end{aligned}$$

Le proton et le neutron sont la même particule du point de vue de l'interaction forte. On peut étendre ce concept à toutes les particules subissant des interactions fortes.

Calculs : identiques à ceux concernant le moment cinétique. Introduction d'un vecteur-opérateur $\mathbf{I} = (I_1, I_2, I_3)$ obéissant aux mêmes règles de commutation que les opérateurs de moment cinétique. Observables $\mathbf{I}^2$ et I_3 :

$$\begin{aligned} \mathbf{I}^2 |I, I_3\rangle &= I(I+1) |I, I_3\rangle \\ I_{3(\text{opérateur})} |I, I_3\rangle &= I_3 |I, I_3\rangle \end{aligned}$$

multiplet d'isospin formé de $(2I+1)$ états propres. Multiplet (p, n) a un isospin $\frac{1}{2}$, multiplet $(\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0, \Delta^-)$ a un isospin $\frac{3}{2}$.

6.2 Conservation de l'isospin

Isospin conservé dans l'interaction forte (invariance des équations du mouvement pour une rotation dans l'espace des isospins, $[\mathbf{I}, H_f] = 0$). De façon similaire au spin, deux opérateurs commutent entre eux et avec le hamiltonien de l'interaction forte H_f :

$$[\mathbf{I}^2, I_3] = [\mathbf{I}^2, H_f] = [I_3, H_f] = 0$$

Seuls deux bons nombres quantiques donnant les règles de sélection :

$$\begin{aligned} \Delta |I|^2 &= 0 \\ \Delta I_3 &= 0 \end{aligned}$$

Que l'on peut aussi écrire pour l'élément de matrice de transition entre l'état initial $|i\rangle$ et l'état final $|f\rangle$

$$\langle i | \mathcal{M} | f \rangle = M_{fi}(I) \delta_{I_i I_f} \delta_{I_3^i I_3^f}$$

où M_{fi} est indépendant de I_3 ($\Rightarrow$ même proba de transition)

Exemple : désintégration du $\rho(770)$ d'isospin 1 ($\rho^+ = |1\ 1\rangle, \rho^0 = |1\ 0\rangle, \rho^- = |1\ -1\rangle$)

- $\rho^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$, l'état d'isospin final est la combinaison de deux isospins 1 (isospin du π) :

$$|1\ 1\rangle|1\ 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|2\ 1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\ 1\rangle$$

$$\text{donc : } \langle \pi^+\pi^0 | \mathcal{M} | \rho^+ \rangle = \frac{M_{fi}(1)}{\sqrt{2}}$$

- $\rho^+ \rightarrow \pi^0\pi^+$ même état final
- $\rho^- \rightarrow \pi^-\pi^0$:

$$|1\ -1\rangle|1\ 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|2\ -1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\ -1\rangle$$

$$\text{donc : } \langle \pi^-\pi^0 | \mathcal{M} | \rho^- \rangle = -\frac{M_{fi}(1)}{\sqrt{2}}$$

- $\rho^- \rightarrow \pi^0\pi^-$ même état final
- $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$:

$$|1\ 1\rangle|1\ -1\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}|2\ 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\ 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}|0\ 0\rangle$$

$$\text{donc : } \langle \pi^+\pi^- | \mathcal{M} | \rho^0 \rangle = \frac{M_{fi}(1)}{\sqrt{2}}$$

- $\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$:

$$|1\ 0\rangle|1\ 0\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}|2\ 0\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}}|0\ 0\rangle$$

$$\text{donc : } \langle \pi^0\pi^0 | \mathcal{M} | \rho^0 \rangle = 0$$

Les espaces de phase étant pratiquement identiques pour les états finals considérés, la conservation de l'isospin impose trois largeurs de désintégration égales (expérimentalement $\Gamma = 150\text{ MeV}$).

A noter, les interactions électromagnétiques ne conservent pas la symétrie d'isospin mais conservent I_3 . Les interactions faibles brisent entièrement cette symétrie, y compris I_3 .

6.3 Modèle des quarks

Modèle motivé par deux observations expérimentales

- nombre de leptons=6, nombre de hadrons = beaucoup
- classification des hadrons selon leurs nombres quantiques (nombre baryonique, isospin, étrangeté,...) suggère une structure sous-jacente

6.3.1 Hypercharge

Il existe de façon manifeste un lien entre la charge électrique et I_3 . Pour tenir compte du fait que ce lien n'existe que dans les interactions fortes, on introduit "l'hypercharge" :

$$Y = \mathcal{B} + \mathcal{S} \quad (6.1)$$

où $\mathcal{B}$ est le nombre baryonique et $\mathcal{S}$ est l'étrangeté. On a alors la relation dite de "Gell-Mann-Nishijima" reliant charge Q et troisième composante de l'isospin I_3 :

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} \quad (6.2)$$

Telle que notée ci-dessus, la définition de l'hypercharge ne tient compte que des particules étranges (contenant un quark s). Lorsqu'on a découvert les quarks plus lourds (c , b et t), il était naturel de redéfinir l'hypercharge pour tenir compte du "nombre de charme", "nombre de bottom" et "nombre de top" $\rightarrow$ relation de Gell-Mann-Nishijima généralisée.

6.3.2 Notation pour la composition d'isospins

On considère un système de deux particules, l'une d'isospin $\mathbf{1}$ (par exemple un pion) et l'autre d'isospin $\mathbf{1/2}$ (par exemple un nucléon). L'isospin total peut être soit $\mathbf{1/2}$ soit $\mathbf{3/2}$, comme lorsqu'on combine des spins. On écrit cela :

$$\mathbf{1} \otimes \mathbf{1/2} = \mathbf{1/2} \oplus \mathbf{3/2}$$

On dit que le produit de la représentation de $SU(2)$ correspondant à l'isospin $\mathbf{1}$ et la représentation correspondant à l'isospin $\mathbf{1/2}$ est la somme des représentations correspondant aux isospins $\mathbf{1/2}$ et $\mathbf{3/2}$. Une autre manière de le dire est qu'une combinaison d'isospins $\mathbf{1}$ et $\mathbf{1/2}$ se comporte soit comme un isospin $\mathbf{1/2}$ soit comme un isospin $\mathbf{3/2}$ dans les rotations dans l'espace des isospins.

On peut aussi, et on le fait la plupart du temps, noter les représentations par leur nombre d'états $(2I + 1)$ plutôt que par la valeur de l'isospin (I). La relation ci-dessus devient alors :

$$\mathbf{3} \otimes \mathbf{2} = \mathbf{2} \oplus \mathbf{4}$$

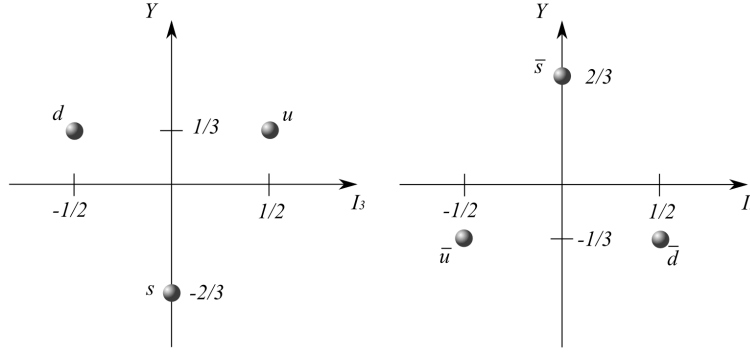
Le groupe de symétrie représentant les rotations dans l'espace des isospins est appelé le groupe $SU(2)$.

6.3.3 Combinaison de quarks

Le modèle des quarks a été élaboré par M. Gell-Mann et Y. Ne'eman en 1961 puis proposé par Gell-Mann et Zweig en 1963 (ou 64 ?)

Sans aller dans le détail, en particulier de la théorie des groupes, présentation du modèle. Beaucoup de choses à admettre...

Le groupe de symétrie qui représente les trois quarks (u, d, s) est appelé $SU(3)$. Dans ce groupe, on a besoin de deux variables pour décrire les transformations et les deux variables I_z et Y se trouvent particulièrement adaptées. On met les quarks u et d dans un doublet d'isospin, le quark s ayant $I_z = 0$. Graphiquement, cela donne :



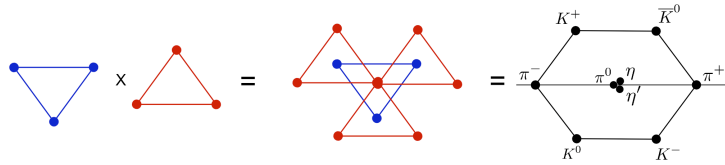
Les quarks s'inscrivent dans une représentation qu'on appelle "**3**" et les antiquarks dans une représentation dite adjointe appelée $\bar{\mathbf{3}}$. Pour construire des multiplets, c'est à dire l'ensemble des combinaisons possibles de quarks (u, d, s), on fait appel à la théorie des groupes.

6.3.4 Construction des mésons

Les mésons, constitués d'un quark et d'un antiquark, font partie des multiplets qu'on construit à partir du produit de $\mathbf{3}$ par $\bar{\mathbf{3}}$. La théorie des groupes nous dit que l'un des multiplets est un octet, l'autre un singulet :

$$\mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{8}$$

ce qui nous donne 9 particules, identifiées avec le multiplet $J^P = 0^-$ (états fondamentaux combinaison d'un quark et d'un antiquark, onde S). On peut représenter graphiquement le produit des deux représentations par :



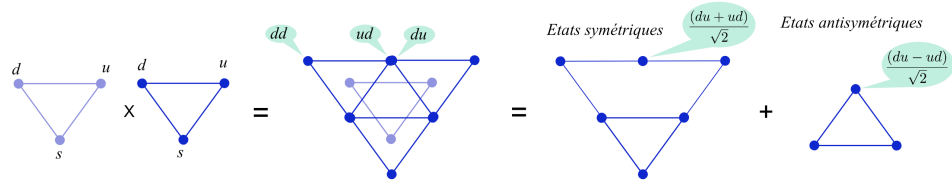
Dans l'octet, il y a deux états avec $I_3 = Y = 0$, l'un avec $I = 1$, l'autre avec $I = 0$. Le singulet est un état complètement symétrique.

Pour que tout fonctionne, nécessite la relation entre les charges $q_d = q_s = q_u - 1$.

Les multiplets de mésons vecteurs ont la même structure mais correspondent à des états liés quark-antiquark excités.

6.3.5 Construction des baryons

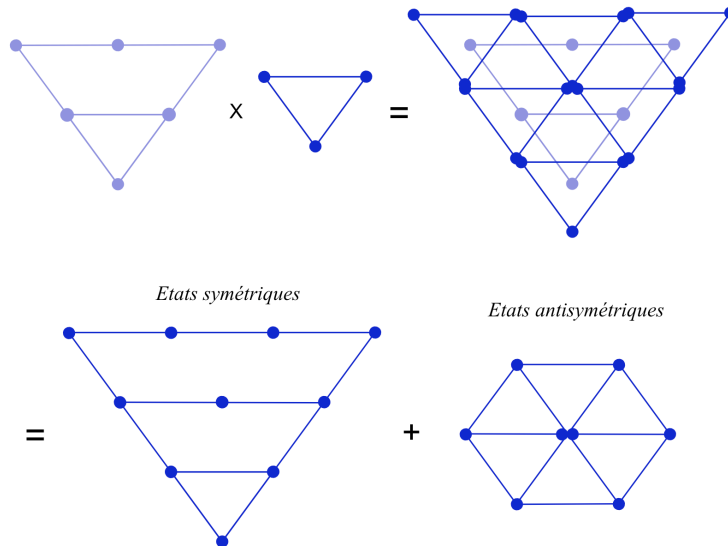
Baryons = états liés de 3 quarks. On commence avec la combinaison de 2 quarks. Le schéma correspondant est :



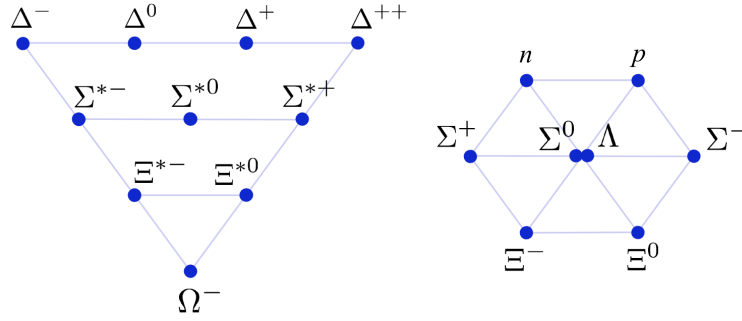
La séparation selon la symétrie de la combinaison d'états donne en théorie des groupes 6 états symétriques (sextuplet) et 3 états antisymétriques (triplet). On écrit cela

$$\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{6} \oplus \bar{\mathbf{3}}$$

Lorsqu'on ajoute un troisième quark au sextuplet, on obtient un décuplet symétrique et un octet antisymétrique ($\mathbf{6} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{10} \oplus \mathbf{8}$) :



Il ne s'agit pas de comprendre en profondeur ces résultats, juste d'avoir une idée du type de raisonnement. On peut identifier les éléments des deux multiplets avec des particules existantes, c'est ce qui a donné sa force à ce modèle :



En ce qui concerne les charges, on a besoin d'avoir $2q_u + q_d = 1$ d'où $q_u = \frac{2}{3}$ et $q_d = -\frac{1}{3}$.

Lorsque le modèle a été proposé, une particule n'avait pas encore été découverte et certaines prédictions ont été vérifiées à posteriori comme

- la découverte du Ω^-
- le fait que le Ξ^- ait un spin $1/2$

6.3.6 La couleur

Problèmes pour le modèle des quarks :

- si on tient compte du spin, les trois particules Δ^{++} , Δ^- et Ω^- ont un spin $J = 3/2$. On a donc forcément
 - $\Delta^{++} = u \uparrow u \uparrow u \uparrow$
 - $\Delta^- = d \uparrow d \uparrow d \uparrow$
 - $\Omega^- = s \uparrow s \uparrow s \uparrow$

Or le principe de Pauli interdit à deux fermions (les quarks) d'être dans le même état quantique, la fonction d'onde ne peut pas être complètement symétrique. Comment ces états peuvent-ils exister ?

- En théorie des groupes, lorsqu'on va au bout du calcul, on trouve

$$\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{10} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{1}$$

On ne voit pas dans la nature tous les états de 3 quarks prédits, on ne voit qu'un seul octet et pas de singulet.

- On n'observe pas de quarks isolés, ni de di-quarks, ni d'états $qq\bar{q}$ ou $qqqq$.

O. Greenberg propose (1964) que chaque quark vienne en 3 "couleurs" possibles (pas une vraie couleur, juste une charge appelée "couleur") R, V, B pour les quarks, $\bar{R}, \bar{V}, \bar{B}$ pour les antiquarks.

De plus, les seuls états qui existent sont neutres de couleur.

- pour les mésons : $\frac{1}{3} (R\bar{R} + V\bar{V} + B\bar{B})$

- pour les baryons : $\frac{1}{6} (RVB + VBR + BRV - BVR - VRB - RBV)$

Pour que le principe de Pauli soit respecté, la fonction d'onde globale doit être antisymétrique :

$$\psi_{tot} = \psi_{espace} \psi_{spin} \psi_{SU(3)_{saveur}} \psi_{couleur}$$

Considérons les baryons inexpliqués cités plus haut, ceux de spin total $J = 3/2$. Ceux que nous considérons sont les états liés de quarks à leur niveau fondamental. Le moment cinétique orbital doit donc être nul et ils sont dans un état d'onde S . ψ_{espace} est donc symétrique. Comme $J = 3/2$, la fonction d'onde de spin ψ_{spin} est forcément symétrique. et comme on regarde les états avec trois quarks identiques, $\psi_{SU(3)_{saveur}}$ est également symétrique.

Conclusion : dans ce cas précis, $\psi_{couleur}$ doit être antisymétrique pour respecter le principe de Pauli. Ceci est également vrai pour les autres états, ceux de $J = 1/2$ inclus. Alors, on a forcément

$$\psi_{spin} \psi_{SU(3)_{saveur}} \quad \text{symétrique}$$

Et un raisonnement sur la symétrie ou l'antisymétrie des multiplets obtenus dans la décomposition de $\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3}$ permet de comprendre pourquoi on n'observe qu'un décuplet et un octet dans la nature.

A partir de là, tout fonctionne. Rien n'exclut à priori les états $qq\bar{q}\bar{q}$ (baryonium) ou $qqq\bar{q}$ (pentaquark).

6.3.7 Les interactions de couleur

Juste un survol de QCD avec les notions et résultats de base

Comme la charge électrique pour l'interaction électromagnétique, la charge de couleur est liée à l'interaction forte. La théorie correspondante a été développée par Gross, Politzer et Wilczek (1974) et porte le nom de QCD pour "Quantum Chromo Dynamics". Dans cette théorie, les bosons porteurs de l'interaction (champs "chromiques", comme on a un champ électromagnétique) sont appelés "gluons".

3 couleurs $\rightarrow$ plus compliqué que l'électrodynamique quantique (interaction électromagnétique).

Basé sur groupe de symétrie $SU(3)$ comme la saveur des quarks, mais différent, appelé $SU(3)_c$ de couleur.

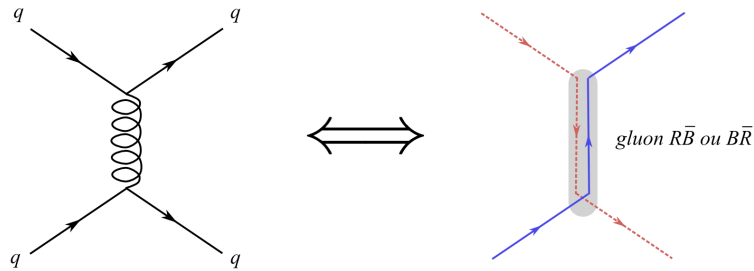
3 couleurs, chacune pouvant être une couleur (charge "+" de couleur) ou une "anticouleur" (charge "-" de couleur).

Les gluons sont au nombre de 8, chacun portant une combinaison d'une couleur (R, V, B) et d'une anticouleur ($\bar{R}, \bar{V}, \bar{B}$). Sur les 9 combinaisons (couleur, anticouleur) possibles, on a enlevé la combinaison symétrique

$$g_0 = \frac{1}{\sqrt{6}} (R\bar{R} + V\bar{V} + B\bar{B}) \quad (6.3)$$

car sa probabilité d'interaction est nulle (voir plus haut discussion symétrie/antisymétrie de la fonction d'onde globale). D'où les 8 (et pas 9) gluons.

Il y a un échange de couleur entre les deux quarks, comme illustré sur la figure suivante :



La charge "chromique" g donne une amplitude d'interaction

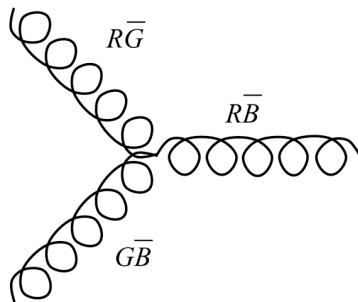
$$\frac{g^2}{\hbar c} \equiv \alpha_S \sim 0.1 \quad (6.4)$$

et le potentiel devrait être $V(r) \sim \frac{\alpha_S}{r}$

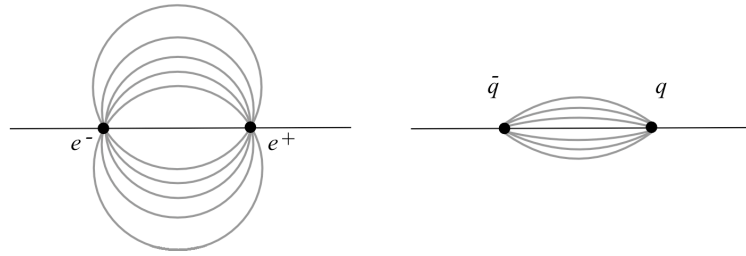
Mais nous allons voir que ce n'est plus le cas lorsque la distance entre les deux quarks augmente

6.3.8 Gluons et liberté asymptotique

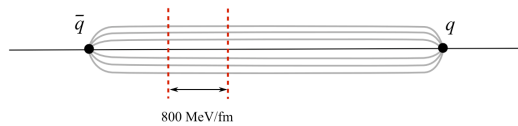
Gluons portent une charge de couleur (pas comme photon, qui est neutre). Conséquence : les gluons interagissent entre eux.



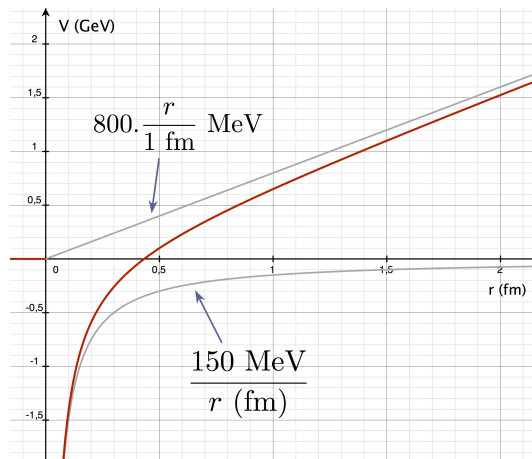
Conséquence de la conséquence : les lignes de champ de gluons entre deux quarks sont plus resserrées que dans le cas de l'interaction e.m. :



$\Rightarrow$ le champ augmente lorsque la distance r entre les quarks augmente. Il se forme un "tube de champ" :

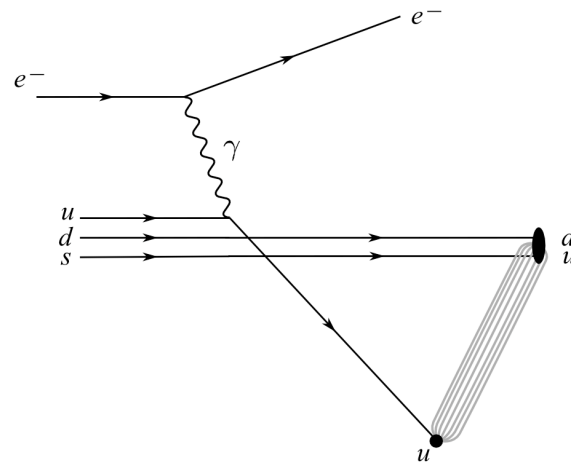


La force s'exerçant entre les quarks est alors indépendante de r et le potentiel devient proportionnel à r :

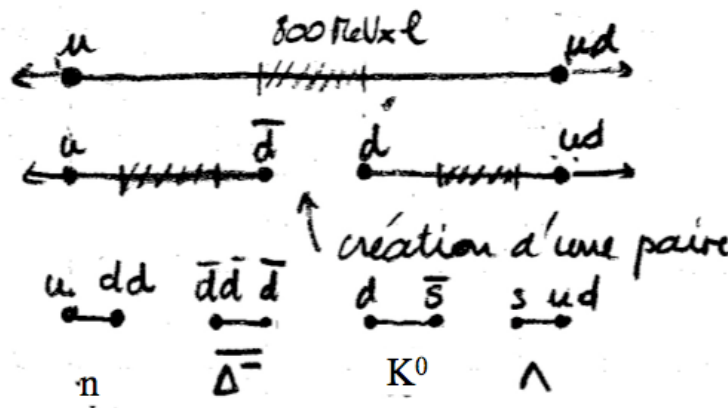


La densité d'énergie linéique est de l'ordre de $\frac{E}{\Delta r} \sim 800 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^{-1}$

Tentative d'extraction d'un quark Supposons qu'on envoie un électron d'énergie grande (quelques GeV) sur un proton. Il peut y avoir *diffusion profondément inélastique* où un quark interagissant de façon électromagnétique avec l'électron est éjecté du proton... du moins il essaye :



Le tube de champ se crée entre le quark éjecté et les deux quarks restants. La densité d'énergie dans le tube est suffisante pour créer des paires quarks-antiquarks :

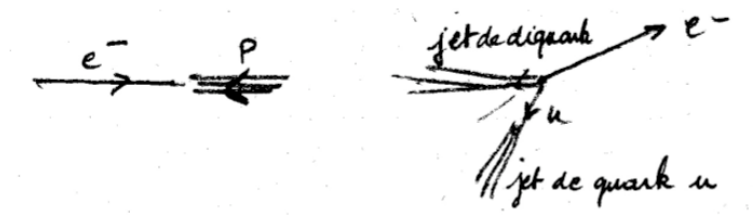


On a finalement la réaction

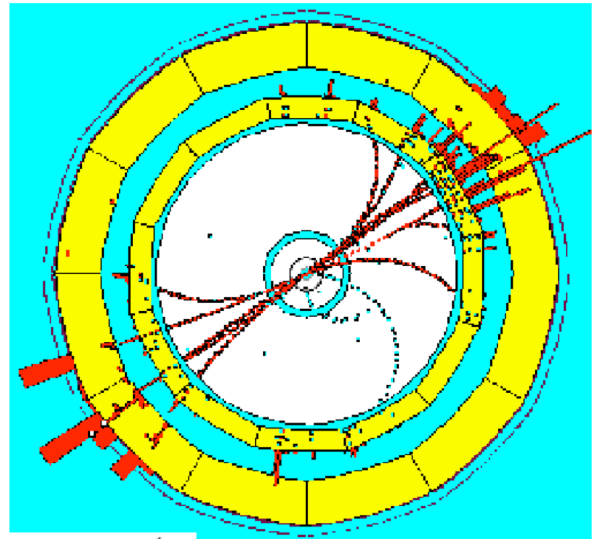
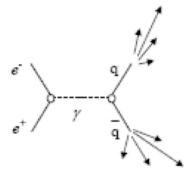
$$p \rightarrow n + \overline{\Delta}^- + K^0 + \Lambda^0$$

le proton initial se "fragmente" en hadrons. Le quark ne sort pas, tout se passe comme avec un aimant que l'on brise, on ne peut jamais avoir un pôle isolé (monopôle).

on a création de deux "jets" de particules :



- Collision $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$



6.4 Découverte des quarks et diffusion inélastique

Notation:	J	J	...
	M	M	...
m_1	m_2		
m_1	m_2	Coefficients	
.	.		
.	.		
.	.		

[illegible]

Figure 34.1: The sign convention is that of Wigner (*Group Theory*, Academic Press, New York, 1959), also used by Condon and Shortley (*The Theory of Atomic Spectra*, Cambridge Univ. Press, New York, 1953), Rose (*Elementary Theory of Angular Momentum*, Wiley, New York, 1957), and Cohen (*Tables of the Clebsch-Gordan Coefficients*, North American Rockwell Science Center, Thousand Oaks, Calif., 1974). The coefficients here have been calculated using computer programs written independently by Cohen and at LBNL.